Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

М.А. Кучеренко

ФИЗИКА В ЗАДАЧАХ. ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Учебно-методическое пособие

Рекомендовано ученым советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательной программе высшего образования по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

Оренбург
2021

УДК 537.2 (0758)

ББК 22.33я73

К95

Рецензент - доктор физико-математических наук, доцент Т.М. Чмерева

Кучеренко, М.А.

К95 Физика в задачах. Электростатика: учебно-методическое пособие / М.А. Кучеренко; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2021. - 104с. ISBN

Учебно-методическое пособие «Физика в задачах. Электростатика» содержит разбор наиболее трудных задач по электростатике, краткий теоретический материал и задания для самодиагностики понимания физики и приемов решения задач различного вида и уровня сложности. Пособие дополняет курс лекций по дисциплине «Физика» и содержание плановой самостоятельной работы студента по освоению раздела «Основы электромагнетизма».

Пособие предназначено для обучающихся по направлению подготовки 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника. Оно будет полезно для учащихся Университетской физико-математической школы и учителей, повышающих квалификацию в Институте развития образования ОГУ.

УДК 537.2 (075.8)

ББК 22.33я73

ISBN

Содержание

Самое непонятное в природе – что ее можно понять

А. Эйнштейн

Введение

Одним из критериев понимания физики учащимся является его умение решать физические задачи различного вида и уровня сложности. Это умение обеспечивается потребностью учиться, совокупностью осознанно приобретенных знаний и навыков, физической интуицией, серьезными интеллектуальными и эмоционально-волевыми усилиями в учебной работе. В связи с эти содержание учебно-методического пособия линейно структурировано следующим образом: *Знание – Понимание – Разбираем тему - Проверяем себя*.

Элемент «Знание» - это основные понятия, принципы, физические законы, которые должны быть предварительно усвоены учащимся на лекционных и практических занятиях, в самостоятельной работе по изучению разделов дисциплины для анализа физической ситуации задачи и ее решения.

Элемент «Понимание» выполняет функцию целеполагания и отвечает на вопрос обучаемого «Что я должен понять в процессе решения задачи?».

В части «Разбираем тему» пошагово и детально выполнен разбор физической задачи, вызывающей, как показывает образовательная практика автора, серьезные затруднения у многих учащихся. В разборе сделан акцент на физическую сторону рассматриваемого примера, тогда как часть математических операций предоставляется выполнить студенту – читателю самостоятельно.

Содержание параграфа «Проверяем себя» с инструкцией «Решите задачу и выберите правильный ответ» создает для учащегося возможность проверить уровень совершенствования своего умения решать различные задачи по теме «Электростатика».

1 Проводники в электростатическом поле

1.1 Электрические свойства металлических проводников

Знание:

• удельная электрическая проводимость - величина, обратная удельному электрическому сопротивлению ρ, то есть $\sigma = \frac{1}{\rho}$; в учебной литературе величина измеряется в $\frac{1}{\text{Ом}\cdot\text{м}} = \frac{\text{См}}{\text{м}}$, где 1См (Сименс) равен удельной электрической проводимости проводника с электрическим сопротивлением 1Ом; $1\text{См} = \frac{1}{\text{Ом}}$;

• дифференциальная форма закона Ома: $\jmath = \sigma E$, где E - вектор напряженности электрического поля на бесконечно малом участке проводника с вектором плотности тока $\jmath$.

• зонная теория в физике объясняет различия в электрических свойствах твердых тел характером заполнения электронами разрешенных энергетических зон, как возможных значений энергии частиц, и шириной запрещенных зон, как значений энергии электрона в кристалле, которые он иметь не может (рисунок 1.1).

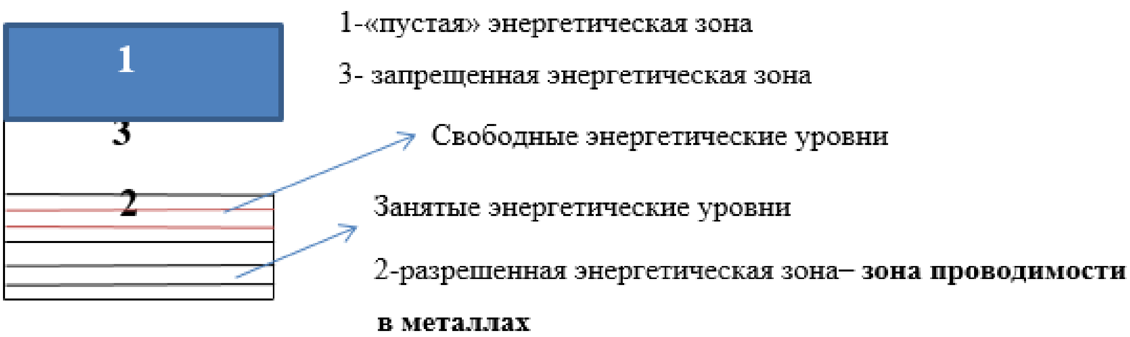


Рисунок 1.1- Энергетические зоны в металлах

Понимание связи электрических свойств металлических проводников с особенностями их строения.

Разбираем тему

К проводникам относятся вещества, обладающие высокой удельной электрической проводимостью σ. Для большинства металлов $\sigma > 10^3\,\frac{\text{См}}{\text{м}}$, у серебра и меди $10^7\,\frac{\text{См}}{\text{м}}$. Для сравнения: у диэлектриков $\sigma < 10^{-5}\,\frac{\text{См}}{\text{м}}$, у полупроводников $10^{-5}\,\frac{\text{См}}{\text{м}} < \sigma < 10^3\,\frac{\text{См}}{\text{м}}$.

У твердых металлов кристаллическое строение. Не все электроны в металлах, находящихся в твердом и жидком состоянии, связаны со своими атомами. Можно представить металл как остов из положительных ионов, находящихся в «электронном» газе, который отрицательным зарядом компенсирует электростатическое отталкивание положительно заряженных ионов и обеспечивает целостность твердого тела. Большая часть из электронов, называемых электронами проводимости, может перемещаться по кристаллу, имея энергии, соответствующие зоне проводимости металла.

Когда источник электрической энергии создает в металле электрическое поле, валентные электроны увеличивают свою энергию, переходят на более высокие энергетические уровни в зоне проводимости, возникает их упорядоченное движение - электрический ток в кристалле. В соответствии с этим, проводниками называют тела, в которых при наличии электрического поля возникает электрический ток, обусловленный носителями электрического заряда - электронами проводимости, и описываемый дифференциальной формой закона Ома.

Электрические свойства проводников зависят и от температуры. При температурах, исключающих проявление квантовых эффектов, удельное электрическое сопротивление ρ определяется, главным образом, тепловыми колебаниями решетки и увеличивается с температурой линейно:

$$\rho = \rho_{\text{o}}(1 + \alpha t),$$

где α-температурный коэффициент сопротивления, при температуре $t=0^0\text{C}$ имеет значение: $\alpha=4\cdot10^{-3}\ \text{К}^{-1}$, а ρ_{o}- значение удельного сопротивления при условии, когда влиянием тепловых колебаний решетки на рассеяние электронов можно пренебречь, и сопротивление не зависит от температуры, а зависит только от дефектов в кристалле.

У некоторых металлов, например, у свинца, цинка и ртути, при температурах, называемых критическими, полностью пропадает электрическое сопротивление, металлы переходят в сверхпроводящее состояние. Для чистых металлов критические температуры лежат в интервале: $\text{Т}_{\text{кр}} = 10^{-2}\text{К} \div 9\text{К}$.

На рисунке 1.2 температурный интервал *АВ* для чистых металлов не превышает тысячных долей градуса, и поэтому можно считать, что явление перехода в сверхпроводящее состояние происходит при определенной критической температуре $\text{Т}_{\text{кр}}$.

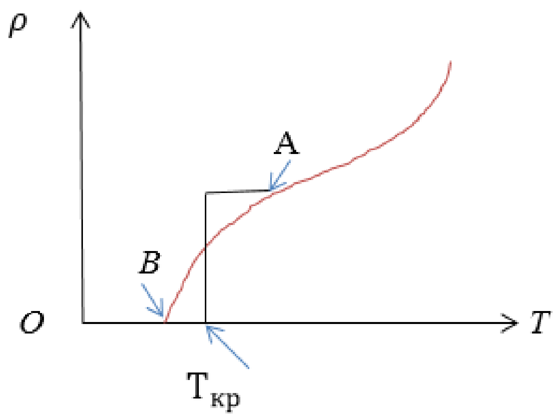


Рисунок 1.2 - Переход металла в сверхпроводящее состояние

Проверяем себя

Инструкция: Решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Оцените порядок числа электронов проводимости в единице объема для одновалентной меди, используя значения N_A-постоянной Авогадро, M-молярной массы металла, ρ-его плотности.

А. $n_0 \sim 10^{19}\,\frac{1}{\text{м}^3}$

Б. $n_0 \sim 10^{-19}\,\frac{1}{\text{м}^3}$

В. $n_0 \sim 10^{19}\,\frac{1}{\text{см}^3}$

2.В классической электронной теории Друде-Лоренца электроны проводимости рассматриваются как электронный газ со свойствами одноатомного идеального газа. Определите среднеквадратичную скорость электронов проводимости $v_{\text{ср.кв.}}$ при температуре $t = 25^0$С.

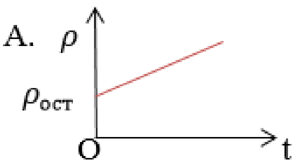
А. $v_{\text{ср.кв}} = 1{,}2 \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$

Б. $v_{\text{ср.кв}} = 1{,}2 \cdot 10^{5}\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$

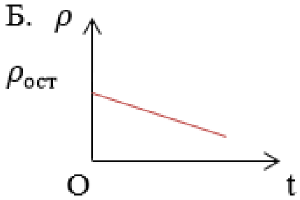
В. $v_{\text{ср.кв}} = 1{,}2 \cdot 10^{7}\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$

3. Для металлических проводников зависимость удельного электрического сопротивления от температуры имеет вид:

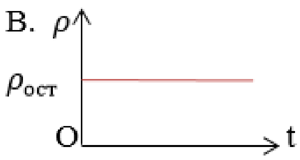
А.



Б.



В.



4.Температурный коэффициент жидкой ртути α=$9 \cdot 10^{-4}$К$^{-1}$. Это означает, что:

А. При нагревании на *1К* изменение сопротивления металлического проводника R-R_0 равно $9 \cdot 10^{-4}$Ом

Б. При нагревании на *1К* относительное изменение сопротивления проводника $\frac{R-R_0}{R_0}$ равно $9 \cdot 10^{-4}$

В. При нагревании на *1К* отношение $\frac{R}{R_0}$ для металлического проводника равно $9 \cdot 10^{-4}$Ом

5.Температурный коэффициент α у сплава меди с никелем (константана) $\alpha \approx 10^{-5}\text{К}^{-1}$, у сплава никеля и хрома (нихрома) - 10^{-4}К^{-1} , у чистой меди - 10^{-3}К^{-1}. Какое вещество лучше использовать для изготовления эталонных сопротивлений, магазинов сопротивлений и добавочных сопротивлений для измерительных приборов?

А. Чистую медь

Б. Константан

В. Нихром

1.2 Металлический проводник во внешнем электрическом поле

Знание:

- во внешнем электрическом поле в металлическом проводнике возникает явление электростатической индукции - смещение положительных и отрицательных зарядов, которое приводит к появлению нескомпенсированных зарядов различного знака в тех или иных местах вещества (индуцированные заряды);

- поток Φ вектора напряженности электрического поля E через некоторую произвольную замкнутую поверхность S: $\Phi = \quad \text{E} \cdot dS$;

- теорема Гаусса: поток вектора напряженности E через замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме зарядов $q_{\text{внутр}}$ внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ε_0 , то есть $\text{E} \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{\text{внутр}}$;

- связь между потенциалом φ и вектором напряженности E: проекция вектора E на направление перемещения единичного положительного заряда dl равна со знаком минус частной производной потенциала по данному направлению, то есть $\text{E}_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l}$; в общем случае напряженность поля E равна со знаком минус градиенту потенциала, то есть E =-gradφ= -($\frac{d\varphi}{dx}\imath$+$\frac{d\varphi}{dy}\jmath$+$\frac{d\varphi}{dz}k$).

- вектор градиента скалярной величины - потенциала электрического поля φ направлен в сторону наиболее быстрого возрастания величины, следовательно, вектор напряженности поля E направлен в сторону убывания потенциала поля φ.

Понимание электростатической индукции в металлическом проводнике, следствием которой является электронейтральность внутреннего объема проводника и равенство потенциалов внутри него и на его поверхности.

Разбираем тему

Рассмотрим две одинаковые по следствиям физические ситуации:

1.металлический проводник помещен во внешнее электростатическое поле;

2. металлическому проводнику сообщили некоторый электрический заряд.

И в том, и в другом случае возникнет явление электростатической индукции, в результате которого все отрицательные заряды сместятся против поля. Кратковременный ток приведет к тому, что результирующее поле E - поле индуцированных зарядов и исходного электрического поля во всех точках внутри проводника станет равным нулю (E)=0.

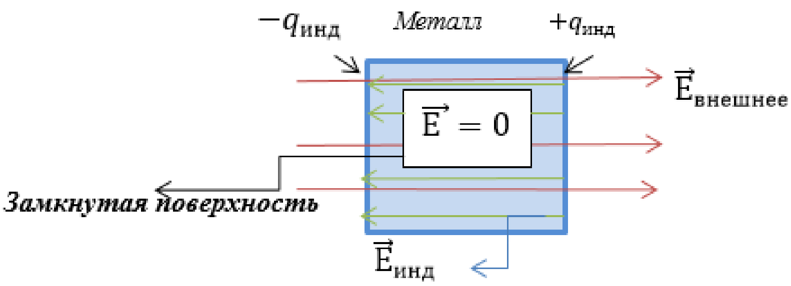


Рисунок 2.1- Поле металлического проводника, помещенного во внешнее электрическое поле

Выберем любую замкнутую поверхность внутри такого проводника на рисунке 2.1 и проведем рассуждения:

1. Поток вектора E через выбранную поверхность равен нулю, следовательно, согласно теореме Гаусса, внутренний заряд $q_{внутр}$ равен нулю. Таким образом, внутри проводника избыточных зарядов нет. Весь избыточный заряд находится в тонком поверхностном слое проводника, с поверхностной плотностью σ, различной для разных точек его поверхности. Для произвольной точки поверхности проводника поверхностная плотность $\sigma=kq$, где k-функция координат рассматриваемой точки. Эта функция зависит от формы и размеров проводника и больше там, где радиус кривизны поверхности меньше. Каждая новая порция заряда, переданная проводнику, распределится также, как и предыдущая.

2. На сновании связи потенциала и напряженности поля $\mathrm{E}_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l}$, примененной к любым двум точкам проводника, можно заключить, что точки объема проводника и на его поверхности имеет одинаковый потенциал (рисунок 2.2).

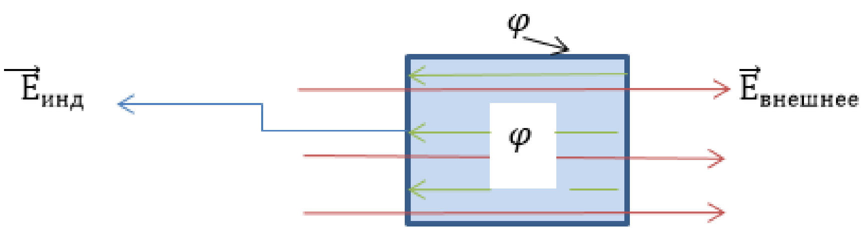


Рисунок 2.2 - Равенство потенциалов в объеме и на поверхности проводника

3. Используя теорему Гаусса, можно показать, что вне проводника, вблизи его поверхности, напряженность направлена перпендикулярно его поверхности и зависит от поверхностной плотности индуцированных зарядов σ в соответствии с выражением $\mathrm{E}_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$, где E_n- проекция вектора напряженности на внешнюю по отношению к проводнику нормаль n.

Проверяем себя

Инструкция: Решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Проводящему однородному шару передан заряд Q (рисунок 2.3). Для потенциалов точек шара справедливо:

А. $\varphi_1 > \varphi_3 > \varphi_2$

Б. $\varphi_1 = \varphi_3 = \varphi_2$

В. $\varphi_1 < \varphi_3 < \varphi_2$

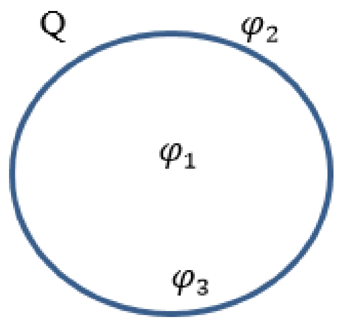


Рисунок 2.3 - Шару передан заряд Q

2. Проводящему телу передан заряд Q (рисунок 2.4). Для потенциалов точек тела и поверхностной плотности заряда σ справедливо:

А. $\varphi_3 > \varphi_4 > \varphi_1$, σ_3=σ_2=σ_1

Б. $\varphi_3 < \varphi_4 < \varphi_1$, $\sigma_3 > \sigma_4 > \sigma_2$

В. $\varphi_3 = \varphi_4 = \varphi_1$, $\sigma_3 > \sigma_4 > \sigma_2$

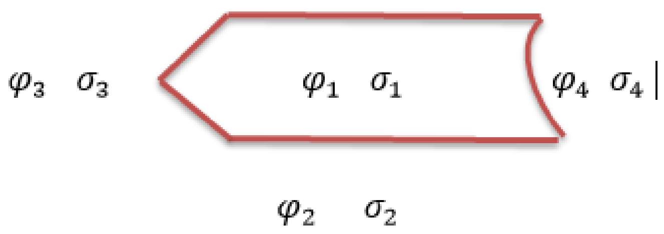


Рисунок 2.4 – Проводящему телу передан заряд Q

3. Проводящая сфера находится в поле точечного заряда +q (рисунок 2.5). Как примерно направлены линии напряженности вблизи поверхности сферы?

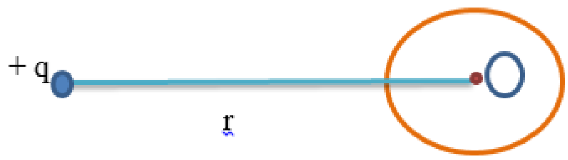
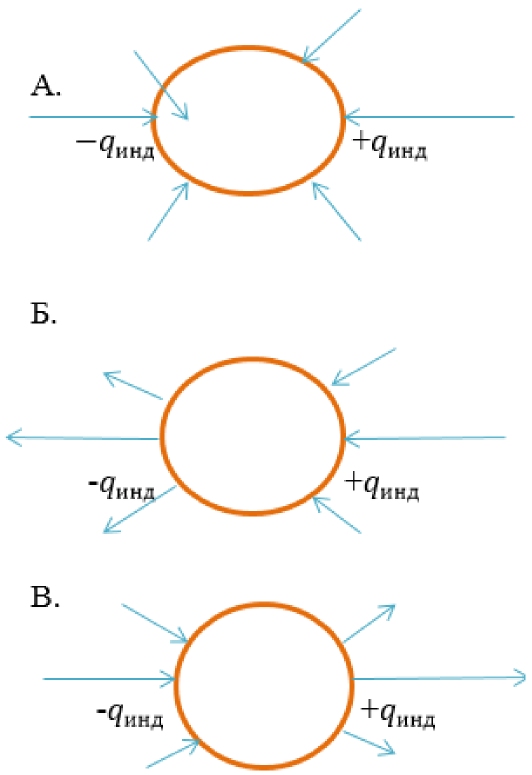


Рисунок 2.5 – Проводящая сфера в поле точечного заряда



1.3 Замкнутая проводящая оболочка: виды и свойства

Знание:

- теорема Гаусса для поля в вакууме: поток вектора напряженности E сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме зарядов, охватываемых этой поверхностью, деленной на электрическую постоянную ε_0.
- заряд Q, распределенный в некотором объеме V,с объемной плотностью ρ, равен $Q = \quad \rho dV$.

- поверхностная плотность заряда σ определяется как заряд, приходящийся на единицу площади поверхности, на которой он распределен: $\sigma = \frac{Q}{S}$.

Понимание механизма электронейтральности проводника, помещенного во внешнее поле Е; экранирования внешнего поля полостью, окруженной замкнутой проводящей оболочкой; проникновения поля зарядов, помещенных в такую полость, в пространство, окружающее оболочку; заземление оболочки как экранирование зарядов полости от внешнего пространства.

Разбираем тему

Рассмотрим металлическое тело, помещенное во внешнее электростатическое поле Е (рисунок 3.1).

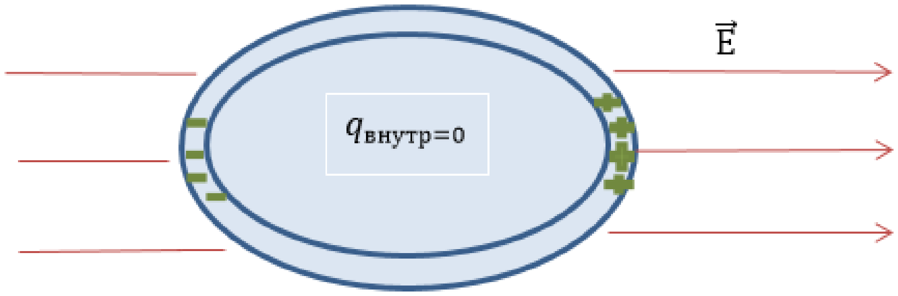


Рисунок 3.1 Металлический проводник во внешнем электростатическом поле

Вследствие электростатической индукции избыточный заряд распределится на поверхности проводника, внутри проводника установится электрически нейтральная среда (рисунок 3.2). Если удалить некоторое количество вещества из выбранного объема внутри него, то это ничего не изменит в распределении избыточных зарядов на наружной поверхности. В выбранном объеме напряженность поля $E_{\text{внутр}} = 0$. Останется проводящая замкнутая оболочка-экран, которая «защищает» внутреннее пространство проводника от внешнего поля. Такая экранирующая оболочка, сплошная или сетчатая, защищает технические устройства от влияния внешних электрических полей (электростатическая защита) (рисунок 3.2).

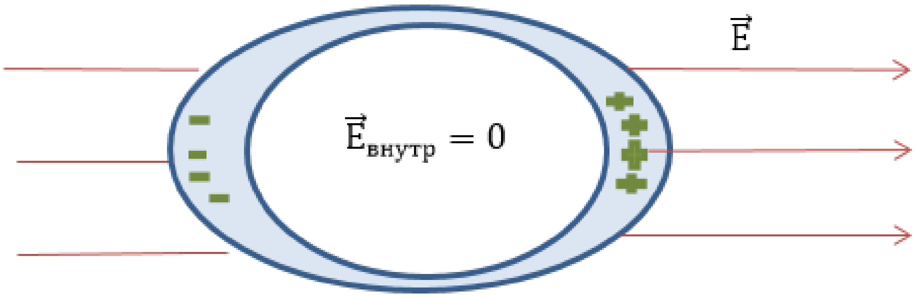


Рисунок 3.2 - Замкнутая проводящая оболочка-экран

Безграничная проводящая плоскость тоже является замкнутой проводящей оболочкой.

1. *Внутри полости находится заряд.*

Рассмотрим другую ситуацию. Пусть внутри полости распределен заряд +Q с объемной плотностью ρ, который равен

$$Q = \quad \rho dV,$$

интегрирование проводится по объему полости (рисунок 3.3).

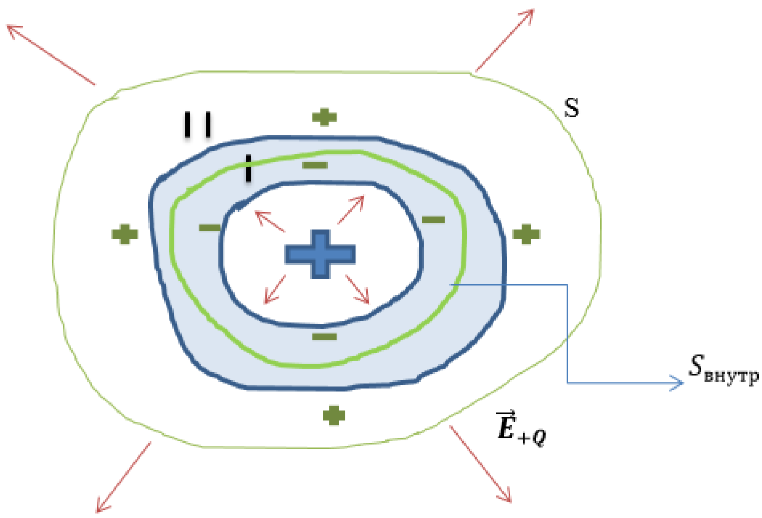


Рисунок 3.3 Электрический заряд внутри проводящей замкнутой оболочки

Вследствие электростатической индукции на поверхности I оболочки (внутренняя ее поверхность) образуется отрицательный избыточный заряд.

Найдем этот заряд. Проведем внутри проводящей оболочки гауссову поверхность $S_{\text{внутр}}$ и запишем теорему Гаусса в виде

$$E \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \quad \rho dV.$$

Интегрирование слева ведется по площади $S_{\text{внутр}}$, а справа – по объему V внутри замкнутой оболочки.

Для напряженности поля E вблизи поверхности I запишем

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} n,$$

где n –нормаль к данной поверхности, направленная внутрь объема полости, σ-поверхностна плотность зарядов на ней.

Для dS имеем противоположное направление, так как вектор-площадка сонаправлена с внешней к поверхности I нормалью. Следовательно, теорема Гаусса примет вид

$$- \quad \sigma dS = \quad \rho dV = Q.$$

Из последнего выражения видно, что на поверхности I индуцируется заряд, равный заряду, находящемуся внутри полости, но с противоположным знаком.

Внутри замкнутой оболочки поля нет, следовательно, на поверхности II (внешняя поверхность оболочки) индуцируется положительный заряд, модуль которого равен Q.

Выберем гауссову поверхность S (рисунок 3.3), внутри которой находится оболочка с полостью, и применим теорему Гаусса, учитывая, что полный заряд внутри выбранной поверхности равен +Q (оболочка электронейтральна). Тогда

$$\mathrm{E} \cdot dS = \frac{Q}{\varepsilon_0} \neq 0.$$

Таким образом, во внешнем пространстве, окружающем замкнутую проводящую оболочку, существует поле E_{+Q}. Поле зарядов, помещенных внутрь полости, не экранируется полостью.

2. Заряд помещен внутрь полости, внешняя поверхность замкнутой проводящей оболочки заземлена.

Продолжим рассуждения с ситуацией, рассмотренной в пункте 1. Соединим внешнюю поверхность с зарядом +Q с Землей – большим проводящим телом, заполняющим все пространство вокруг оболочки и соприкасающегося с ней (см. рис. 3.4).

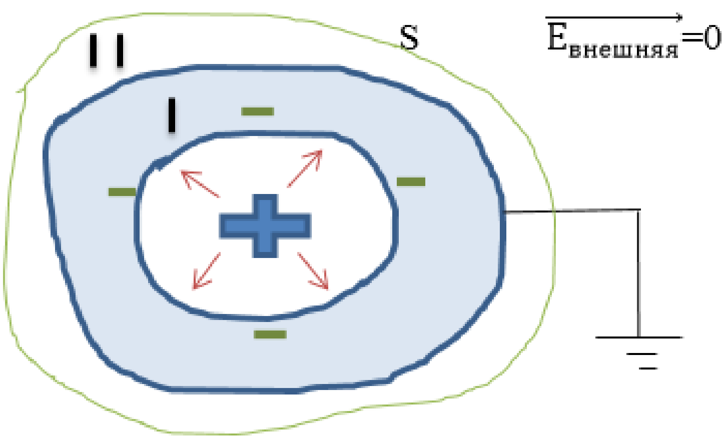


Рисунок 3.4- Экранирование внешнего пространства от зарядов внутри полости посредством заземления

Все заряды с поверхности II оболочки уйдут на Землю. Применяя теорему Гаусса для любой поверхности S, проведенной в окружающей оболочку среде (или при удалении среды из этой области), получим, что напряженность $E_{\text{внешняя}}$=0. Таким образом, заземленная оболочка экранирует внешнее пространство от заряда внутри полости.

Проверяем себя

Инструкция: Решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Для поля заряда q, равномерно распределенного по поверхности сферы радиуса R, проекция вектора напряженности E на радиус-вектор r, проведенный из центра сферы-точки O, на расстоянии $r \geq R$ от ее центра, определяется

$$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}.$$

Определите напряженность E_r, которую создает в точке A точечный заряд Q, находящийся внутри электрически нейтральной оболочки с наружной сферической поверхностью (рисунок 3.5).

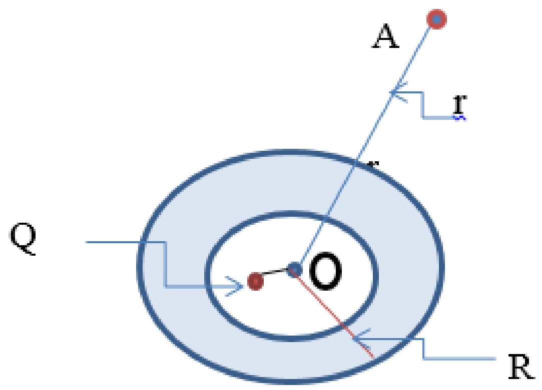


Рисунок 3.5 Определение напряженности в точке A

А. $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

Б. $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}$

В. $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$.

2. Для поля заряда q, равномерно распределенного по поверхности сферы радиуса R, потенциал φ вне сферы определяется

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}.$$

Определите потенциал φ, который создает в точке A точечный заряд Q, находящийся внутри электрически нейтральной оболочки с наружной сферической поверхностью (рисунок 3.6).

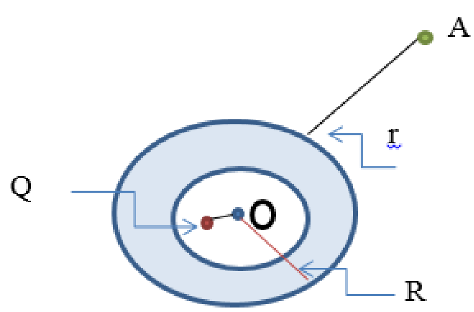


Рисунок 3.6 Определение напряженности в точке A

А.$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

Б. φ=$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$.

В. φ=$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r-R}$

3. Точечный заряд +Q находится на расстоянии r от центра – точки O незаряженного сферического проводящего слоя (рисунок 3.7). Радиусы внутренней и внешней поверхностей слоя равны соответственно R_1 и R_2. Чему равен потенциал φ в точке О, если $r < R_1$?

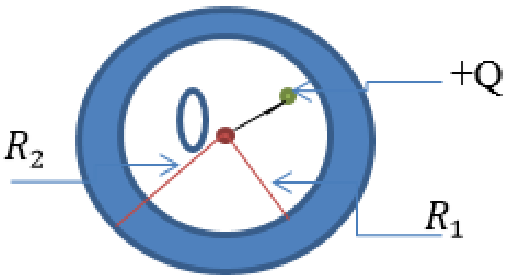


Рисунок 3.7 - Определение потенциала внутри полости

А.φ= $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$

Б. φ= $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_1})$

В. φ= $\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r} + \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$

1.4 Заряженный проводящий шар в центре толстостенной проводящей незаряженной сферической оболочки

Знание:

•для $r \geq R$ модуль напряженности поля E_r шара и сферы с равномерно распределенным в вакууме поверхностным зарядом Q определяется как $E_r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$;

•для $r< R$ напряженности поля E_r шара и сферы с равномерно распределенным в вакууме поверхностным зарядом равна нулю ($E_r = 0$);

• для $r\geq R$ потенциал φ поля шара и сферы с равномерно распределенным в вакууме поверхностным зарядом Q определяется как $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$;

• весь объем сферы с равномерно распределенным в вакууме поверхностным зарядом Q эквипотенциален, а потенциал φ каждой точки внутри сферы равен потенциалу на ее поверхности $\varphi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$.

• принцип суперпозиции электрических полей для системы n-дискретно распределенных зарядов: $E = {}_i^n E_\iota$, где E_ι-напряженность в точке пространства поля, которое создает один i-ый заряд системы;

• принцип суперпозиции потенциалов: при наложении электрических полей их потенциалы складываются алгебраически, то есть $\varphi = {}_i^n \varphi_i$; ! при применении принципа суперпозиции потенциалов следует помнить, что φ и φ_i обращаются в нуль в бесконечно удаленной точке (для всех накладывающихся полей существует одинаковый выбор точки ($r\to \infty$), в которой потенциал считается равным нулю).

Понимание характера распределения напряженности и потенциала системы «заряженный шар + толстостенная проводящая незаряженная сферическая оболочка».

Разбираем тему

Пусть металлический шар радиусом R_0 имеет заряд +Q. Шар помещен в центр толстостенной проводящей незаряженной сферической оболочки с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 (рисунок 4.1). Определим зависимости модуля напряженности *E(r)* и потенциала точек поля $\varphi(r)$ от расстояния *r* до центра шара в областях 1,2 и 3 на рисунке.

1. Электрическое поле заряженного металлического шара вызывает явление электростатической индукции в толстостенной проводящей незаряженной сферической оболочке. В результате на сферической поверхности радиусом R_1 возникнет

индуцированный заряд $-Q$, а на поверхности радиусом R_2 –индуцированный заряд $+Q$.

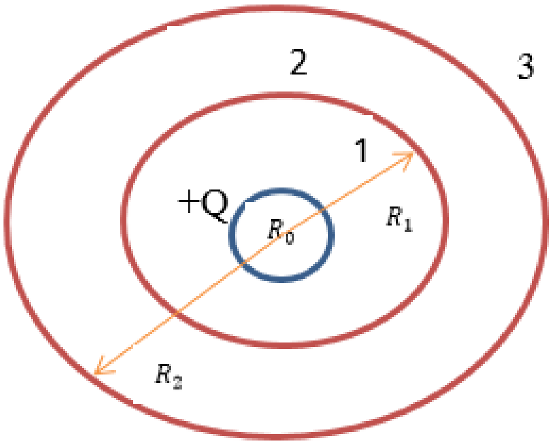


Рисунок 4.1 Электрическое поле системы «заряженный шар + толстостенная проводящая незаряженная сферическая оболочка»

2. Для области 1 ($R_0 < r < R_1$): напряженность $E(r)$ создается заряженным шаром и определяется выражением $E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$; потенциал создается заряженным шаром, индуцированным зарядом на сферической поверхности радиусом R_1 и индуцированным зарядом на сферической поверхности радиусом R_2, то есть

$$\varphi(r)=\frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}.$$

3. Для области 2 ($R_1 < r < R_2$): напряженность электрического поля $E_{об} = 0$; потенциал поля определится выражением

$$\varphi(r)=\frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}.$$

4. Для области 3 ($r > R_2$): напряженность равна $E(r)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$; потенциал равен

$$\varphi(r)=\frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{+Q}{4\pi\varepsilon_0 r}.$$

Электрическое поле в областях 1, 2 и 3 представлено с помощью силовых линий на рисунке 4.2.

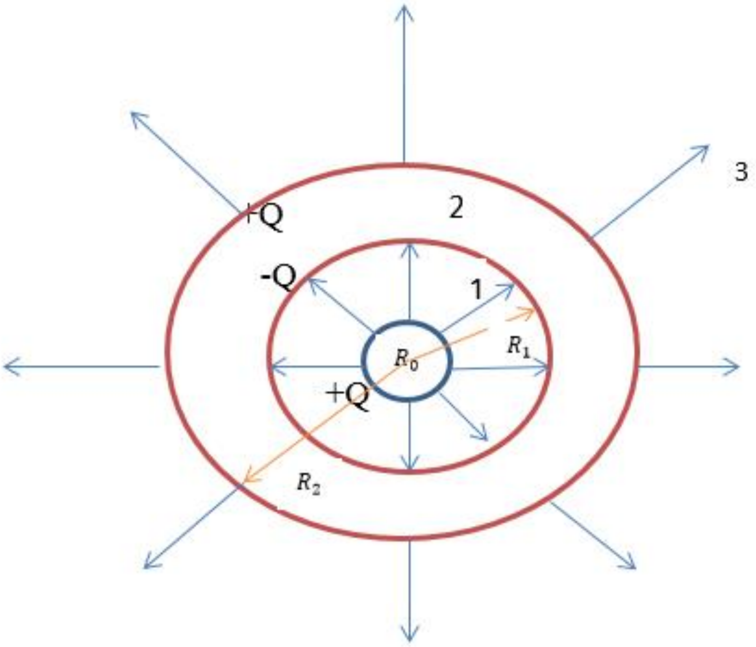


Рисунок 4.2 - Графическое изображение электрического поля системы «заряженный шар + толстостенная проводящая незаряженная сферическая оболочка»

Обсудим другую ситуацию: выясним, как изменится потенциал металлического шара радиусом R_0 с зарядом +Q в случае, если его поместить в центр толстостенной проводящей незаряженной сферической оболочки с внутренним радиусом R_1 и внешним R_2 (рисунок 4.1).

1. Потенциал шара в отсутствии оболочки определится: $\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R_0}$.

2. При помещении шара в центр толстостенной проводящей незаряженной оболочки индуцированный заряд $-Q$ на сферической поверхности радиусом R_1 создает на поверхности шара потенциал $\varphi_{R_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{R_1}$. Индуцированный заряд $+Q$ на сферической поверхности радиусом R_2 создает на поверхности шара потенциал $\varphi_{R_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+Q}{R_2}$.

3. По принципу суперпозиции новый потенциал на поверхности шара найдем следующим образом:

$$\varphi_{01} = \varphi_0 + \varphi_{R_1} + \varphi_{R_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R_0} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-Q}{R_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+Q}{R_2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}Q\left(\frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right).$$

4. В результате изменение потенциала на шаре при помещении его в центр толстостенной проводящей незаряженной оболочки равно:

$$\frac{\varphi_{01}}{\varphi_0} = \frac{1}{R_0} \quad \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \ .$$

Проверяем себя

Инструкция: Решите задачи и выберите один правильный вариант ответа

1. Точечный заряд q расположили на одной прямой с центром незаряженной сферы, на расстоянии r друг от друга (рисунок 4.3). Потенциал сферы равен

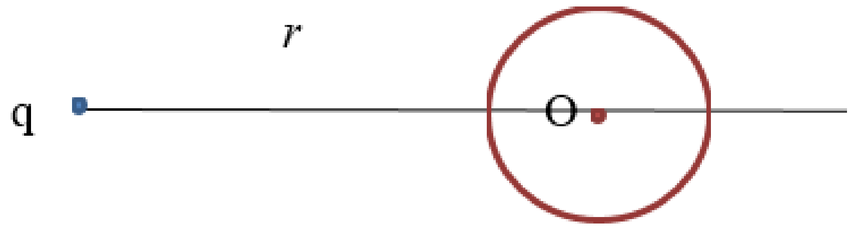


Рисунок 4.3 – Незаряженная сфера в поле точечного заряда

А. $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

Б. $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

В. $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}$

2.Концентрическую проводящую сферу радиусом R_1, имеющую заряд Q_1, окружают концентрической проводящей сферой радиусом R_2 с зарядом Q_2 так, что центры сфер совпадают (рисунок 4.4). Чему должен быть равен заряд Q_2, чтобы потенциал внутренней сферы стал равен нулю?

А.$Q_2 = Q_1\frac{R_1}{R_2}$

Б. $Q_2 = Q_1\frac{R_2}{R_1}$

В. $Q_2 = -Q_1\frac{R_1}{R_2}$

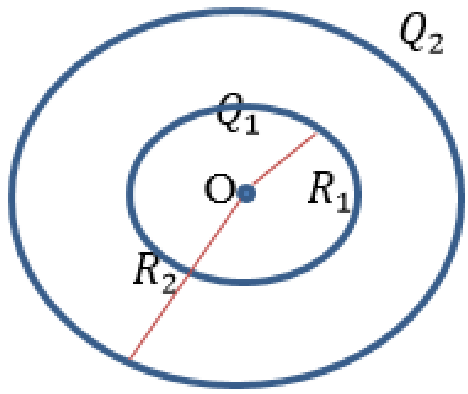


Рисунок 4.4 – Две концентрические заряженные сферы (потенциал внутренней сферы равен нулю)

3. Определите изменение потенциала заряженного проводящего шара, имеющего заряд $-Q$ и радиус R_0 при помещении его в центр толстостенной проводящей незаряженной сферической оболочки с внутренним радиусом R_1 и внешним радиусом R_2 (рисунок 4.5).

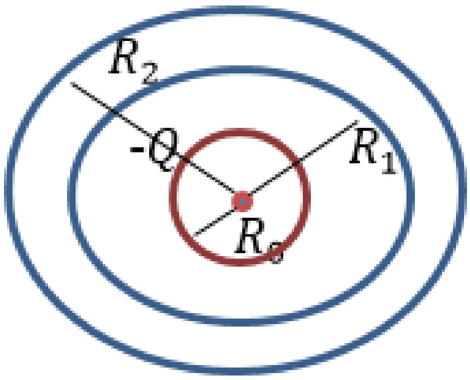


Рисунок 4.5 – Определение изменения потенциала заряженного проводящего шара

А. $\frac{\varphi_{01}}{\varphi_0} = \frac{1}{R_0} \quad - \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Б. $\frac{\varphi_{01}}{\varphi_0} = \frac{1}{R_0} \quad \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

В. $\frac{\varphi_{01}}{\varphi_0} = \frac{1}{R_0} \quad - \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$

1.5 Заземление проводящих оболочек или концентрических тонких металлических сфер

Знание:

- потенциал металлического шара, имеющего радиус R и заряженного до потенциала φ, определяется формулой $\varphi = k\frac{Q}{R}$, где Q-заряд шара, $k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$;
- принцип суперпозиции потенциалов, создаваемых электрическими зарядами $q_1, q_2 \dots . q_i$: алгебраическая сумма (с учетом знака потенциалов) потенциалов, создаваемых системой зарядов в данной точке пространства, равна $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 + \cdots + \varphi_i$.
- заземление проводящих оболочек или металлических сфер означает соединение этих тел проводником с землей, потенциал которой принят равным нулю ($\varphi_з = 0$).
- принцип суперпозиции напряженностей полей, создаваемых электрическими зарядами $q_1, q_2 \dots . q_i$: напряженность электрического поля, которую создает система зарядов в данной точке пространства, определяется как векторная сумма напряженностей электрических полей, создаваемых в данной точке каждым зарядом в отдельности, то есть $E = E_1 + E_2 + \cdots + E_i$.
- электрическое поле равномерно заряженной сферы с поверхностной плотностью зарядов σ внутри ее объема равно нулю: $E_{внутр} = 0$.

Понимание особенностей применения принципа суперпозиции потенциалов при заземлении проводящих тел в различных системах металлических проводников.

Разбираем тему

Пусть шар радиусом R_0, имеющий потенциал φ_0, окружен сферической проводящей оболочкой радиусом R рисунок 5.1 . Оболочку заземляют. Определим новый потенциал шара φ.

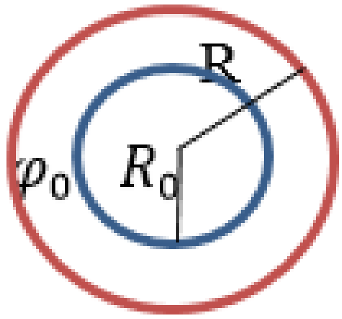


Рисунок 5.1- Заряженный шар, окруженный оболочкой

1.Потенциал шара до заземления оболочки: $\varphi_0 = k\frac{Q_0}{R_0}$.

2. Оболочку заземляют (рисунок 5.2).

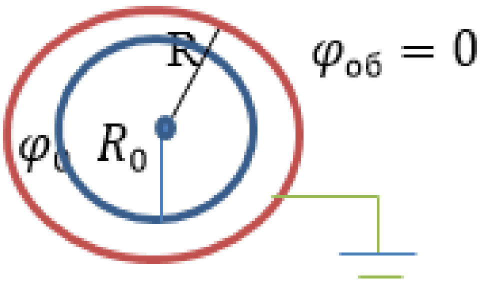


Рисунок 5.2- Заземление оболочки

В результате заземления оболочки ее потенциал равен потенциалу земли: $\varphi_{об} = 0$.

3. Применяя принцип суперпозиции потенциалов для оболочки, получим:

$$\varphi_{об} = k\frac{Q_0}{R} + k\frac{Q_{об}}{R} = 0, \qquad (1)$$

где $Q_{об}$- заряд, возникший на оболочке в результате ее заземления.

4. Определим заряд на оболочке из принципа суперпозиции потенциалов (1):

$$Q_{об} = -Q_0. \qquad (2)$$

5. Применяя теперь принцип суперпозиции потенциалов для шара, имеем:

$$\varphi = k\frac{Q_0}{R_0} + k\frac{Q_{об}}{R} = k\frac{Q_0}{R_0} - k\frac{Q_0}{R} = kQ_0 \ \ \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R} \ \ = \varphi_0(1 - \frac{R_0}{R}).$$

Рассмотрим другую ситуацию.

Три тонких концентрических сферы находятся в вакууме. Радиусы сфер R_1,R_2, R_3. Средней сфере сообщают заряд Q. Крайние сферы заземляют (рисунок 5.3). Найдем распределение напряженности и потенциала электрического поля во всех точках пространства.

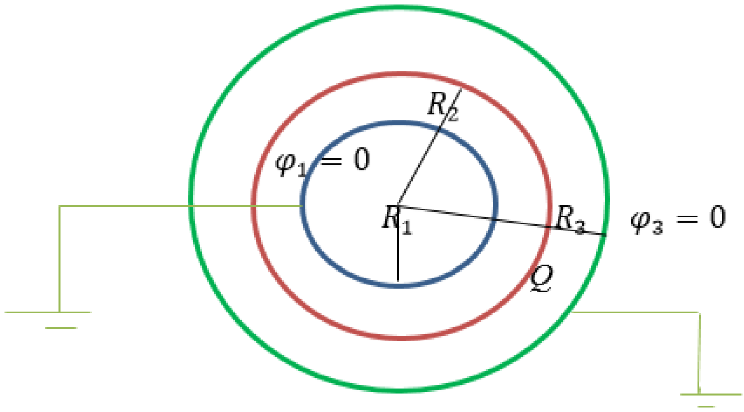


Рисунок 5.3- Заземление элементов в системе из тонких металлических сфер

1. Потенциалы заземленных сфер равны нулю:$\varphi_1 = 0$; $\varphi_3 = 0$.
2. Запишем принцип суперпозиции потенциалов для сферы радиусом R_1:

$$\varphi_1 = k\frac{Q_1}{R_1} + k\frac{Q}{R_2} + k\frac{Q_3}{R_3} = 0. \qquad (3)$$

3. Запишем принцип суперпозиции потенциалов для сферы радиусом R_3:

$$\varphi_3 = k\frac{Q_1}{R_3} + k\frac{Q}{R_3} + k\frac{Q_3}{R_3} = 0. \qquad (4)$$

4. Решая систему из выражений (3) и (4), получим:

$$Q_1 = -Q\frac{R_2 - R_3}{R_1 - R_3} \cdot \frac{R_1}{R_2}, \qquad (5)$$

$$Q_3 = Q\frac{R_3}{R_2} \cdot \frac{R_2 - R_1}{R_1 - R_3}. \qquad (6)$$

Анализ показывает, что заряды на внутренней и внешней сферах отрицательные: $Q_1 < 0$ и $Q_3 < 0$.

5. Для области пространства $0< r < R_1$ (r- расстояние от центра сфер) для потенциала и модуля напряженности электрического поля запишем:

$$\varphi(r)=k\frac{Q_1}{R_1}+k\frac{Q}{R_2}+k\frac{Q_3}{R_3},$$

$$E\ r\ = 0.$$

6. Для области пространства $R_1 < r < R_2$ для потенциала и модуля напряженности электрического поля запишем:

$$\varphi(r)=k\frac{Q_1}{r}+k\frac{Q}{R_2}+k\frac{Q_3}{R_3},$$

$$E\ r\ = k\frac{Q_1}{r^2}.$$

7. Для области пространства $R_2 < r < R_3$ для потенциала и модуля напряженности электрического поля запишем:

$$\varphi(r)=k\frac{Q_1}{r}+k\frac{Q}{r}+k\frac{Q_3}{R_3},$$

$$E\ r\ = k\frac{Q_1}{r^2}+k\frac{Q}{r^2}.$$

8. Для области пространства $r > R_3$ для потенциала и модуля напряженности электрического поля запишем:

$$\varphi(r)=k\frac{Q_1}{r}+k\frac{Q}{r}+k\frac{Q_3}{r},$$

$$E\ r\ = k\frac{Q_1}{r^2}+k\frac{Q}{r^2}+k\frac{Q_3}{r^2}.$$

Учитывая (3) и (4), можно убедиться, что напряженность электрического поля сфер при $r > R_3$ равна нулю.

Проверяем себя

Инструкция: Решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Металлический шар радиусом r поместили в тонкостенную металлическую сферу радиусом R так, что центры шара и сферы совпали (рисунок 5.4). Шар через тонкий длинный проводник, пропущенный через отверстие в сфере, соединен с Землей. Сфере сообщили заряд Q. Определите заряд q, возникший при этом на поверхности шара.

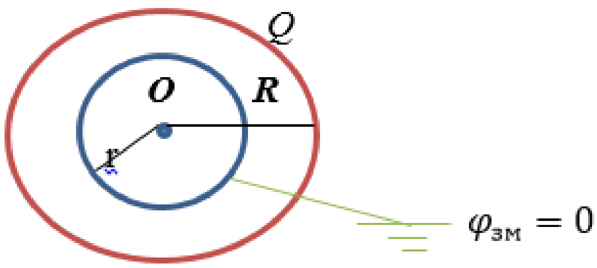


Рисунок 5.4- Заземленный шар внутри заряженной металлической сферы

А. $q=\frac{Qr}{R}$

Б. $q=-\frac{Qr}{R}$

В. $q=\frac{QR}{r}$

2. В условиях задачи 1 определите потенциал сферы φ.

А. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q+q}{R}$

Б. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q-Q}{R}$

В. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q-q}{R}$

3. В условиях задачи 1 определите потенциал φ системы в точке, лежащей на расстоянии r_1 от ее центра – точки 0 рисунок 5.4 так, что $r < r_1 < R$.

А. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{Q}{R}-\frac{q}{r_1})$

Б. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r_1}(Q-q)$

В. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{Q}{R}+\frac{q}{r_1})$

4. В условиях задачи 1 определите потенциал φ системы в точке, лежащей на расстоянии r_2 от ее центра – точки 0 рисунок 5.4 так, что $r_2 > R$.

А. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{Q}{R}-\frac{q}{r_2})$

Б. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 r_2}(Q-q)$

В. $\varphi=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{Q}{R}+\frac{q}{R})$

1.6 Соединение заряженных металлических тел проводником

Знание

- закон сохранения электрического заряда: в замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов тел (сумма с учетом знаков зарядов) остается постоянной, то есть $q = q_1 + q_2 + \cdots + q_i = const$;
- поверхностная плотность заряда σ определяется как заряд, приходящийся на единицу площади поверхности: $\sigma = \frac{q}{S}$;

Понимание процессов, происходящих при соединении проводником двух металлических шаров: перетекание зарядов с одного тела на другое до выравнивания потенциалов соединенных проводником тел.

Разбираем тему

Рассмотрим систему из двух металлических заряженных шаров радиусами R_1 и R_2, находящихся на расстоянии, которые много больше их радиусов. Заряды шаров Q_1 и Q_2 соответственно. Проанализируем процессы, происходящие в системе после соединения шаров тонкой металлической проволокой.

1. Определим потенциалы заряженных шаров до соединения их проволокой:

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1}{R_1},\ \varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2}{R_2}.$$

2. Заряженные шары соединили тонкой металлической проволокой. Заряд будет перетекать от шара с большим потенциалом к шару с меньшим потенциалом. Перетекание заряда будет происходить до тех пор, пока потенциалы шаров не выровняются, то есть $\varphi_1^I = \varphi_2^I = \varphi^I$.

3. Потенциалы шаров после соединения их проволокой определятся:

$$\varphi_1^I = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1^I}{R_1}, \varphi_2^I = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_2^I}{R_2}. \qquad (1)$$

Обратим внимание на то, что на шарах после соединения их проводником заряды изменились. Теперь они стали равны Q_1^I и Q_2^I.

4. Согласно закону сохранения заряда в замкнутой системе из двух шаров, соединенных проводником, должно выполниться:

$$Q_1 + Q_2 = Q_1^I + Q_2^I. \qquad (2)$$

5.Определим новые заряды на шарах. Воспользуемся выражениями (1), получим:

$$\frac{Q_1^I}{R_1} = \frac{Q_2^I}{R_2}. \qquad (3)$$

Решая систему из выражений (3) и (4), получим:

$$Q_1^I = \frac{(Q_1+Q_2)R_1}{R_1+R_2}, \; Q_2^I = \frac{(Q_1+Q_2)R_2}{R_1+R_2}.$$

6. Найдем отношение поверхностных плотностей зарядов $\frac{\sigma_1^I}{\sigma_2^I}$ на шарах после соединения их проводником. Запишем выражение для поверхностных плотностей зарядов на шарах:

$$\sigma_1^I = \frac{Q_1^I}{S_{1\text{пов}}} = \frac{Q_1+Q_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{R_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}, \qquad (4)$$

$$\sigma_2^I = \frac{Q_2^I}{S_{2\text{пов}}} = \frac{Q_1+Q_2}{R_1+R_2} \cdot \frac{R_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2^2}. \qquad (5)$$

Возьмем отношение выражений (4) и (5), получим:

$$\frac{\sigma_1^I}{\sigma_2^I} = \frac{R_2}{R_1}. \qquad (6)$$

Таким образом, из (6) видно, что поверхностная плотность зарядов на шарах обратно пропорциональна их радиусам.

Следующий пример объединяет с предыдущим то, что используют проводник для соединения заряженного шара с другим телом - незаряженной сферической проводящей оболочкой. Проанализируем процессы, которые будут возникать в таком случае.

Металлический шар радиусом *r*, заряженный до потенциала φ_0, окружают сферической проводящей оболочкой радиусом *R*. Центры шара и оболочки совпадают. Выясним, как изменится потенциал шара, если его на короткое время соединить проводником с оболочкой.

1.До соединения шара и оболочки потенциал шара определяется

$$\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}, \qquad (1)$$

где q-заряд шара (рисунок 6.1).

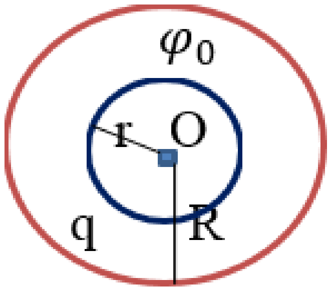


Рисунок 6.1- Заряженный шар окружен незаряженной проводящей оболочкой

2. Определим из (1) заряд шара:

$$q=\varphi_0 r 4\pi\varepsilon_0. \qquad (2)$$

3. После соединения шара и оболочки образуется один проводник. Весь заряд q равномерно распределится по внешней поверхности оболочки (рисунок 6.2).

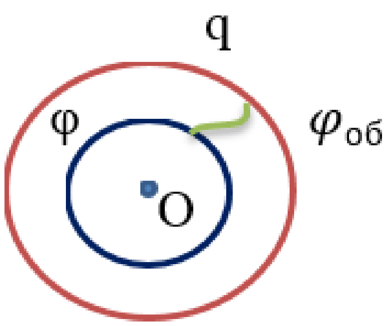


Рисунок 6.2- Статическое равновесие зарядов на внешней поверхности оболочки

4. Потенциал оболочки определится следующим образом:

$$\varphi_{об} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}. \qquad (3)$$

5. В каждой точке внутри оболочки потенциал равен $\varphi_{об} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}$. Следовательно, потенциал на поверхности шара будет равен

$$φ=\varphi_{об} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R}. \qquad (4)$$

6. Найдем изменение потенциала шара Δφ вследствие соединения его проводником с проводящей оболочкой:

$$\Delta φ=φ - \varphi_0= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\;\frac{1}{R}-\frac{1}{r}\; = \varphi\;\frac{r}{R}-1\;.$$

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Шар радиусом $R_1 = 40$ см, заряженный до потенциала φ_1 =2000 В, соединяют с незаряженным шаром длинным проводником. В результате соединения шаров их потенциалы стали равны $\varphi_2 = 500$ В. Определите радиус второго шара R_2.

А. $R_2 = R_1\;\frac{\varphi_1}{\varphi_2}+1\; = 160$ см

Б. $R_2 = R_1\;\frac{\varphi_1}{\varphi_2}-1\; = 120\ c$м

С. $R_2 = R_1\;1-\frac{\varphi_2}{\varphi_1}\; = 30\ c$м

2. Шар диаметром d_1 =20 см и зарядом q_1=12·10^{-10}Кл соединяют длинной тонкой проволокой с шаром диаметром $d_2 = 60$ см и зарядом $q_2 = -4\cdot 10^{-9}$Кл. Определите заряды шаров q_1^I и q_2^I после их соединения.

А. $q_1^1 = \frac{q_1+q_2}{d_1+d_2}d_2 = -2{,}1\cdot 10^{-9}$Кл, $q_2^1 = \frac{q_1+q_2}{d_1+d_2}d_2 = -2{,}1\cdot 10^{-9}$Кл

Б. $q_1^1 = \frac{q_1+q_2}{d_1+d_2}d_1 = -0{,}7\cdot 10^{-9}$Кл, $q_2^1 = \frac{q_1+q_2}{d_1+d_2}d_1 = -0{,}7\cdot 10^{-9}$Кл

С. $q_1^1 = \frac{q_1+q_2}{d_1+d_2}d_1 = -0{,}7\cdot 10^{-9}$Кл, $q_2^1 = \frac{q_1+q_2}{d_1+d_2}d_2 = -2{,}1\cdot 10^{-9}$Кл

3. В условиях предыдущей задачи 2 найдите заряд Δq, который переместится по проводнику при соединении шаров.

А. 0,95·10^{-9} Кл

Б. -0,05·10^{-9} Кл

С. 0,05·10^{-9} Кл

1.7 Слияние маленьких одинаковых заряженных металлических капель в одну большую

Знание:

• потенциал шара в вакууме определяется как φ=$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$, где R - радиус шара, Q-его заряд;

•потенциал шара, находящегося в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью ε, уменьшается в ε раз, то есть $\varphi_{д} = \frac{\varphi}{\varepsilon} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$;

• закон сохранения электрического заряда: в замкнутой системе алгебраическая сумма зарядов тел (сумма с учетом знаков зарядов) остается постоянной, то есть $q = q_1 + q_{2+} + \cdots + q_i = const$;

• объем шара считаем по формуле:V=$\frac{4}{3}\pi R^3$;

• объем фигуры V, состоящей из N фигур объемами V_1, $V_2 \ldots . V_i$, равен $V = \ {}_1^i V_i$.

Понимание особенностей процесса слияния маленьких одинаковых заряженных металлических капель в одну большую.

Разбираем тему

Если N маленьких одинаковых капель, например, ртути, заряженных одноименно до потенциала φ_0, сливаются в одну большую, и нам нужно определить потенциал φ образовавшейся капли, то анализ процесса можно провести следующим образом:

1. Маленькая заряженная капля - шар с радиусом r и зарядом q_0 . Потенциал одной капли равен:

$$\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0}{r}. \qquad (1)$$

2. Из (1) определим заряд одной капли:

$$q_0 = 4\pi\varepsilon_0 r\varphi_0. \qquad (2)$$

3. Найдем суммарный заряд всех маленьких капель:

$$Q = n \cdot q_0. \tag{3}$$

4. По закону сохранения электрического заряда заряд большой капли после слияния *n* маленьких равен $Q = n \cdot q_0$.

5. Объем маленькой капли:

$$V_0 = \frac{4}{3}\pi r^3. \tag{4}$$

6. Объем большой капли:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3. \tag{5}$$

7. Учитывая, что для объемов справедливо $V = nV_0$, и, используя (4) и (5), получим:

$$R = r\sqrt[3]{n}. \tag{6}$$

8. В результате потенциал большой капли определится следующим образом:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{n \cdot q_0}{r\sqrt[3]{n}} = \varphi_0\sqrt[3]{n^2}.$$

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Восемь маленьких одинаковых одноименно заряженных капелек ртути с радиусом $r = 10$ *мм* и с зарядом $q = 2 \cdot 10^{-9}$ Кл, находящихся в воде, сливаются в одну большую каплю. Найдите потенциал большой капли φ. Диэлектрическая проницаемость воды $\varepsilon = 81$.

А. φ = 9 В

Б. φ = 90 В

В. φ = 0,9 В

2. В условиях предыдущей задачи найдите поверхностную плотность заряда σ на поверхности большой капли.

А. $\sigma = 1{,}9 \cdot 10^{-6}\ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

Б. $\sigma = 1{,}9 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

В. σ = 1,9 $\cdot 10^{-7}$ $\frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

3. Полученную в условиях предыдущих задач большую каплю поместили в воздух. Какой модуль максимального заряда $Q_{\text{макс}}$ можно поместить на большую каплю, чтобы вблизи нее произошел пробой (проскочила искра)? Пробой в воздухе наступает при напряженности электрического поля E$\approx$ $3 \cdot 10^6 \frac{\text{В}}{\text{м}}$.

А. 6,7$\cdot 10^{-6}$ Кл

Б. 6,7$\cdot 10^{-9}$ Кл

В. 6,7$\cdot 10^{-8}$ Кл

1.8 Определение напряженности электрического поля E внутри полости в заряженном шаре

Знание

- объемная плотность заряда ρ определяется как отношение заряда Δq к объему ΔV, в котором он распределен: $\rho = \frac{\Delta q}{\Delta V}$;
- напряженность E_r сферически симметричного электрического поля, создаваемого заряженным с объемной плотностью ρ шаром с радиусом R, на расстоянии r от центра шара, в области $r \leq R$ определяется: $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qr}{R^3} = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}$ или в векторной форме $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r$.
- принцип суперпозиции напряженностей: если в данной точке пространства различные заряды создают электрическое поле, то результирующая напряженность в данной точке определится как векторная сумма напряженностей, создаваемых в этой точке каждым зарядом в отдельности, то есть $E = \sum_1^n E_i$;
- поляризованность диэлектрика $P = \varkappa\varepsilon_0 E$=$(\boldsymbol{\varepsilon} - 1)\varepsilon_0 E$.

Понимание способа определения напряженности электрического поля в полости заряженного шара.

Разбираем тему

Объемная плотность ρ заряженного шара $\rho > 0$. Внутри этого шара находится сферическая полость. Расстояние между центрами шара и полости L. Найдем направление и модуль напряженности E внутри полости (рисунок 8.1).

1. Заполним полость зарядами с объемной плотностью $+\rho$ и зарядами с объемной плотностью $-\rho$, чтобы в сумме заряд внутри полости был равен нулю (рисунок 1.8.1).

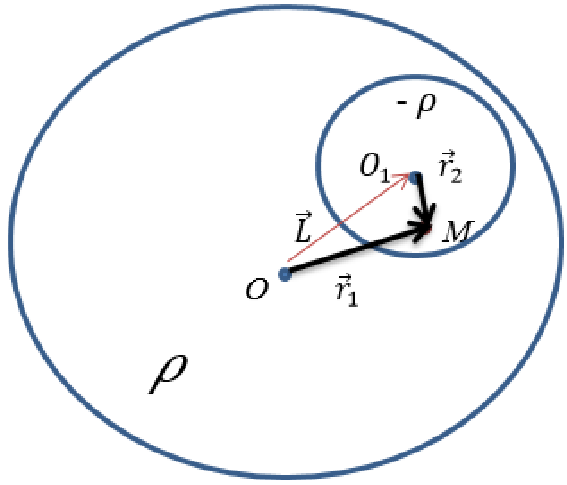


Рисунок 8.1 – Определение напряженности поля в полости заряженного шара

2. Выберем внутри полости точку *M*. Вектор напряженности $E_{+\rho}$, создаваемый шаром в точке *M,* определится как

$$E_{+\rho} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r_1,$$

где r_1 –радиус-вектор точки *M* относительно точки *O*.

Вектор напряженности $E_{-\rho}$, создаваемый полостью в точке M, определится как

$$E_{-\rho} = \frac{-\rho}{3\varepsilon_0} r_{2,}$$

где r_2 – радиус-вектор точки *M* относительно точки O_1 (рисунок 8.1).

3. По принципу суперпозиции напряженностей, создаваемых в точке М, запишем:

$$E = E_{+\rho} + E_{-\rho} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r_1 - \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r_2 = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \ r_1 - \ r_2 \ = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} L, \qquad (1)$$

Где $L = (r_1 - r_2)$ - радиус-вектор точки М относительно точки О.

Из (1) видно, что:

1) Напряженность E электрического поля в полости не зависит от положения точки М.

2) Линии напряженности поля параллельны линии, соединяющей точки О и O_1, то есть $E \parallel L$. Электрическое поле в полости однородно.

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Два шара с радиусами R_1 и R_2 равномерно заряжены разноименными по знаку зарядами с объемной плотностью ρ и $-\rho$. Расстояние между центрами шаров определяется вектором L (рисунок 8.2). Найдите напряженность E в области пересечения двух шаров.

2. А. $E = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0} L$

3. Б. $E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} L$

4. В. $E = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} L$

2. Направление напряженности E электрического поля в области пересечения двух шаров изображено на рисунке 8.2 вектором

А. 2

Б. 3

В. 1

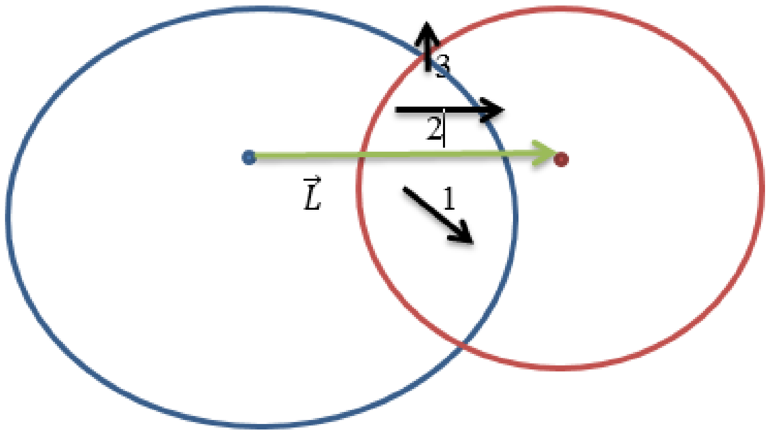


Рисунок 8.2 – Электрическое поле в области пересечения двух заряженных шаров

3. Для электрического поля в области пересечения двух заряженных шаров в условиях задачи 1 справедливо:

А. в области пересечения двух заряженных шаров поле неоднородно

Б. в области пересечения двух заряженных шаров поле однородно

В. в области пересечения двух заряженных шаров поле терпит разрыв

2 Диэлектрики в электростатическом поле

2.1 Электрические свойства диэлектриков

Знание:

- дипольный электрический момент молекулы (атома) диэлектрика p_{ei} определяется произведением заряда диполя q на его плечо l: $p_{ei} = q \cdot l$;
- вектор поляризованности P_e, определяет суммарный дипольный электрический момент молекул (атомов) диэлектрика, приходящийся на единицу малого его объема: $P_e = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^{n} p_{ei}$;
- связанные электрические заряды - это заряды, которые входят в состав атомов и молекул, а также это заряды ионов в ионных диэлектрических кристаллах.

Понимание особенностей электрических свойств диэлектрика.

Разбираем тему

К диэлектрикам относят вещества, которые плохо проводят электрический ток. Удельное электрическое сопротивление диэлектриков лежит в интервале $\rho = 10^8 \div 10^{17}$ *Ом·см.*

В классической теории электропроводности различие между электрическими свойствами диэлектриков и металлов объяснялось тем, что в металлах есть свободные электроны, а в диэлектриках они связаны с атомами. Внешнее электрическое поле не отрывает электроны от атомов, а смещает их относительно ядра.

В квантовой теории твердого тела различия в свойствах между металлами и диэлектриками объясняется различным заполнением электронами разрешенных энергетических зон и шириной запрещенных зон (рисунок 2.1.1). Валентная зона объединяет энергетические уровни валентных электронов атомов или ионов диэлектрика. Валентная зона полностью заполнена валентными электронами. Зоны, расположенные выше валентной, при температуре *T=0 K* пусты. Пустые зоны - это зоны проводимости. Ширина запрещенной энергетической зоны $\Delta E_{зД} \sim 5$ $эВ$ (у полупроводников, к примеру, $\Delta E_{зПл} \leq 3$ $эВ$). Под действием обычных, не слишком сильных электрических полей, электроны не могут преодолеть запрещенную зону.

Действие электрического поля приводит к поляризации диэлектрика как результату перераспределения электронной плотности в веществе. Иначе: поляризация диэлектрика заключается в появлении в любом малом его объеме ΔV, отличном от нуля, суммарного дипольного электрического момента молекул (атомов), то есть для вектора поляризованности диэлектрика для этого малого объема имеем: $P_e \neq 0$.

В зависимости от механизма поляризации различают:

1. *Электронную* поляризацию для неполярных диэлектриков , при которой у молекул индуцируется дипольный электрический момент $p_{e\iota}$ и вектор поляризованности для концентрации частиц n_0 определяется выражением

$$P_e = n_0 p_{e\iota} .$$

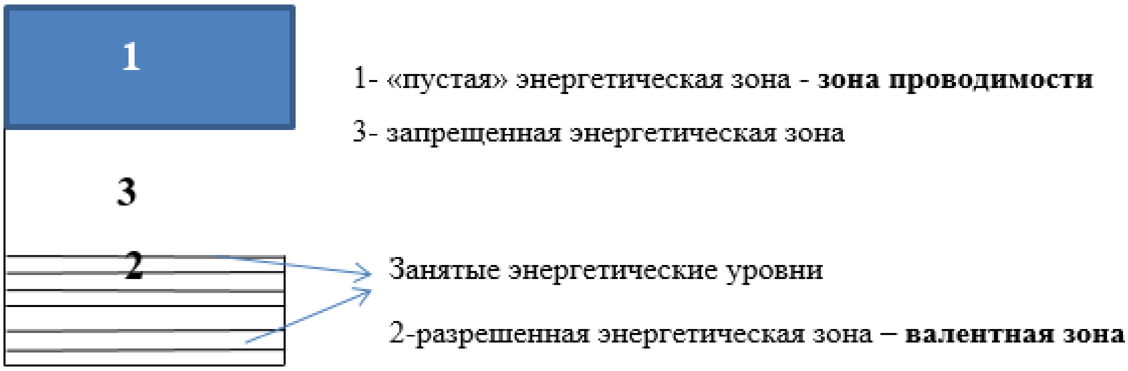


Рисунок 1.1 – Энергетические зоны в диэлектриках

2. *Ориентационную* поляризацию для полярных диэлектриков, при которой на молекулу-электрический диполь в однородном электрическом поле с напряженностью Eдействует вращающий момент $M = p_{e\iota}, E$, а вектор поляризованности $P_{e\iota}$ для не очень сильных электрических полей определяется формулой

$$P_{e\iota} = \varepsilon_0 \varkappa E,$$

где $\boldsymbol{\varkappa}$=(ε-1) - диэлектрическая восприимчивость полярного диэлектрика.

3. Ионная поляризация, например, в ионном кристалле *NaCl*, является результатом сдвига ионов друг относительно друга во внешнем электрическом поле.

В результате поляризации в диэлектрике могут возникать как поверхностные, так и объемные связанные не скомпенсированные заряды, ограниченные в своем перемещении по кристаллу.

Следствием поляризации диэлектрика во внешнем поле E является то, что результирующая напряженность поля в диэлектрике $\mathrm{E}_{\text{Д}}$ определяется следующим образом:

$$\mathrm{E}_{\text{Д}} = E + \mathrm{E}_{\text{п}},$$

$$\mathrm{E}_{\text{Д}} = E - E_{\text{п}},$$

где $\mathrm{E}_{\text{п}}$- напряженность поля, созданного поляризационными зарядами.

Отношение напряженностей внешнего поля и поля в диэлектрике $\frac{\mathrm{E}_{\text{Д}}}{\mathrm{E}}$ – диэлектрическая проницаемость ε. Эта величина связана с диэлектрической восприимчивостью формулой $\varepsilon = 1 + \varkappa$. Для большинства диэлектрических веществ диэлектрическая проницаемость $\varepsilon > 1$.

Например, если точечный заряд q помещен в однородный изотропный диэлектрик (во всех точках и во всех направлениях в диэлектрике диэлектрическая проницаемость ε одинакова), то модуль напряженности $\mathrm{E}_{\text{Д}}$, потенциал поля создаваемых эти зарядом определятся:

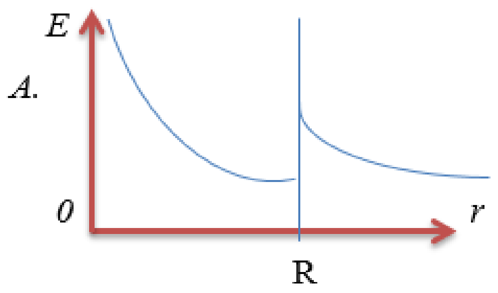
$$E_{\text{Д}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}, \varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r}, \Delta\varphi_{\text{Д}} = \frac{\Delta\varphi}{\varepsilon},$$

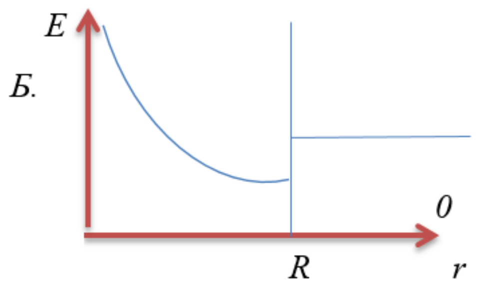
где $\Delta\varphi$ - разность потенциалов в поле заряда q в отсутствии диэлектрика.

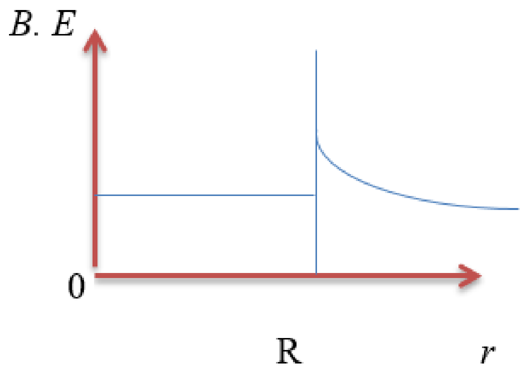
Проверяем себя

Инструкция: Решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. В центр шара радиусом *R* из однородного и изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε поместили сторонний точечный заряд Q. Зависимость напряженности *E* как функция расстояния *r* от центра шара имеет вид:







2. В условиях предыдущей задачи определите напряженность поля E на расстоянии $r=5см$ от центра шара, если радиус шара $R=15см$, заряд $Q=10мкКл$, а диэлектрическая проницаемость материала шара $\varepsilon = 2{,}5$.

А.14,4 $\frac{\text{В}}{\text{м}}$

Б. 14,4 $\frac{\text{кВ}}{\text{м}}$

В. 14,4 $\frac{\text{МВ}}{\text{м}}$

3. В условиях первой задачи определите напряженность поля E на расстоянии *r=25см* от центра шара, если радиус шара *R=15см*, заряд *Q=10мкКл*, а диэлектрическая проницаемость материала шара ε = 2,5.

А. 36 $\frac{\text{МВ}}{\text{м}}$

Б. 36 $\frac{\text{В}}{\text{м}}$

В. 36 $\frac{\text{кВ}}{\text{м}}$

2.2 Металлический заряженный шар окружен диэлектрическим сферическим слоем (слой не прилегает к шару)

Знание:

- весь объем и поверхность металлического заряженного проводника с поверхностным зарядом Q эквипотенциален;
- теорема Гаусса для электростатического поля в вакууме: поток вектора напряженности E через замкнутую поверхность S равен алгебраической сумме зарядов $q_{\text{внутр}}$ внутри этой поверхности, деленной на электрическую постоянную ε_0 , то есть $\mathrm{E} \cdot dS = \frac{1}{\varepsilon_0} q_{\text{внутр}}$;
- вектор смещения D – вспомогательный полевой вектор, учитывающий поляризованность среды, равен D=$\varepsilon\varepsilon_0 E$;
- теорема Гаусса для поля вектора D: поток вектора D через произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью, то есть $D \cdot dS = q_{\text{внутр}}$.

Понимание того, как диэлектрическая среда изменяет поле на примере металлического заряженного шара, окруженного незаряженной диэлектрической оболочкой.

Разбираем тему

Рассмотрим случай, когда металлический заряженный шар с зарядом Q и радиусом R окружен концентричным ему диэлектрическим слоем с внутренним R_1 и внешним радиусом R_2 соответственно. При этом для радиусов выполняется: $R_2 > R_1 > R$ (рисунок 2.1). Диэлектрическая проницаемость вещества слоя ε. Между шаром и слоем, а также вне слоя находится вакуум. Исследуем зависимости модуля напряженности E и потенциала φ как функции от расстояния r до центра шара.

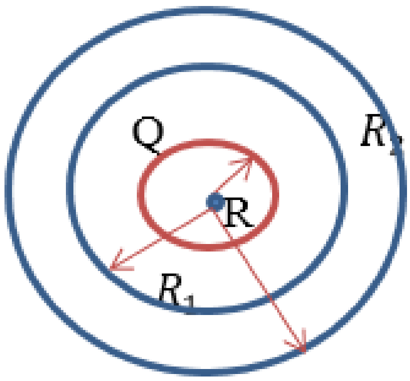


Рисунок 2.1 – Заряженный шар окружен диэлектрическим слоем

1. Диэлектрический слой не заряжен, он не нарушает сферическую симметрию системы.

2. Весь заряд Q находится на поверхности шара, поэтому при $r \leq R$ все точки его объема и все точки его поверхности будут иметь одинаковый потенциал $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$. Для определения напряженности воспользуемся теоремой Гаусса для вектора D. Выберем внутри шара сферическую гауссову поверхность радиусом r и запишем

$$D \cdot dS = 0,$$

$$D_r \cdot 4\pi r^2 = 0,$$

$$E_r = \frac{D_r}{\varepsilon_0} = 0.$$

Таким образом, внутри шара проекция вектора напряженности на направление r равна нулю.

Проведя аналогичные рассуждения для гауссовой поверхности радиусом R, получим, что на поверхности шара напряженность поля равна

$$E_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}.$$

2. В области пространства R$< r < R_1$ потенциал и напряженность поля (можно провести рассуждения, аналогичные выполненным в пункте 1) будут определяться зарядом шара Q, то есть потенциал равен $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}$, а напряженность - $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$.

3. Для области $R_1 < r < R_2$, применяя теорему Гаусса для вектора смещения D, получим для потенциала и напряженности следующие выражения: $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r}$, $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r^2}$.

4. За границей диэлектрической сферической оболочки ($r > R_2$) имеем:

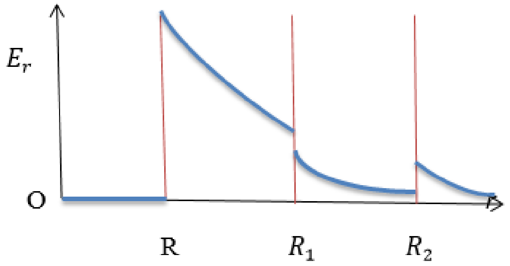
$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r}, E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

Проверяем себя

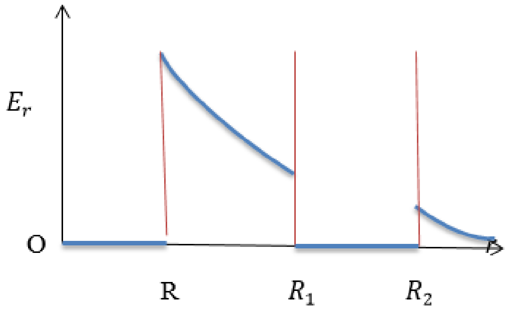
Инструкция: Решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. В условиях рассмотренной в параграфе задачи примерный график зависимости напряженности E_r точек поля от расстояния r до центра шара имеет вид:

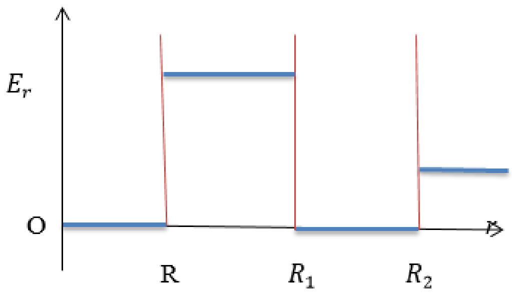
А.



Б.



В.



2. Сферическому слою из диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε, с внутренним и внешним радиусами R_1 и R_2 соответственно, сообщили положительный сторонний заряд Q. Заряд равномерно распределен по внутренней поверхности сферического слоя. Сферический слой помещен в вакуум. Используя теорему Гаусса для электрического смещения D, определите напряженность E_r для области пространства $r < R_1$.

А. $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

Б. $E_r = 0$

В. $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r^2}$

3. В условиях предыдущей задачи, используя теорему Гаусса для электрического смещения D, определите напряженность E_r для области пространства $r > R_1$.

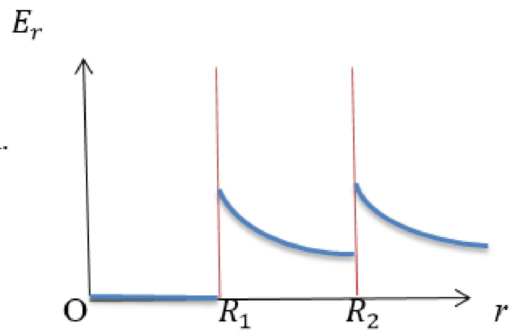
А. $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon r^2}$

Б. $E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

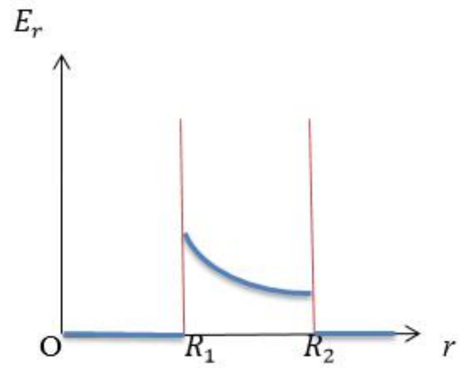
В. $E_r = 0$

4. В условиях задачи 2 примерный график напряженности E_r как функции расстояния r от центра системы имеет вид:

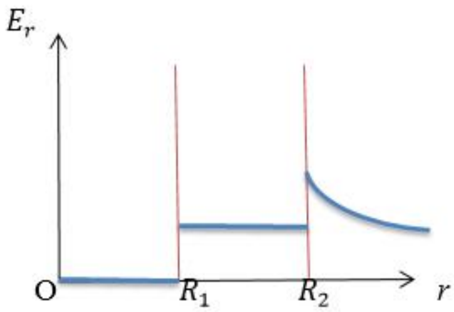
А.



Б.



В.



2.3 Металлический заряженный шар окружен диэлектрическим сферическим слоем (слой прилегает к шару)

Знание:

- потенциал φ заряженного проводящего шара с радиусом R и зарядом Q в вакууме равен φ=$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R}$;
- потенциал φ поля проводящего заряженного шара, создаваемого в некоторой точке в однородном диэлектрике, в ε раз меньше, чем в вакууме, то есть $\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon R}$.
- напряженность E_r поля равна со знаком минус градиенту потенциала: $E_r = -\frac{d\varphi}{dr}$.

Понимание распределения потенциала в поле проводящего заряженного шара, окруженного прилегающим шаровым незаряженным диэлектрическим слоем.

Разбираем тему

В данном параграфе будет исследовано изменение электрического поля проводящего шара в условиях, когда его окружают прилегающим сферическим незаряженным диэлектрическим слоем.

Пусть заряженный проводящий шар с радиусом R_0 и зарядом Q имеет первоначальный потенциал φ_0. Шар окружают прилегающим шаровым слоем диэлектрика с радиусом R и диэлектрической проницаемостью ε. Определим изменение потенциала проводящего шара $\frac{\varphi}{\varphi_0}$ (рисунок 3.1)

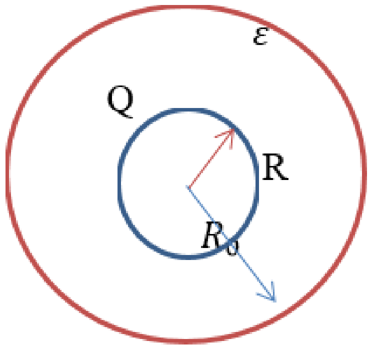


Рисунок 3.1 – Заряженный проводящий шар окружен незаряженной диэлектрической оболочкой

Проанализируем ситуацию.

1. Потенциал проводящего шара в отсутствии диэлектрика определится:

$$\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R_o}.$$

2. В результате поляризации диэлектрика на внутренней и внешней поверхностях диэлектрического слоя появятся связанные заряды противоположного знака. Для области пространства $r = R_0$ в диэлектрике потенциал поля равен

$$\varphi_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon R_0},$$

а для области пространства $r = R$ с диэлектриком равен

$$\varphi_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon R}.$$

Таким образом, разность потенциалов в диэлектрическом слое определится выражением

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R}\ .$$

3. В области пространства $r = R$, за границами диэлектрика, потенциал будет изменяться по закону:

$$\varphi_3 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R},$$

где r – расстояние от центра проводящего шара до точки, в которой определяют потенциал.

4. Используя граничные условия (при $r \to \infty, \varphi \to 0$), запишем:

$$\varphi - \varphi_3 = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R}\ .$$

Тогда для нового значения потенциала проводящего шара получим:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} + \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ \frac{1}{R_0} - \frac{1}{R}\ .$$

5. В результате для изменения потенциала проводящего шара, после необходимых преобразований получим:

$$\frac{\varphi}{\varphi_0} = \frac{R_0}{R} + \frac{R - R_0}{\varepsilon R}.$$

Из последнего выражения видно, что потенциал проводящего шара при окружении его незаряженным шаровым диэлектрическим слоем уменьшится.

Проверяем себя

Инструкция: Решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Шар из однородного диэлектрика с проницаемостью ε имеет радиус R. Сторонние заряды распределены в нем равномерно с объемной плотностью зарядов $\rho > 0$. Применяя теорему Гаусса для вектора смещения D, найдите зависимость модуля напряженности E_r от расстояния r от центра шара.

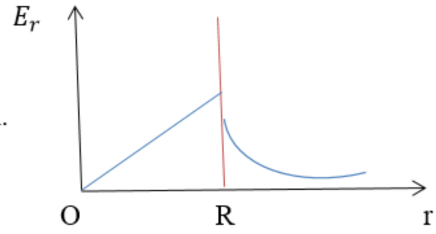
А. при $r \le R, E_r = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}r$; при $r > R, E_r = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$

Б. при $r \le R, E_r = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}r$; при $r > R, E_r = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$

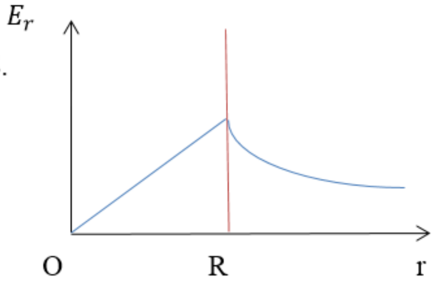
В. при $r \le R, E_r = \frac{\rho}{\varepsilon_0}r$; при $r > R, E_r = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$

2. В условиях предыдущей задачи примерный график зависимости напряженности E_r от расстояния r имеет вид:

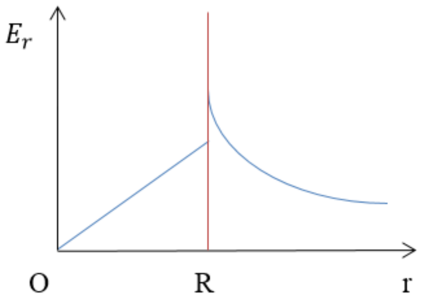
А.



Б.

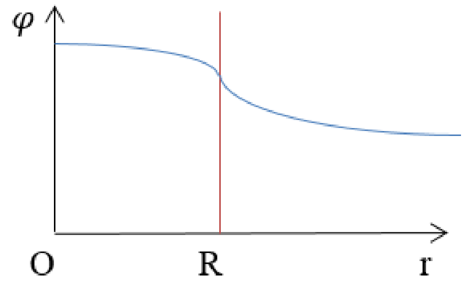


В.

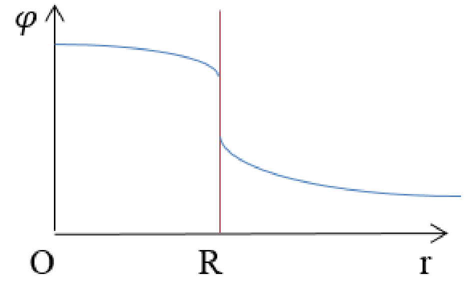


3. Зная связь напряженности поля E_r и потенциала, постройте в условиях задачи 1 примерный график зависимости потенциала как функцию расстояния r от центра шара.

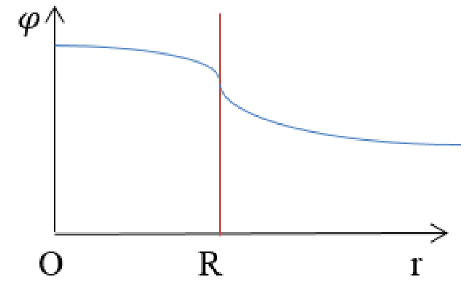
А.



Б.



В.



2.4 Определение поверхностной плотности связанных поляризационных зарядов

Знание:

• поляризованность диэлектрика P - вектор, равный дипольному моменту единицы объема вещества: $P = \frac{1}{\Delta V} \quad p_i$;

•теорема Гаусса для вектора P: поток вектора P сквозь произвольную замкнутую поверхность S равен взятому с обратным знаком избыточному связанному заряду диэлектрика в объеме, охватываемом поверхностью S, то есть $P \quad \cdot dS = -q_{\text{св.внутр.}}$;

•условие на границе проводник-диэлектрик для нормальных составляющих вектора D и внешних по отношению к проводнику нормалей n: $D_n = \sigma$;

•для однородного диэлектрика объемная плотность связанных зарядов $\rho_{\text{св}} = 0$;

•теорема Гаусса для диэлектрика: $E \cdot dS = q + q_{\text{св}} \frac{1}{\varepsilon_0}$, где $q + q_{\text{св}}$ – сторонние и связанные заряды, охватываемые поверхностью S;

•связь между векторами D и E: $D = \varepsilon\varepsilon_0 E$.

Понимание способов определения поверхностной плотности $\sigma_{\text{св}}$ связанного заряда в диэлектрике.

Разбираем тему

Пусть граница разделяет однородный изотропный диэлектрик и вакуум (рисунок 4.1). На рисунке n – общая нормаль границе раздела в выбранном месте, проведенная от диэлектрика к вакууму.

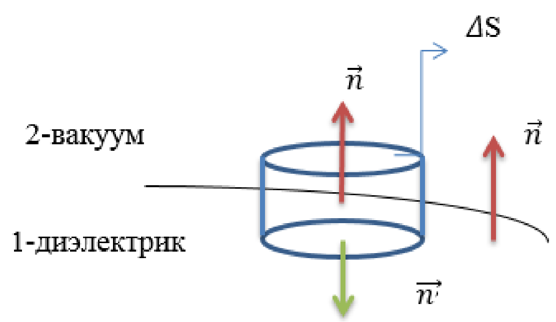


Рисунок 4.1 – Условие на границе диэлектрик-вакуум

1. При включении внешнего электрического поля диэлектрик поляризуется. Диэлектрик однородный изотропный, в нем нет свободных зарядов, поэтому объемная плотность связанных зарядов внутри него будет равна нулю. В результате поляризации в диэлектрике появится только поверхностный связанный заряд.

2. Выберем в качестве замкнутой гауссовой поверхности небольшой плоский цилиндр малой высоты. Площадь ΔS каждого торца по обеим сторонам границы

раздела мала так, чтобы во всех точках торцов вектор P , был бы одинаков. В последнем случае будет одинаковой и поверхностная плотность $\sigma_{св}$ связанных зарядов.

3. Запишем теорему Гаусса для вектора P в векторной и скалярной форме, пренебрегая потоком вектора P сквозь боковую поверхность выбранного цилиндра.

$$P \cdot dS == -q_{св.внутр.},$$

$$P_{2n}\Delta S + P_{1n'}\Delta S = -\sigma_{св}\Delta S. \qquad (1)$$

Учтем, что проекция вектора P на нормаль n в вакууме равна нулю, а проекция $P_{1n'} = -P_{1n}$, получим:

$$\boldsymbol{\sigma_{св} = P_n},$$

где P_n – проекция вектора P на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика. Важно, что знак проекции P_n определяет знак поверхностной плотности $\sigma_{св}$ связанного заряда в диэлектрике.

Учитывая, что для однородного изотропного диэлектрика выполняется $P = \boldsymbol{\varkappa}\varepsilon_0 E$, где $\boldsymbol{\varkappa}$=(1-ε) – это диэлектрическая восприимчивость вещества, запишем:

$$\boldsymbol{\sigma_{св} = \varkappa\varepsilon_0 E_n},$$

где E_n – проекция вектора E вблизи поверхности диэлектрика на внешнюю нормаль к его поверхности.

Рассмотрим другую ситуацию.

Пусть к заряженному участку у поверхности проводника прилегает однородный диэлектрик (рисунок 4.2). На границе раздела проводник - однородный диэлектрик появляются связанные заряды с поверхностной плотностью $\sigma_{св}$. Определим величину $\sigma_{св}$.

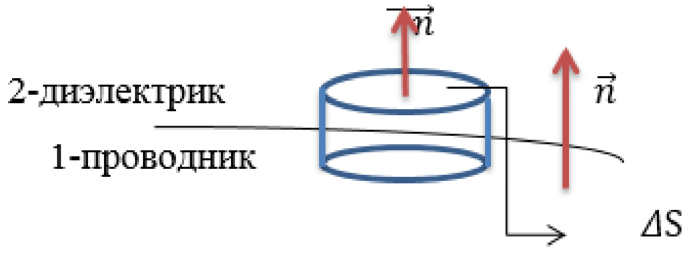


Рисунок 4.2 – Условие на границе проводник - однородный диэлектрик

1. Запишем теорему Гаусса для диэлектрика с учетом того, что на границе раздела проводника с диэлектриком есть и сторонние q, и связанные заряды $q_{\text{св}}$:

$$E \cdot dS = \frac{q+q_{\text{св}}}{\varepsilon_0}.$$

2. Для проекции вектора E на нормаль n к границе раздела площадью S имеем:

$$E_n \cdot S = \frac{q + q_{\text{св}}}{\varepsilon_0}.$$

Для поверхностных плотностей стороннего σ и связанного $\sigma_{\text{св}}$ заряда последнее выражение приведем к виду:

$$E_n = \frac{\sigma+\sigma_{\text{св}}}{\varepsilon_0}. \quad (1)$$

3. Нормальная составляющая E_n напряженности для однородного изотропного диэлектрика определяется:

$$E_n = \frac{D_n}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

С учетом $D_n = \sigma$ последняя формула запишется в виде:

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}. \qquad (2)$$

4. Из (1) и (2) для поверхностной плотности связанных зарядов $\sigma_{\text{св}}$ получим:

$$\sigma_{\text{св}} = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right) \cdot \varepsilon_0 = \sigma\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right) = -\frac{\boldsymbol{\varepsilon-1}}{\boldsymbol{\varepsilon}}\boldsymbol{\sigma}. \qquad (3)$$

Из (3) видно, что поверхностная плотность $\sigma_{\text{св}}$ заряда в диэлектрике однозначно связана с поверхностной плотностью σ стороннего заряда на проводнике, а знаки стороннего и связанного зарядов противоположны.

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. В шаре радиусом R из однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε равномерно распределен сторонний заряд с объемной плотностью $\rho< 0$. Найдите поверхностную плотность связанных зарядов $\sigma_{\text{св}}$.

А. $\sigma_{\text{св}} = -\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\cdot\frac{\rho R}{3}$

Б. $\sigma_{\text{св}} = -\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\cdot\frac{\rho R}{4}$

В. $\sigma_{\text{св}} = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\cdot\frac{\rho R}{3}$

2.Точечный заряд q помещен в центре двух концентрических сфер радиусами R_1 и R_2 из диэлектрика с проницаемостью ε. Найдите поверхностную плотность $\sigma_{\text{св}}$ связанного заряда для области пространства $R_1 < r < R_2$.

А. $\sigma_{\text{св}} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\frac{q}{4\pi r^2}$

Б. $\sigma_{\text{св}} = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\frac{q}{4\pi r^2}$

В. $\sigma_{\text{св}} = \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{q}{4\pi r^2}$

3. Бесконечно большая пластина из однородного изотропного диэлектрика толщиной *l=20см*, с проницаемостью ε=2, равномерно заряжена сторонним зарядом с объемной плотностью ρ= $2\frac{\text{мк}}{\text{м}^3}$. Найдите поверхностную плотность $\sigma_{\text{св}}$ связанного заряда.

А. $\sigma_{\text{св}} = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}2\rho l = 0{,}4\ \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$

Б. $\sigma_{\text{св}} = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\rho l = 0{,}2\ \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$

В. $\sigma_{\text{св}} = -\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\rho l = -0{,}2\ \frac{\text{мкКл}}{\text{м}^2}$

2.5 Определение поверхностной плотности связанных зарядов (дополнительный прием)

Знание:

• если однородный диэлектрик заполняет все пространство электрического поля, то напряженность E поля будет в ε раз меньше напряженности $E_{\text{вак}}$, создаваемой теми же сторонними зарядами в вакууме, то есть $E = \frac{E_{\text{вак}}}{\varepsilon}$;

• поляризационный заряд (связанный заряд) – нескомпенсированный заряд, возникающий в результате поляризации диэлектрика;

•теорема Гаусса для поля вектора D : поток вектора D сквозь произвольную замкнутую поверхность равен алгебраической сумме сторонних зарядов, охватываемых этой поверхностью, то есть $\oint D \cdot dS = q_{\text{внутр}}$;

•связь между векторами D и E в случае изотропных диэлектриков:

$D = \varepsilon\varepsilon_0 E$.

Понимание частного приема определения поляризационного заряда и поверхностной плотности $\sigma_{\text{св}}$ связанных зарядов диэлектрика.

Разбираем тему

Поляризационный заряд и поверхностную плотность $\sigma_{\text{св}}$ связанных зарядов можно определить и другим способом, дополнительным к рассмотренному в параграфе 2.4.

Определим поляризационный заряд $Q_{св}$ и поверхностную плотность $\sigma_{\text{св}}$ связанных зарядов для однородного изотропного диэлектрика с проницаемостью ε, внутри которого находится металлический шар радиусом R, имеющий заряд Q (рисунок 5.1). Поляризационный заряд $Q_{\text{св}}$ находится у поверхности заряженного шара.

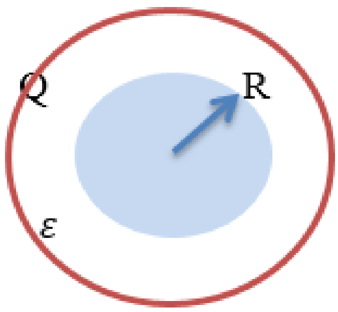


Рисунок 5.1 – Металлический заряженный шар окружен диэлектриком

1. Без диэлектрика, при $r \geq R$ напряженность E_r поля металлического шара, имеющего заряд Q определяется выражением:

$$E_r = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}.$$

2. На поверхности шара напряженность выражается формулой:

$$E_R = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}.$$

3. При наличии диэлектрика, для $r = R$ запишем:

$$E_{R\text{Д}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\varepsilon R^2}.$$

4. Изменение напряженности поля ΔE у поверхности заряженного шара, находящегося внутри диэлектрика, вызвано появлением поляризационного заряда $Q_{\text{св}}$ у этой поверхности. Для изменения поля, очевидно:

$$\Delta E = E_R - E_{R\text{Д}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R^2}\ \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\ . \qquad (1)$$

5. Заряд Q распределен по поверхности шара равномерно. Поляризационный заряд $Q_{\text{св}}$ тоже будет распределен равномерно по поверхности сферы радиусом R. Для поляризационного заряда выполняется: $Q_{\text{св}} = -Q$.

6. Для модуля поляризационного заряда $Q_{\text{св}}$ запишем:

$$\Delta E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_{\text{св}}}{R^2}. \quad (2)$$

7. Приравнивая (1) и (2), получим:

$$Q_{\text{св}} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}Q.$$

8. Поверхностная плотность $\sigma_{\text{св}}$ связанных зарядов определится:

$$\sigma_{\text{св}} = \frac{Q_{\text{св}}}{4\pi R^2} = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\frac{Q}{4\pi R^2} = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\sigma,$$

где σ – поверхностная плотность заряда Q на шаре.

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Плоскую диэлектрическую пластину толщиной *l=4см* с проницаемостью $\varepsilon = 2$ вносят в однородное поле напряженностью $E = 2{,}1 \cdot 10^4\,\frac{\text{В}}{\text{м}}$ так, что грани пла-

стины перпендикулярны силовым линиям поля. Определите модуль поверхностной плотности $\sigma_{\text{св}}$ связанных зарядов, возникающих в результате поляризации диэлектрика.

А. $\sigma_{\text{св}} = E\varepsilon_0 \ \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon} \ = 9{,}3 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

Б. $\sigma_{\text{св}} = E\varepsilon_0 \ \frac{\varepsilon-1}{2\varepsilon} \ = 4{,}7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

В. $\sigma_{\text{св}} = E\varepsilon_0 \ \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \ = -2{,}3 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$

2. В условиях предыдущей задачи определите разность потенциалов $\Delta\varphi_{\text{Д}}$ между гранями пластины в результате поляризации диэлектрика.

А. $\Delta\varphi_{\text{Д}} = El$= 840 В

Б. $\Delta\varphi_{\text{Д}} = \frac{E}{\varepsilon} 2l$= 840 В

В. $\Delta\varphi_{\text{Д}} = \frac{E}{\varepsilon} l$ = 420 В

3. Диэлектрическую бесконечно большую пластину из однородного диэлектрика с проницаемостью ε зарядили равномерно сторонним зарядом с объемной плотностью $\rho > 0$. Толщина пластины $l.$ Определите модуль напряженности E как функцию расстояния x, отсчитываемого от середины пластины. Зависимость следует получить для области пространства $0 < x \leq \frac{l}{2}$. Для решения задачи воспользуйтесь теоремой Гаусса для вектора D и связью между векторами D и E.

А. $E = \frac{\rho x}{\varepsilon\varepsilon_0}$

Б. $E = -\frac{\rho x}{\varepsilon\varepsilon_0}$

В. $E = \frac{2\rho x}{\varepsilon\varepsilon_0}$

3 Плоский конденсатор в задачах по электростатике

3.1 Плоский конденсатор: основные понятия

Знание:

- для каждого уединенного проводника электроемкость C численно равна заряду, сообщенному проводнику для повышения его потенциала на единицу: $C = \frac{q}{\varphi}$;
- электроемкость С уединенного проводника зависит от его размеров и формы;
- принцип суперпозиции потенциалов системы неподвижных зарядов: $\varphi = \sum_{1}^{n} \varphi_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{1}^{n} \frac{q_i}{r_i}$;
- напряженность электрического поля равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ: $E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$.

Понимание особенностей электрического поля плоского конденсатора.

Разбираем тему

Пусть проводник 1 удален от других проводников, тел и зарядов, то есть его можно назвать уединенным (рисунок 1.1). Проводник зарядили до потенциала φ. Его электроемкость определится формулой $C = \frac{q}{\varphi}$.

Поднесем к заряженному проводнику другой незаряженный проводник. Проанализируем ситуацию.

1. В незаряженном проводнике появятся индуцированные заряды.

2. Индуцированный заряд $-Q_{\text{инд}}$ проводника 2 ближе к проводнику 1, чем индуцированный заряд $+Q_{\text{инд}}$. Поэтому новый потенциал $\varphi^/$проводника 1, равный ал-

гебраической сумме потенциалов собственных зарядов и зарядов индуцированных в проводнике 2, станет меньше: $\varphi^{/} < \varphi$.

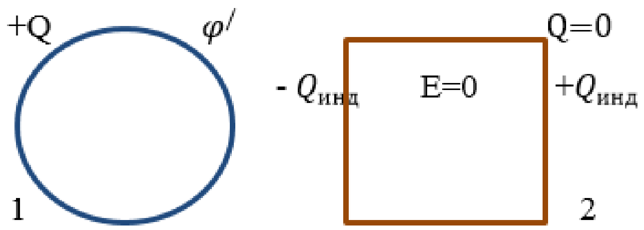


Рисунок 1.1 – Электроемкость системы проводников

3. С уменьшением потенциала проводника 1 его электроемкость (точнее электроемкость системы проводников 1 и 2) возрастет: $C^{/} = \frac{q}{\varphi^{/}} > C = \frac{q}{\varphi}$.

Система проводников, обладающая электроемкостью большей, чем проводник уединенный, называется конденсатором.

Простейший конденсатор состоит из двух проводников (обкладок). Форма и их взаимное расположение выбираются таким образом, чтобы внешние поля не влияли на электрическое поле внутри конденсатора, а линии напряженности начинались на одной обкладке и заканчивались на другой. При указанных условиях обеспечивается равенство абсолютных значений зарядов на обкладках конденсатора.

У плоского конденсатора обкладки - плоские параллельные пластины.

Разность потенциалов между обкладками конденсатора пропорциональна заряду на обкладке, поэтому конденсатор можно характеризовать параметром - электроемкостью $C = \frac{q}{\Delta\varphi}$.

Исследуем электрическое поле плоского воздушного конденсатора с зарядами на обкладках $+Q$ и $-Q$ и с поверхностными плотностями $+\sigma$ и $-\sigma$ (рисунок 1.2). Искажение электрического поля у краев пластин учитывать не будем.

1. Для области 2 результирующая напряженность определится:

$$E = E_{+Q} + E_{-Q} \ .$$

Для модулей, с учетом выбранного направления оси OX:

$$E = E_{+Q} + E_{\_Q} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \qquad (1)$$

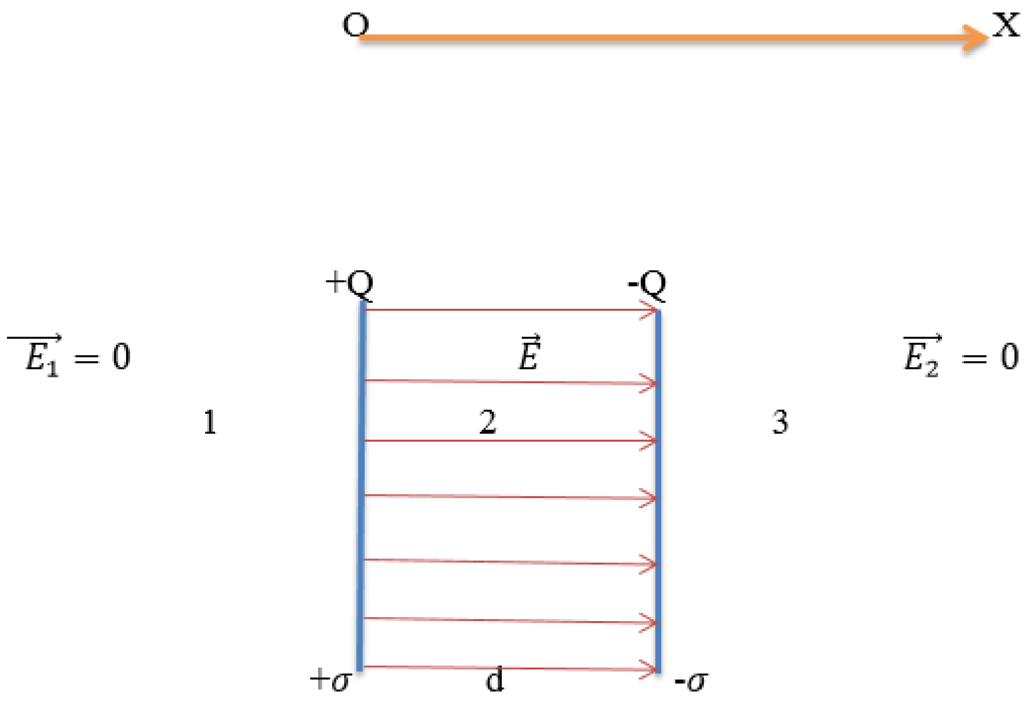


Рисунок 1.2 – Электрическое поле плоского конденсатора

2. Для области 1 запишем:

$$E_1 = E_{+Q} + E_{-Q} .$$

Для модулей, с учетом выбранного направления оси OX:

$$E_1 = -E_{+Q} + E_{-Q} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0.$$

3. Для области 3 имеем:

$$E = E_{+Q} + E_{-Q} .$$

Для модулей, с учетом выбранного направления оси OX:

$$E = E_{+Q} - E_{-Q} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0.$$

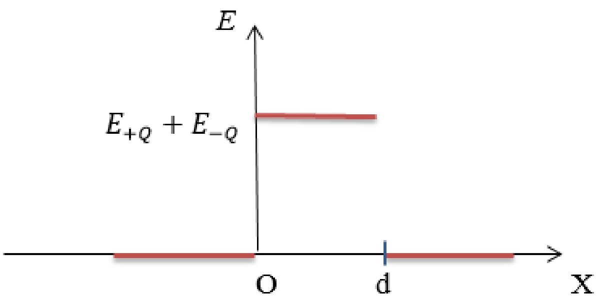
Таким образом, плоский конденсатор не создает электрического поля вне своих обкладок. Между обкладками плоского конденсатора, согласно (1), электрическое поле однородно.

Проверяем себя

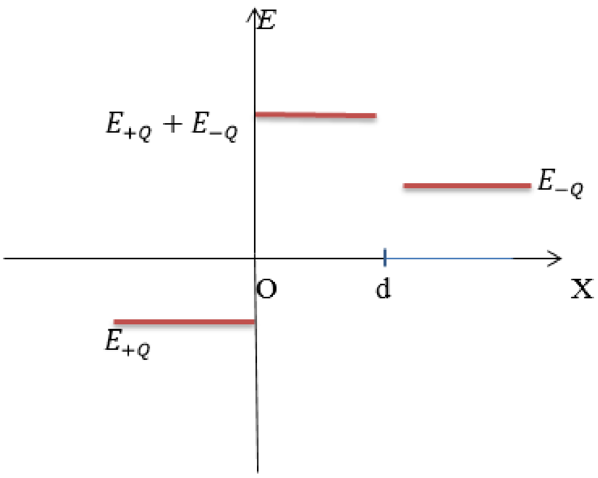
Инструкция: Решите задачу и выберите один правильный вариант ответа

1. Для плоского конденсатора на рисунке 1.2 и выбранного на рисунке направления оси OX выберите верный график зависимости напряженности электрического поля конденсатора от координаты *x:*

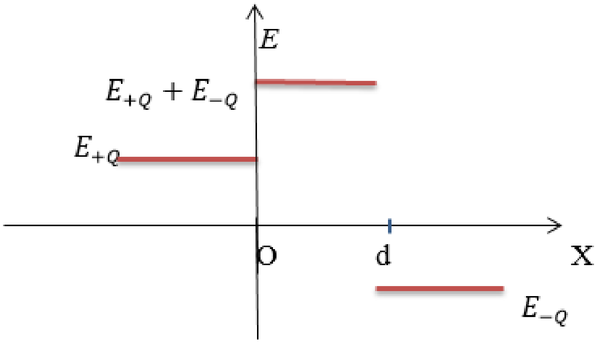
А.



Б.



В.



2. На пластинах плоского воздушного конденсатора находится заряд Q. Площадь пластин S. Найдите силу притяжения пластин конденсатора.

А. $F = \frac{Q^2}{\varepsilon_0 S}$

Б. $F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon S}$

В. $F = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$

3. Плоский воздушный конденсатор из задачи 1 отключили от источника и заполнили пространство между пластинами жидким диэлектриком с проницаемостью ε. Как изменилась при этом сила притяжения пластин конденсатора?

А. увеличилась в ε раз

Б. не изменилась

В. уменьшилась в ε раз

4. Плоский воздушный конденсатор из задачи 1 подключен к источнику тока. Пространство между его пластинами заполнили жидким диэлектриком с проницаемостью ε. Как изменилась при этом сила притяжения пластин конденсатора?

А. увеличилась в ε раз

Б. не изменилась

В. уменьшилась в ε раз

3.2 Зарядка плоского конденсатора

Знание:

- электростатическая индукция: в проводнике, помещенном во внешнее электрическое поле, в тех или иных местах появляются нескомпенсированные заряды противоположного знака;

- при соединении заряженного проводника с зарядом Q и потенциалом φ с незаряженным проводником заряды между проводниками будут перераспределяться до выравнивания потенциалов на их поверхностях, то есть $\varphi_1^/ = \varphi_2^/ = \varphi^/$.

Понимание процессов, происходящих при соединении конденсаторов.

Разбираем тему

Конденсаторы можно соединять последовательно и параллельно.

Подключим три конденсатора с емкостями $C_1,$ C_2 и C_3 к источнику тока так, как показано на рисунке 2.1. Что будет происходить в данной системе?

1. Левая пластина первого конденсатора получит от источника тока заряд $-Q$. Правая пластина третьего конденсатора приобретет заряд +Q.

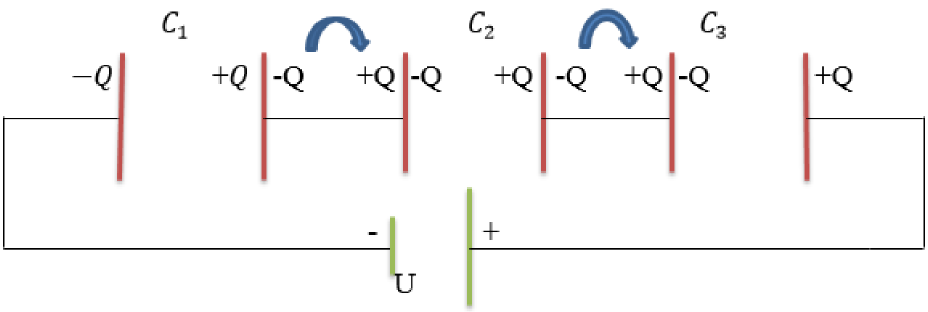


Рисунок 2.1 – Электростатическая индукция при зарядке конденсаторов

2. Вследствие электростатической индукции в остальных пластинах возникнут индуцированные заряды, равные по величине модулям зарядов на левой пластине первого конденсатора и на правой конденсатора второго.

3. Заряды, равные по модулю и противоположные по знаку, компенсируют друг друга, и в результате платины будут заряжены так, как показано на рисунке 2.2

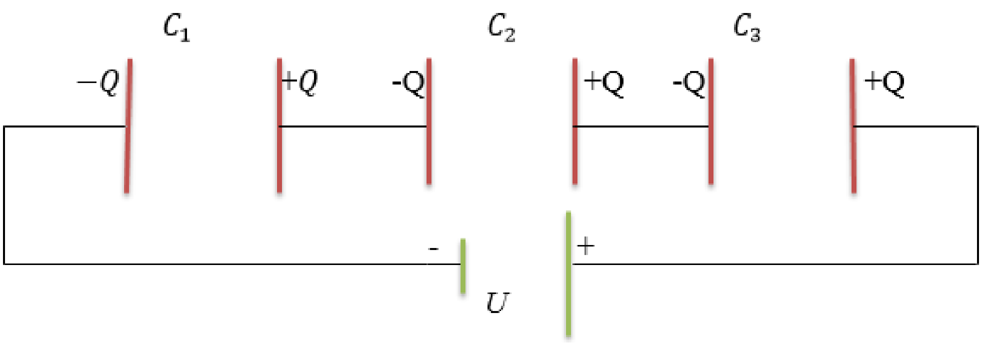


Рисунок 2.2 – Батарея последовательно соединенных конденсаторов

4. Для батареи последовательно соединенных кондесаторов выполнится:

$$Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q,$$

$$U = U_1 + U_2 + U_3,$$

$$U_1 = \frac{Q}{C_1},\ U_2 = \frac{Q}{C_2}, U_3 = \frac{Q}{C_3},$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Для параллельного соединения конденсаторов (рисунок 2.3) запишем:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

$$Q = UC, Q_1 = UC_1, Q_2 = UC_2,\ Q_3 = UC_3,$$

$$C = C_1 + C_2 + C_3.$$

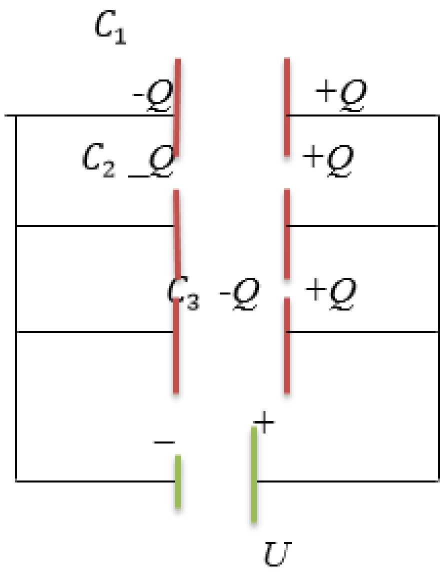


Рисунок 2.3 – Батарея параллельно соединенных конденсаторов

Проанализируем процессы в ситуации, когда незаряженный конденсатор соединяется с заряженным.

Пусть обкладки конденсатора емкостью C_1, заряженного до разности потенциалов U_1, соединяются с обкладками незаряженного конденсатора емкостью C_2. Определим заряды Q_1 и Q_2 первого и второго конденсаторов после их соединения.

1. Заряд на первом конденсаторе до подключения к нему второго равен:

$$Q = CU.$$

2. К первому конденсатору подключили незаряженный второй (рисунок 2.4). Какое соединение мы получили?

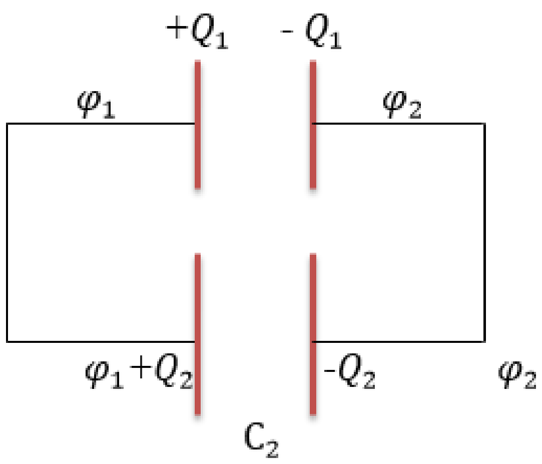


Рисунок 2.4 – Соединение заряженного и незаряженного конденсаторов

Тип соединения мы указать не можем, так как отсутствует источник тока. Но известно, что при соединении заряженного проводника и назаряженного заряд будет перераспределяться до выравнивания потенциалов на проводниках. Следовательно, потенциалы левых пластин будут одинаковы и равны φ_1, а правых - φ_2 . В результате разность потенциалов $\Delta\varphi = U$ на пластинах будет одинакова.

3. Для полученной системы запишем закон сохранения заряда:

$$Q = Q_1 + Q_2 . \tag{1}$$

4. Для зарядов имеем:

$$Q_1 = C_1 U, \; Q_2 = C_2 U. \tag{2}$$

Из (2) следует:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2}. \tag{3}$$

5. Решая совместно (1) и (3), получим для зарядов конденсаторов после их соединения:

$$Q_1 = \frac{QC_1}{C_1 + C_2},$$

$$Q_2 = \frac{QC_2}{C_1 + C_2}.$$

Проверяем себя

Инструкция: Решите задачу и выберите правильный вариант ответа

1. Конденсаторы соединили так, как показано на рисунке 2.5, и подключили к источнику с ЭДС $\mathcal{E}$. Емкости конденсаторов C_1, C_2, C_3. Определите заряды Q_1, Q_2 и Q_3 на каждом конденсаторе.

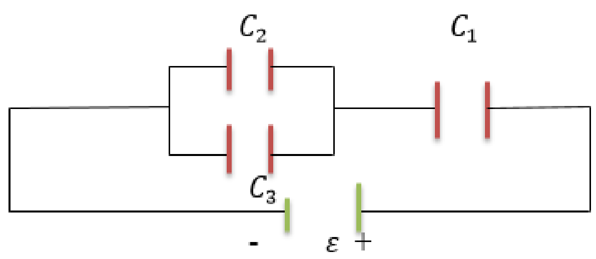


Рисунок 2.5 – Определение зарядов конденсаторов

А. $Q_1 = \frac{\varepsilon\, C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}$, $Q_2 = \ \varepsilon - U_1\ C_2$, $Q_3 = (\varepsilon - U_1)C_1$

Б. $Q_1 = \frac{U_1\, C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}$, $Q_2 = \ \varepsilon - U_1\ C_1$, $Q_3 = (\varepsilon - U_1)C_3$

В. $Q_1 = \frac{\varepsilon\, C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}$, $Q_2 = \ \varepsilon - U_1\ C_2$, $Q_3 = (\varepsilon - U_1)C_3$

2. Два конденсатора с емкостями C_1и C_2 подключены к источнику постоянного напряжения U последовательно. Определите напряжение на U_1 и U_2 на каждом конденсаторе.

А. $U_1 = \frac{C_1}{C_1+C_2}U$, $U_2 = \frac{C_2}{C_1+C_2}U$

Б. $U_1 = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}U$, $U_2 = \frac{C_1C_2}{C_1+C_2}U$

В. $U_1 = \frac{C_2}{C_1+C_2}U$, $U_2 = \frac{C_1}{C_1+C_2}U$

3. Заряженный до напряжения U конденсатор емкостью C соединили с таким же незаряженным конденсатором. Определите напряжения U_1 и U_2 на каждом конденсаторе после их соединения.

А. $U_1 = U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} C_1 C_2$

Б. $U_1 = U_2 = \frac{Q}{C_1 C_2} (C_1 + C_2)$

В. $U_1 = U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2}$

3.3 Внесение диэлектрических или металлических пластин в конденсатор

Знание:

- во внешнем поле E на поверхности диэлектрика появляются нескомпенсированные связанные заряды $Q_{\text{св}}$ (поляризация диэлектрика) ;
- при внесении проводника во внешнее поле E в тех или иных местах вещества появляются нескомнесированные заряды противоположного знака – индуцированные заряды $Q_{\text{инд}}$ (электростатическая индукция).

Понимание процессов, происходящих в конденсаторе при внесении в пространство между его обкладками диэлектрической или металлической пластинки.

Разбираем тему

Рассмотрим случаи, когда между обкладками конденсатора вносится диэлектрическая или металлическая пластина. Проанализируем эти случаи.

1) Определим, как изменится емкость плоского воздушного конденсатора, если между его обкладками вдвинуть пластинку из диэлектрика с проницаемостью ε. Расстояние между обкладками d, толщина пластины $d_1 = \frac{d}{2}$. Площади обкладок и площади граней пластины, параллельных обкладкам, одинаковы и равны S.

1. Пусть на обкладках конденсатора находится заряд Q. Его электроемкость определится:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

2. Поместим диэлектрическую пластину в конденсатор так, как показано на рисунке 3.1. На левой и правой гранях диэлектрической пластины вследствие поляризации диэлектрика появятся связанные заряды $-Q_{св}$ и $+Q_{св}$.

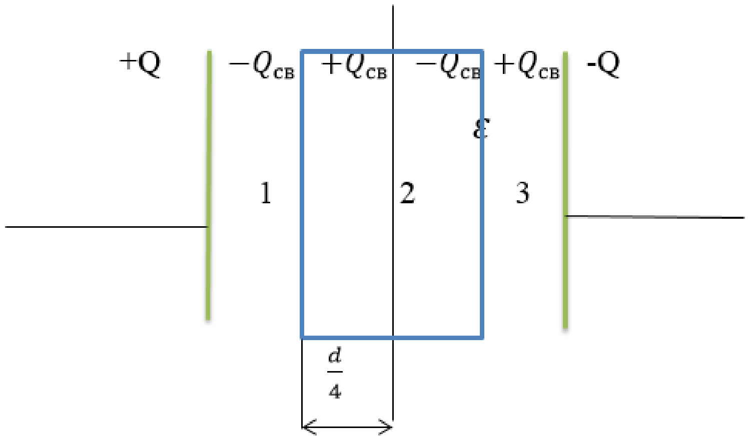


Рисунок 3.1 – Диэлектрическая пластина между обкладками плоского конденсатора

3. Полученную систему «конденсатор + диэлектрическая пластина» будем рассматривать как систему состоящую из трех конденсаторов 1 (воздушный), 2 (с диэлектрической средой) и 3 (воздушный) (рисунок 3.1), соединенных последовательно. Тогда для емкости $C_{бат}$ батареи запишем:

$$\frac{1}{C_{бат}} = \frac{\frac{d}{4}}{\varepsilon_0 S} + \frac{\frac{d}{2}}{\varepsilon\varepsilon_0 S} + \frac{\frac{d}{4}}{\varepsilon_0 S} = \frac{d}{2\varepsilon_0 S}\left(\frac{\varepsilon+1}{\varepsilon}\right),$$

$$C_{бат} = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0 S}{d(\varepsilon+1)}. \qquad (1)$$

4. В результате внесения диэлектрической пластинки в пространство между обкладками конденсатора для изменения его электроемкости имеем:

$$\frac{C_{бат}}{C} = \frac{2\varepsilon}{\varepsilon+1}.$$

2) Определим, как изменится емкость плоского воздушного конденсатора, если между его обкладками вдвинуть металлическую пластинку. Расстояние между обкладками d, толщина пластины $d_1 = \frac{d}{2}$. Площади обкладок и площади граней пластины, параллельных обкладкам, одинаковы и равны S.

1. Пусть на обкладках конденсатора находится заряд Q. Его электроемкость определится:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}.$$

2. Поместим металлическую пластину в конденсатор так, как показано на рисунке 3.2. Вследствие электростатической индукции на левой и правой гранях пластины появятся индуцированные заряды $-Q_{инд}$ и $+Q_{инд}$.

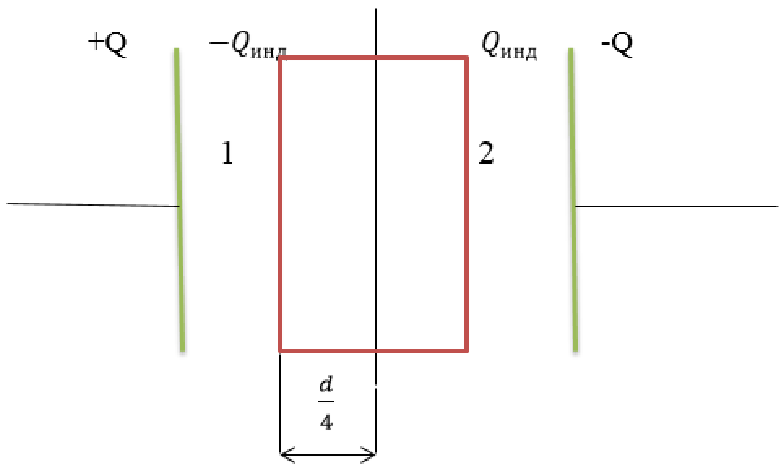


Рисунок 3.2 – Металлическая пластина между обкладками конденсатора

3. Полученную систему «конденсатор + металлическая пластина» будем рассматривать как систему из последовательно соединенных конденсаторов 1 и 2 (рисунок 3.2). Тогда для емкости батареи запишем:

$$\frac{1}{C_{\text{бат}}} = \frac{\frac{d}{4}}{\varepsilon_0 S} + \frac{\frac{d}{4}}{\varepsilon_0 S} = \frac{d}{2\varepsilon_0 S},$$

$$C_{\text{бат}} = \frac{2\varepsilon_0 S}{d}. \qquad (2)$$

4. В результате внесения металлической пластинки в пространство между обкладками конденсатора для изменения его электроемкости емкости имеем:

$$\frac{C_{\text{бат}}}{C} = 2.$$

Обратим внимание на то, что согласно (1) и (2), емкость конденсатора после внесения в него как диэлектрической, так и металлической пластины, не зависит от того, в каком месте между обкладками эти платины будут расположены.

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите правильный вариант ответа

1. Определите емкость плоского конденсатора при помещении между его обкладками пластинки из диэлектрика с проницаемостью ε. Расстояние между обкладками d, толщина пластины $d_1 = \frac{d}{4}$. Площади обкладок и площади граней пластины, параллельных обкладкам, одинаковы и равны S.

А. $C_{\text{бат}} = \frac{4\varepsilon\varepsilon_0 S}{d(\varepsilon+1)}$

Б. $C_{\text{бат}} = \frac{4\varepsilon\varepsilon_0 S}{d(3\varepsilon+1)}$

В. $C_{\text{бат}} = \frac{4\varepsilon_0 S}{d(3\varepsilon+1)}$

2. Определите емкость плоского конденсатора при помещении между его обкладками металлической пластинки. Расстояние между обкладками d, толщина пластины $d_1 = \frac{d}{4}$. Площади обкладок и площади граней пластины, параллельных обкладкам, одинаковы и равны S.

А. $C_{бат} = \frac{4\varepsilon_0 S}{3d}$.

Б. $C_{бат} = \frac{\varepsilon_0 S}{3d}$.

В. $C_{бат} = \frac{8\varepsilon_0 S}{3d}$.

3. Плоский воздушный конденсатор заполнили диэлектриком с проницаемостью ε. Как изменилась электроемкость конденсатора в этом случае?

А. увеличилась в ε раз

Б. уменьшилась в ε раз

В. не изменилась

3.4 Конденсаторы соединяются обкладками, имеющими одноименные или разноименные заряды

Знание:

- электроемкость плоского конденсатора: $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$;
- электроемкость конденсатора: $C = \frac{Q}{\Delta\varphi}$

Понимание процессов, происходящих при различных способах соединения двух конденсаторов.

Разбираем тему

Заряженный конденсатор можно соединять с другим заряженным конденсатором по-разному, одноименно или разноименно заряженными обкладками. Разберем, чем различаются процессы, происходящие в этих случаях.

Пусть конденсатор емкостью C заряжен до напряжения U_1. Он соединяется с конденсатором такой же емкости C, но заряженным до напряжения U_2. Какое напряжение установится между ними, если:

1) они соединяются одноименно заряженными обкладками;

2) они соединяются разноименно заряженными обкладками.

Рассмотрим первый случай.

1. Заряд Q_1 на первом конденсаторе до соединения со вторым равен:

$$Q_1 = CU_1.$$

2. Заряд Q_{12} на первом конденсаторе до соединения со вторым равен:

$$Q_2 = CU_2.$$

3. Конденсаторы соединяют так, как показано на рисунке 4.1 для начального момента времени $t = 0$.

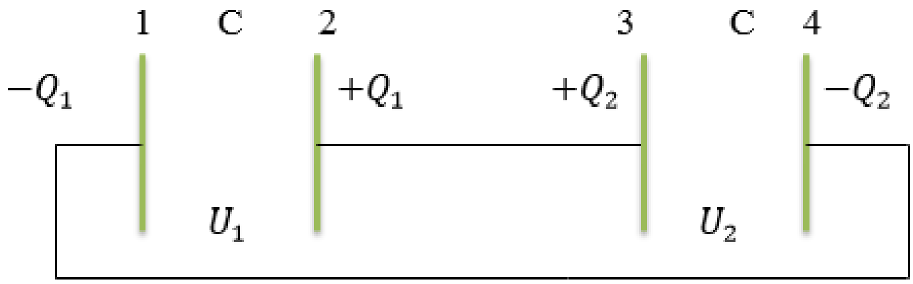


Рисунок 4.1 – Соединение конденсаторов одноименно заряженными обкладками (для момента времени $t = 0$)

4. Суммарный заряд Q пластин 2 и 3 (рисунок 4.1) определится:

$$Q = +Q_1 + (+Q_2) = C(U_1 + U_2).$$

Закон сохранения заряда для данных обкладок имеет вид:

$$Q = Q_1' + Q_2' = C(U_1 + U_2), \tag{1}$$

Где $Q_1^{/}$ и Q_2^{1} – заряды на обкладках 2 и 3 после перераспределения зарядов между ними.

5. При соединении между собой обкладок 2 и 3 их потенциалы выравниваются: $\varphi_2 = \varphi_3$. Тогда для этих пластин можно записать:

$$\frac{Q_1^{/}}{C} = \frac{Q_2^{/}}{C},$$

$$Q_1^{/}=Q_2^{/}. \qquad (2)$$

Аналогичные рассуждения нужно провести для обкладок 1 и 4.

6. Решая совместно (1) и (2), получим для напряжений $U_1^{/}$ и $U_2^{/}$ на конденсаторах:

$$U_1^{/} = U_2^{/} = U = \frac{U_1+U_2}{2}.$$

Таким образом, при соединении двух заряженных до различного напряжения конденсаторов одноименно заряженными обкладками напряжения на них выравниваются.

Рассмотрим случай второй.

На рисунке 4.2 система представлена для начального момента времени $t = 0$.

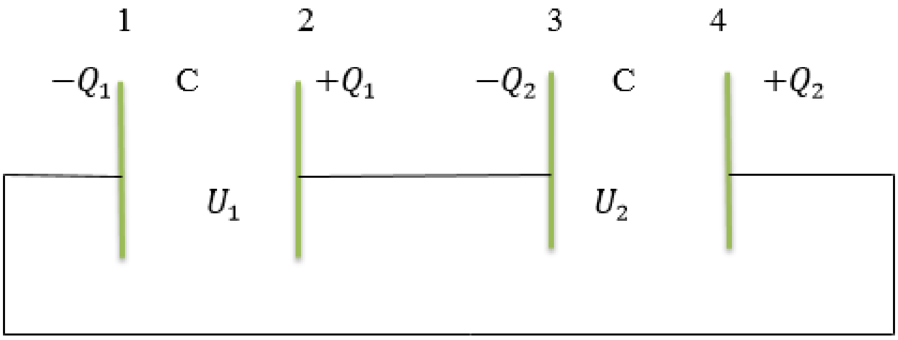


Рисунок 4.2 – Соединение конденсаторов разноименно заряженными обкладками (для момента времени t=0)

1. Заряд Q_1 на первом конденсаторе до соединения со вторым равен:

$$Q_1=CU_1.$$

2. Заряд Q_{12} на первом конденсаторе до соединения со вторым равен:

$$Q_2 = CU_2.$$

3. Суммарный заряд Q пластин 2 и 3 (рисунок 4.2) определится:

$$Q = +Q_1 + (-Q_2) = C(U_1 - U_2).$$

Закон сохранения заряда для данных обкладок имеет вид:

$$Q = Q_1^/ + Q_2^/ = C(U_1 - U_2), \qquad (1)$$

Где $Q_1^/$ и Q_2^1 – заряды на обкладках 2 и 3 после перераспределения зарядов между ними.

4. При соединении между собой обкладок 2 и 3 их потенциалы выравниваются: $\varphi_2 = \varphi_3$. Тогда для этих пластин можно записать:

$$\frac{Q_1^/}{C} = \frac{-Q_2^/}{C},$$

$$Q_1^/ = -Q_2^/. \qquad (2)$$

Аналогичные рассуждения нужно провести для обкладок 1 и 4.

5. В результате получаем последовательно соединенные конденсаторы (рисунок 4.3). Для напряжений $U_1^/$ и $U_2^/$ на конденсаторах:

$$U_1^/ = U_2^/ = U = \frac{U_1 - U_2}{2}.$$

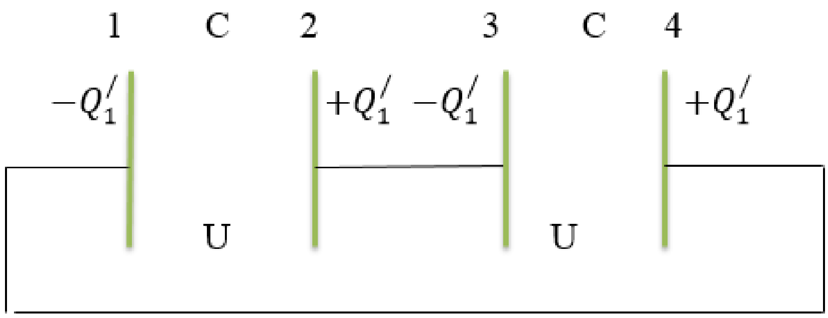


Рисунок 4.3 – Соединение конденсаторов разноименно заряженными обкладками (установившийся режим)

Таким образом, при соединении двух заряженных до различного напряжения одинаковых конденсаторов разноименно заряженными обкладками модули зарядов на их обкладках становятся одинаковыми.

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите правильный вариант ответа

1. Конденсатор емкостью C_1, заряженный до напряжения $U_1 = 40\ B,$ соединяют с обкладками конденсатора емкостью C_2, заряженного до напряжения $U_2 = 8\ B$. Конденсаторы соединяют одноименно заряженными обкладками. После их соединения напряжение на каждом стало равно $U = 10\ B$. Найдите емкость C_1 первого конденсатора.

А. $C_1 = C_2 \frac{U+U_2}{U_1-U} = 18$ мкФ

Б. $C_1 = C_2 \frac{U-U_2}{U_1-U} = 2$ мкФ

В. $C_1 = C_2 \frac{U+U_2}{U_1+U} = 10{,}8$ мкФ

2. Конденсатор емкостью C_1, заряженный до напряжения $U_1 = 40\ B,$ соединяют с обкладками конденсатора емкостью C_2, заряженного до напряжения $U_2 = 8\ B$. Конденсаторы соединяют разноименно заряженными обкладками. После их соединения напряжение на каждом стало равно $U = 10\ B$. Найдите емкость C_1 первого конденсатора.

А. $C_1 = C_2 \frac{U+U_2}{U_1-U} = 18$ мкФ

Б. $C_1 = C_2 \frac{U-U_2}{U_1-U} = 2$ мкФ

В. $C_1 = C_2 \frac{U+U_2}{U_1+U} = 10{,}8$ мкФ

3. Три конденсатора соединены так, как показано на рисунке 4.4. Произошел пробой конденсатора с емкостью C_2 (напряжение U, на котором конденсатор работает, стало больше пробойного: $U > U_{\text{пр}}$). Как при этом изменился заряд на конденсаторе емкостью C_3?

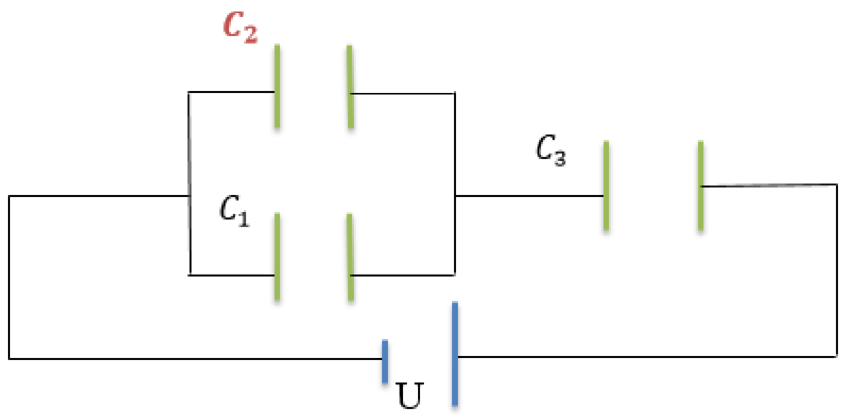


Рисунок 4.4 - Пробой конденсатора C_2

А. Уменьшился в $\frac{C_1+C_2+C_3}{C_1+C_2}$

Б. Не изменился

В. Увеличился в $\frac{C_1+C_2+C_3}{C_1+C_2}$

3.5 Характеристики конденсатора в различных условиях: конденсатор подключен к источнику тока; конденсатор заряжают и отключают от источника тока

Знание

- напряженность поля двух параллельных плоскостей, заряженных разноименными зарядами с плотностями σ и $-\sigma$: $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$;
- электроемкость конденсатора: $C = \frac{Q}{U}$;
- энергия плоского конденсатора: $W_э = \frac{CU^2}{2} = \frac{Q^2}{2C} = \frac{QU}{2}$;
- связь напряженности поля и напряжения между обкладками конденсатора: $E = \frac{U}{d}$.

Понимание процессов, происходящих в плоском конденсаторе, при отключении его от источника и в подключенном к источнику режиме.

Разбираем тему

Расстояние между обкладками плоского воздушного конденсатора увеличили в n раз. Выясним, как изменятся при этом сила притяжения между его обкладками $F_{\text{прит}}$, напряженность электрического поля E, электроемкость C и энергия $W_{э}$ поля в следующих случаях:

1) конденсатор зарядили до напряжения U и отключили от источника;
2) конденсатор подключен к источнику тока.

Обратимся к первой ситуации.

1. Если конденсатор зарядили до напряжения U, то электрический заряд на его обкладках будет равен:

$$Q = CU.$$

2. При отключении заряженного конденсатора от источника постоянной величиной на его обкладках является заряд Q.

3. Напряженность поля, создаваемая одной пластиной конденсатора, определится:

$$E_1 = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{Q}{2S\varepsilon_0}. \quad (1)$$

Это поле действует на заряд Q другой пластины с силой

$$F_{\text{прит}} = E_1 Q = \frac{Q^2}{2S\varepsilon_0}. \quad (2)$$

Из (2) видно, что сила притяжения в данном случае не зависит от расстояния между его обкладками.

4. Напряженность поля в конденсаторе определится:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{S\varepsilon_0}.$$

При изменении расстояния между пластинами напряженность не изменится.

5. Электроемкость плоского конденсатора выражается формулой:

$$C = \frac{\varepsilon_0 S}{d}. \tag{3}$$

При увеличении расстояния d между обкладками конденсатора в n раз электроемкость уменьшится во столько же раз:

$$C_1 = \frac{C}{n}. \tag{4}$$

6. Для энергии электрического поля конденсатора после увеличения расстояния d между его пластинами запишем:

$$W_{э1} = \frac{Q^2}{2C_1} = nW_э. \tag{5}$$

Энергия конденсатора в данном случае возросла. Увеличение энергии происходит за счет работы внешних сил, затрачиваемой на раздвигание его пластин.

Проанализируем ситуацию вторую.

7. Если конденсатор подключен с источнику тока, то постоянной величиной является напряжение U между его обкладками.

8. Заряд Q на пластинах определится:

$$Q = CU = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\mathrm{U}. \tag{6}$$

При увеличении d, как видно из (6) заряд изменится и станет равен

$$Q_1 = \frac{Q}{n}.$$

9. При уменьшении заряда на обкладках в n раз, как следует из (2), сила притяжения уменьшится в n^2 раз:

$$F_{прит1} = \frac{Q_1^2}{2\varepsilon_0 S n^2} = \frac{F_{прит}}{n^2}.$$

10. Для напряженности поля конденсатора после раздвижения пластин справедливо:

$$E_1 = \frac{U}{d_1} = \frac{E}{n}.$$

11.Емкость конденсатора в данном случае уменьшится в n раз:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1} = \frac{C}{n}.$$

12.Для энергии запишем:

$$W_{э1} = \frac{C_1 U^2}{2} = \frac{CU^2}{2n}.$$

Таким образом, энергия конденсатора, подключенного к источнику, уменьшилась в n раз. Уменьшение энергии связано с тем, что при раздвигании пластин заряд на них убывает.

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите правильный вариант ответа

1. Конденсатор зарядили и отключили от источника тока. Пространство между его пластинами заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε. Как изменилась сила притяжения между его обкладками?

А. Увеличилась в ε раз

Б. Не изменилась

В. Уменьшилась в ε раз

2. Плоский воздушный конденсатор подключен к источнику тока. Пространство между его пластинами заполнили диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε. Как изменилась сила притяжения между его обкладками?

А. Увеличилась в ε раз

Б. Не изменилась

В. Уменьшилась в ε раз

3. Два одинаковых конденсатора соединили последовательно и подключили к источнику тока. Определите, во сколько раз изменится напряжение на одном конденсаторе, если другой заполнить диэлектриком с диэлектрической проницаемостью ε?

А. $\frac{U_1}{U_{01}} = \frac{2\varepsilon}{\varepsilon-1}$

Б. $\frac{U_1}{U_{01}} = \frac{2\varepsilon}{\varepsilon+1}$

В. $\frac{U_1}{U_{01}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon+1}$

4. Две плоские пластины зарядили одноименными зарядами $+Q$ и +8Q. Пластины площадью S сблизили на расстояние d, много меньшее их размеров. Определите напряжение между пластинами. *Указание:* используйте формулы для напряженности поля одной равномерно заряженной пластины $E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ и формулу связи напряженности поля и напряжения между пластинами $E=\frac{U}{d}$.

А. $U=\frac{8Qd}{2\varepsilon_0 S}$

Б. $U=\frac{7Qd}{2\varepsilon_0 S}$

В. $U=\frac{9Qd}{2\varepsilon_0 S}$

3.6 Энергетические превращения в цепи с конденсатором

Знание

- при отключении заряженного конденсатора от источника, при изменении расстояния d между его пластинами или изменения среды между ними, неизменной величиной остается заряд Q на его обкладках;
- если конденсатор подключен к источнику тока, то при изменении расстояния d между его пластинами или изменения среды между ними, неизменной величиной остается напряжение на его пластинах;
- закон сохранения энергии для цепи с конденсатором: $A_{\text{ист}}+A_{\text{вн}}=\Delta W_{\text{э}}+Q$, где $A_{\text{ист}}$ - работа источника, $A_{\text{вн}}$ – работа внешних сил, $\Delta W_{\text{э}}$ – изменение энергии конденсатора, Q - количество теплоты, выделившееся в электрической цепи;
- ЭДС источника постоянного тока по переносу заряда Δq в электрической цепи: $\varepsilon=\frac{A_{\text{ист}}}{\Delta q}$

Понимание энергетических процессов, происходящих в цепи постоянного тока с конденсатором.

Разбираем тему

Проанализируем энергетические превращения в конденсаторе на частной физической ситуации. Пусть плоский воздушный конденсатор с площадью пластин S, расстоянием между ними d и диэлектриком с проницаемостью ε, заряжен до напряжения U. Пластины раздвинули до величины $d_1 = 4d$. Определим работу $A_{вн}$ внешних сил, затрачиваемую на раздвигание пластин конденсатора в двух случаях:

1) перед раздвиганием пластин конденсатор отсоединяют от источника;

2) конденсатор остается все время присоединенным к источнику постоянного напряжения U.

Начнем со случая первого.

1. Заряженный до напряжения U конденсатор имеет заряд $Q = CU$.

2. Начальная энергия конденсатора определится:

$$W_{э1} = \frac{Q^2}{2C}. \tag{1}$$

3. При раздвигании пластин конденсатора, отключенного от источника тока, заряд Q на его пластинах не меняется.

4. После раздвигания пластин до расстояния d_1 электроемкость будет равна:

$$C_1 = \frac{\varepsilon_0 S}{d_1} = \frac{C}{4}.$$

5. Для конечной энергии запишем:

$$W_{э2} = \frac{Q^2}{2C_1} = 4\frac{Q^2}{2C}. \tag{2}$$

6. В нашем случае, когда конденсатор отключен от источника, работа $A_{ист} = 0$, количество теплоты Q тоже равно нулю. В результате закон сохранения энергии, с учетом (1) и (2) будет иметь вид:

$$A_{вн} = \Delta W_{э} = W_{э2} - W_{э1} = 3\frac{Q^2}{2C}.$$

Таким образом, если перед раздвиганием пластин заряженного конденсатора его отключили от источника, то вся работа внешних сил идет на увеличение энергии электрического поля системы.

Обратимся ко второму случаю.

1.Первоначальный заряд на конденсаторе будет равен:

$$Q = CU = \frac{\varepsilon_0 S}{d} U,$$

а конечный

$$Q_1 = C_1 U = \frac{\varepsilon_0 S}{4d} U.$$

Изменение заряда ΔQ на конденсаторе после раздвигания его пластин равно:

$$\Delta Q = Q_1 - Q_2 = -\frac{3}{4} Q. \qquad (3)$$

2. Заряд на конденсаторе изменился. Источник совершил работу, равную

$$A_{ист} = U \Delta Q = -U \frac{3}{4} Q = -U \frac{3}{4} C \mathcal{E} = -\frac{3CU^2}{4}. \qquad (4)$$

Знак «минус» в (4) означает, что конденсатор разряжается, а источник, в свою очередь, получает заряд - подзаряжается.

3. Начальная энергия системы в этом случае:

$$W_{э1} = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 S}{2d} U^2. \qquad (5)$$

4. После раздвигания пластин энергия изменится до величины:

$$W_{э2} = \frac{C_1 \mathcal{E} U^2}{2} = \frac{1}{4} W_1. \qquad (6)$$

5. Для изменения энергии конденсатора запишем:

$$\Delta W_{э} = -\frac{3}{4} \frac{CU^2}{2}. \qquad (7)$$

6. Закон сохранения энергии для подключенного к источнику конденсатора с учетом (4), (5) и (6) будет иметь вид:

$$-\frac{3}{4} CU^2 + A_{вн} = -\frac{3}{4} \frac{CU^2}{2},$$

$$A_{вн} = \frac{3}{8} CU^2. \qquad (8)$$

Из (8) заключаем, что, когда энергия конденсатора уменьшается, работа внешних сил положительна.

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите правильный вариант ответа

1. Конденсатор заполнен диэлектриком с проницаемостью ε и соединен с источником постоянного напряжения U. Диэлектрик вынимают из конденсатора. Определите, как нужно изменить расстояние между его пластинами, чтобы энергия приняла первоначальное значение?

А. Увеличить в ε

Б. Уменьшить в ε

В. Не изменять

2. Конденсатор, заполненный диэлектриком с проницаемостью ε, зарядили до напряжения U. Далее его отсоединили от источника и удалили диэлектрик. Определите, как нужно изменить расстояние между его пластинами, чтобы энергия приняла первоначальное значение?

А. Увеличить в ε

Б. Уменьшить в ε

В. Не изменять

3. Заряженный конденсатор отключен от источника. Пространство между его пластинами заполняется диэлектриком с проницаемостью ε. Как изменится энергия электрического поля конденсатора?

А. Увеличится в ε раз

Б. Уменьшится в ε раз

В. Не изменится

4. Конденсатор подключен к источнику тока. Пространство между его пластинами заполняется диэлектриком с проницаемостью ε. Как изменится энергия электрического поля конденсатора?

А. Увеличится в ε раз

Б. Уменьшится в ε раз

В. Не изменится

5. Выберите правильное утверждение:

А. В цепи, где конденсатор подключен к источнику, работа источника равна изменению энергии конденсатора при любых происходящих процессах

Б. В цепи, где конденсатор подключен к источнику, работа источника всегда меньше изменения энергии конденсатора при любых происходящих в цепи процессах

В. В цепи, где конденсатор подключен к источнику, работа источника равна удвоенному изменению энергии конденсатора при любых происходящих в цепи процессах

3.7 Энергетические превращения в цепи с конденсатором при наличии нескольких источников постоянного тока

Знание:

• правило знаков для ЭДС ε: если в направлении обхода замкнутого контура мы переходим от «минуса» источника тока к «плюсу», то есть источник тока создает ток. Совпадающий с направлением обхода, то ЭДС ε считается положительной;

• определение результирующей ЭДС в замкнутом контуре как алгебраической (с учетом знака) суммы ЭДС отдельных источников: $\varepsilon_{\text{рез}} = \ {}_{1}^{n}\varepsilon_i$;

Понимание применения закона сохранения энергии для процесса перезарядки конденсатора в цепи постоянного тока.

Разбираем тему

Проанализируем случаи, когда в цепи постоянного тока с конденсатором есть несколько источников постоянного тока.

Пусть электрическая цепь содержит конденсатор с электроемкостью C, два источника с ЭДС $2\mathcal{E}$ и $\mathcal{E}$, сопротивления R и ключ K (рисунок 7.1). Определим количество теплоты Q, которое выделится в цепи, если ключ перевести из положения 1 в положение 2.

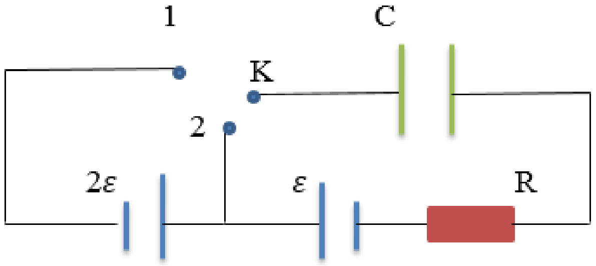


Рисунок 7.1 – Цепь с конденсатор при наличии нескольких источников тока

Выясним, что происходит в цепи, когда ключ перевели в положение 1.

1. Определим, используя правило знаков, результирующую ЭДС $\varepsilon_{рез}$ для получившегося замкнутого контура (рисунок 7.2):

$$\varepsilon_{рез} = 2\mathcal{E} - \mathcal{E} = \mathcal{E}$$

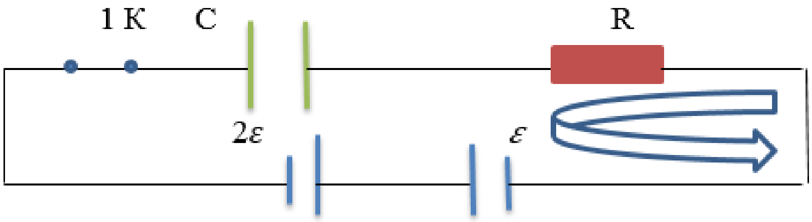


Рисунок 7.2 – Ключ в положении 1

2. Напряжение на конденсаторе равно:

$$U_{C1} = \mathcal{E}.$$

3. Заряд на конденсаторе станет равным:

$$Q_1 = CU_C = C\mathcal{E}.$$

4. Конденсатор получит энергию:

$$W_{э1} = \frac{CƐ^2}{2}.$$

5. Для второго положения ключа (рисунок 7.3) получим контур с ЭДС

$$\varepsilon_{рез} = -\varepsilon.$$

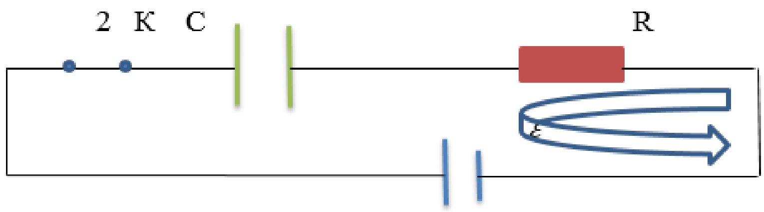


Рисунок 7.3 – Ключ в положении 2

6. Напряжение на конденсаторе станет равным:

$$U_{C2} = -Ɛ.$$

7. Заряд на конденсаторе в этом случае определится:

$$Q_2 = -CƐ.$$

Заряд на конденсаторе поменял знак, но не изменился по модулю.

8. Для новой энергии конденсатора запишем:

$$W_{э2} = \frac{CƐ^2}{2}.$$

Энергия конденсатора не изменилась.

9. Изменение заряда на конденсаторе при переключении ключа из положения 1 в положение 2 равно:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = -ƐC - \; -ƐC = -2ƐC.$$

10. Источник совершил работу по переносу заряда ΔQ в электрической цепи:

$$A_{ист} = \Delta QƐ = -2Ɛ^2C.$$

11. При перезарядке конденсатора в цепи с сопротивлением R выделится количество теплоты Q, которое мы определим из закона сохранения энергии, записанного в виде:

$$A_{ист} + A_{вн} = \Delta W_э + Q,$$

$$-2\varepsilon^2 C = \frac{C\mathcal{E}^2}{2} - \frac{C\mathcal{E}^2}{2} + Q\ ,$$

$$Q = -2\mathcal{E}^2 C.$$

Учли, что внешние силы не совершают работы ($A_{вн} = 0$). Знак «минус» для количества теплоты Q указывает на то, при перезарядке конденсатора энергия в электрической цепи выделилась.

Проанализируем другую ситуацию.

Конденсатор емкостью C зарядили до напряжения ε и подключили через сопротивление R к батарее с ЭДС $5\mathcal{E}$ так, как показано на рисунке 7.4. Определим количество теплоты Q, которое выделится в цепи при замыкании ключа и зарядке конденсатора до напряжения $5\mathcal{E}$.

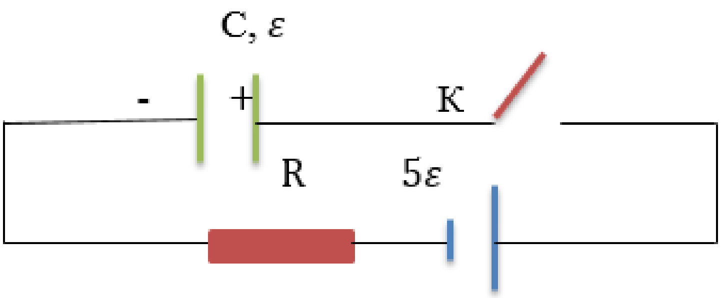


Рисунок 7.4 – Перезарядка заряженного конденсатора

1. До замыкания ключа К заряд конденсатора был равен:

$$Q_1 = \varepsilon C.$$

2. Запасенная энергия конденсатора была равна:

$$W_{э1} = \frac{C\varepsilon^2}{2}.$$

3. После замыкания ключа К заряд на конденсаторе определится:

$$Q_2 = 5\varepsilon C.$$

4. Новая энергия электрического поля будет равна:

$$W_{э2} = \frac{25C\varepsilon^2}{2}.$$

5. Для изменения ΔQ заряда на конденсаторе после замыкания ключа запишем:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 4\varepsilon C.$$

6. Изменение энергии конденсатора в данном случае:

$$\Delta W_э = W_{э2} - W_{э1} = 24\frac{C\varepsilon^2}{2}.$$

7. Работа источника тока по перезарядке конденсатора определится:

$$A_{ист} = 4\varepsilon C\varepsilon = 4\varepsilon^2 C.$$

8. Из закона сохранения энергии для количества теплоты получим:

$$A_{ист} + A_{вн} = \Delta W_э + Q,$$

$$Q = A_{ист} - \Delta W_э = -8\varepsilon^2 C.$$

Здесь учтено, что внешние силы не совершают работы ($A_{вн} = 0$). Знак «минус» указывает на выделение энергии на внешнем сопротивлении R.

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите правильный вариант ответа

1. Два конденсатора с электроемкостями C и $2C$ включили в цепь с резистором R так, как показано на рисунке 7.5. Определите модуль количества теплоты Q, которое выделится на внешней цепи при замыкании ключа К. *Указание*: решайте задачу для батареи двух последовательно соединенных конденсаторов.

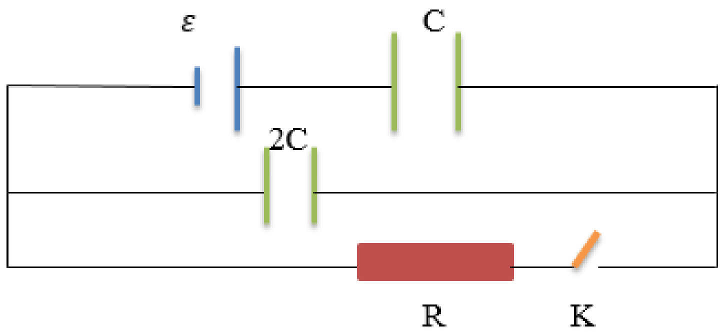


Рисунок 7.5 – Определение количества теплоты Q, выделившегося на сопротивлении R

А. $Q = \frac{C\varepsilon^2}{12}$

Б. $Q = \frac{C\varepsilon^2}{12}$

В. $Q = \frac{C\varepsilon^2}{6}$

2. Конденсатор емкостью C зарядили до напряжения 4ε и включили в цепь с резистором R и батареей с ЭДС ε так, как показано на рисунке 7.6. Определите работу $A_{\text{ист}}$ источника при разрядке конденсатора, после замыкании ключа К.

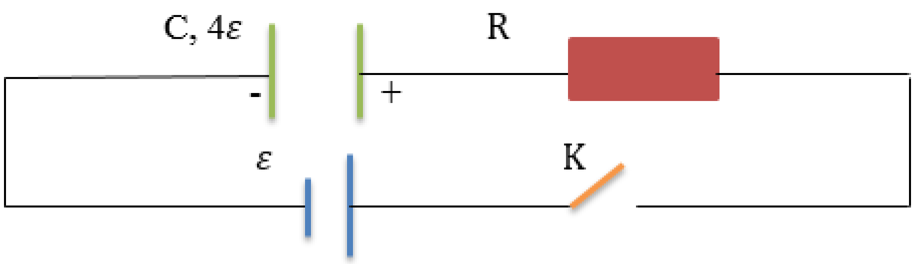


Рисунок 7.6 – Определение работы $A_{\text{ист}}$ источника и количества теплоты Q, выделившегося на резисторе R при замыкании ключа К

А. $A_{\text{ист}} = -3\varepsilon^2 C$

Б. $A_{\text{ист}} = -3\varepsilon^2 C$

В. $A_{\text{ист}} = -\varepsilon^2 C$

3. В условиях предыдущей задачи определите модуль количества теплоты Q, выделившегося на сопротивлении R, при замыкании ключа K.

А. $Q = \frac{C\varepsilon^2}{2}$

Б. $Q = \frac{9C\varepsilon^2}{2}$

В. $Q = \frac{8C\varepsilon^2}{2}$

4. Заряженный до напряжения U конденсатор емкостью C соединили обкладками с незаряженным конденсатором такой же емкости C. Какое количество теплоты Q по модулю выделится в проводниках, соединяющих эти конденсаторы?

А. $Q = \frac{CU^2}{8}$

Б. $Q = \frac{CU^2}{2}$

В. $Q = \frac{CU^2}{4}$

3.8 Процессы перезарядки конденсатора в цепях постоянного тока

Знание:

- электроемкость батареи параллельно соединенных конденсаторов: $\mathrm{C} = {}_{1}^{n}C_i$
- электроемкость батареи последовательно соединенных конденсаторов:

$$\frac{1}{\mathrm{C}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_i} ;$$

- для параллельного соединения конденсаторов выполняется:

$$U_1 = U_2 = \cdots U_i,$$

$$\mathrm{Q} = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_i.$$

- для последовательно соединенных конденсаторов выполняется:

$$U = U_1 + U_2 + \ldots + U_i,$$

$$Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_i.$$

Понимание энергетических процессов при смене полярности подключения конденсатора в электрической цепи.

Разбираем тему

В параграфе 3.7 были рассмотрены процессы перезарядки конденсатора при условии, когда одноименно заряженные его обкладки соединялись с одноименными полюсами источника постоянного тока.

Обсудим ситуации другого подключения конденсаторов к источникам тока и определим выделившееся количество теплоты в таких цепях.

Пусть три конденсатора одинаковой емкости C подключили к источнику тока с ЭДС ε так, что ключ замкнут в положении а (рисунок 8.1). Найдем количество теплоты Q, выделившееся в цепи при переключении ключа в положение б.

1. Батарея 1 – система из двух параллельно соединенных конденсаторов. Электроемкость C_{12} такой системы равна:

$$C_{12} = 2C.$$

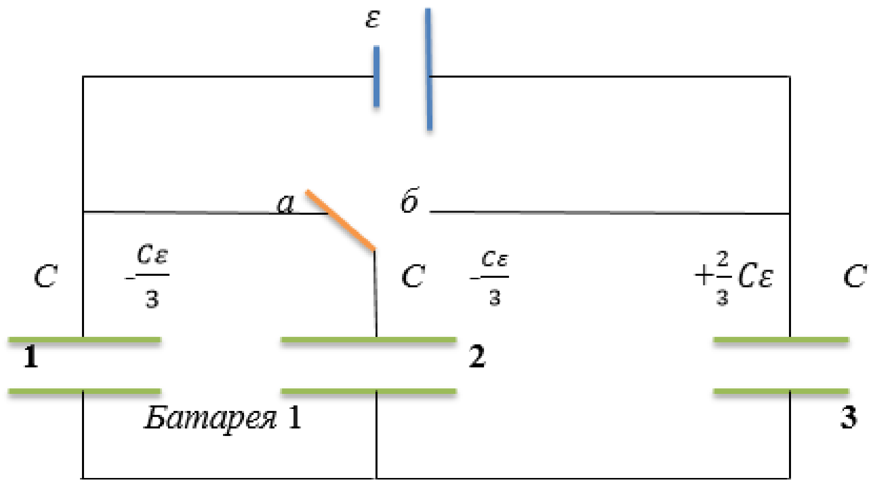


Рисунок 8.1 - Перезарядка конденсаторов при смене полярности на обкладках

2. Батарея емкостью C_{12} соединена с конденсатором 3 последовательно. Электроемкость C_{123} системы 123 определится:

$$\frac{1}{C_{123}} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C},$$

$$C_{123} = \frac{2}{3}C.$$

3. Заряд батареи из конденсаторов 123 равен:

$$Q = C_{123}\varepsilon = \frac{2}{3}C\varepsilon.$$

4. Для энергии системы конденсаторов 123, для положения *а* ключа имеем:

$$W_{э1} = \frac{C_{123}\varepsilon^2}{2} = \frac{C\varepsilon^2}{3}. \qquad (1)$$

5. Выясним, как распределится заряд Q на обкладках конденсаторов.

$$Q_{12} = Q_3 = Q,$$

$$Q_1 = Q_2 = \frac{Q}{2} = \frac{C\varepsilon}{3}.$$

Распределение заряда на верхних обкладках конденсаторов показано на рисунке 8.1.

6. В положении *б* ключа на конденсаторах 2 и 3 заряды изменятся (рисунок 8.2).

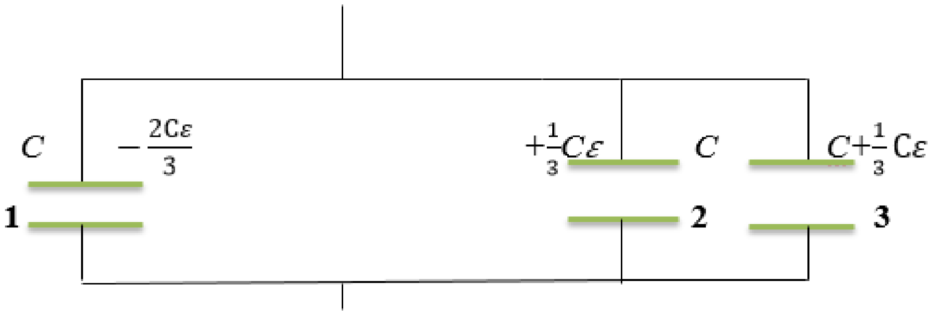


Рисунок 8.2 – Перезарядка конденсаторов

7. Проще всего проследить за конденсатором 1. Изменение заряда на нем за время переключения ключа из положения 1 в положение 2 равно:

$$\Delta Q = \frac{2}{3}C\varepsilon - \frac{1}{3}C\varepsilon = \frac{1}{3}C\varepsilon. \quad (2)$$

8. В данном случае работа источника с учетом (2) равна:

$$A_{\text{ист}} = C\Delta Q = -\frac{C\varepsilon^2}{3}.$$

9. Энергия системы конденсаторов осталась прежней и равной

$$W_{\text{э}2} = W_{\text{э}1} = \frac{C\varepsilon^2}{3}. \quad (3)$$

10. Записывая закон сохранения энергии, получим выражение для количества Q теплоты, выделившегося при переводе ключа из положения *a* в положение *б*:.

$$A_{\text{ист}} = \Delta W_{\text{э}} + Q,$$

$$Q = -\frac{C\varepsilon^2}{3} - \frac{C\varepsilon^2}{3} - \frac{C\varepsilon^2}{3} = -\frac{C\varepsilon^2}{3}.$$

В рассмотренной задаче источник тока подзаряжается, а энергия системы из конденсаторов 1, 2 и 3 не меняется.

В следующей задаче тоже происходит изменение полярности подключения конденсатора при изменении положения ключа. Нужно, как и в предыдущем случае, определить количество теплоты Q, выделившееся при переключения ключа K из положения 1 в положение 2 (рисунок 8.3).

Проведем рассуждения.

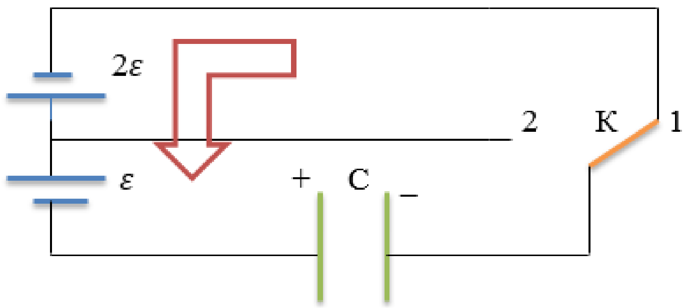


Рисунок 8.3 – Определение количества теплоты Q, выделившегося при перезарядке конденсатора

1. Ключ находится в положении 1. Выберем направление обхода и определим результирующую ЭДС $\varepsilon_{рез}$:

$$\varepsilon_{рез} = 2\varepsilon - \varepsilon = \varepsilon.$$

2. Конденсатор приобретает заряд, равный

$$Q_1 = C\varepsilon.$$

Полярность обкладок показана на рисунке 8.3.

3. Конденсатор получил энергию:

$$W_{э1} = \frac{C\varepsilon^2}{2}.$$

4. Ключ перевели в положение 2. Теперь левая обкладка конденсатора с зарядом $+C\varepsilon$ стала соединена с отрицательным полюсом источника тока с ЭДС ε. Теперь на левой обкладке появится заряд

$$Q_2 = -C\varepsilon.$$

5. Энергия электрического поля конденсатора будет равна:

$$W_{э2} = W_{э1} = \frac{C\varepsilon^2}{2}$$

6. Изменение заряда на левой обкладке конденсатора при переключения ключа К из положения 1 в положение 2 выразится формулой:

$$\Delta Q = -C\varepsilon - C\varepsilon = -2C\varepsilon.$$

7. Источник тока подзаряжается, так как работа $A_{ист} < 0$:

$$A_{ист} = \Delta Q\varepsilon = -2C\varepsilon^2.$$

8. Из закона сохранения энергии получаем:

$$A_{ист} = \Delta W_э + Q,$$

$$Q = A_{ист} - \Delta W_э = -2C\varepsilon^2.$$

Таким образом, в задачах на перезарядку конденсаторов в цепи постоянного тока следует обращать внимание на полярность их подключения для правильного составления баланса энергии в цепи.

Проверяем себя

Инструкция: решите задачу и выберите правильный вариант ответа

1. Конденсаторы с емкостями 4 и 6 *мкФ* соединили последовательно. Параллельно этому участку подсоединили конденсатор с емкостью 1,6 *мкФ*. Определите емкость полученной батареи.

А. 11,6 *мкФ*

Б. 4 *мкФ*

В. 2,4 *мкФ*

2. Конденсатор емкостью 2,4 *мкФ* зарядили до напряжения 270 *В* и соединили параллельно с конденсатором емкости 1,6 *мкФ*, заряженным до напряжения 220 *В*. Определите заряд, прошедший по соединительным проводам.

А. 24 *мкКл*

Б. 48 *мкКл*

В. 72 *мкКл*

3. Три конденсатора с емкостями *C, 2C* и *5C* соединены так, как показано на рисунке 8.4. Определите выделившееся количество теплоты Q при переключения ключа *К* из положения 1 в положение 2.

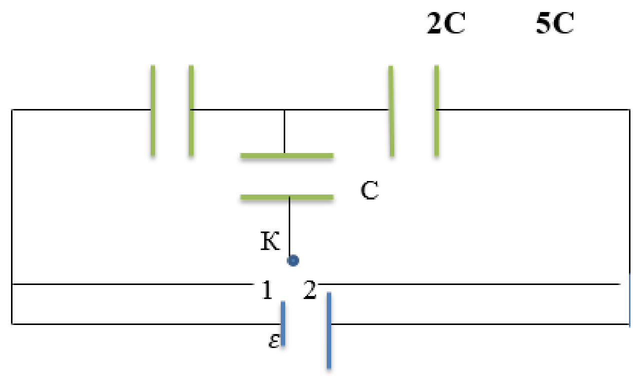


Рисунок 8.4 – Определение выделившегося количества теплоты Q при перезарядке конденсаторов

А. $\frac{1}{16}\mathrm{C}\varepsilon^2$

Б. $\frac{9}{16}\mathrm{C}\varepsilon^2$

В. $\frac{7}{16}\mathrm{C}\varepsilon^2$

3.9 Определение разности потенциалов в электрической цепи постоянного тока с конденсатором

Знание:

- напряжение на участке с двумя последовательно соединенными конденсаторами: $U = U_1 + U_2$;
- заряды на двух последовательно соединенных конденсаторах равны: $Q_1 = Q_2 = Q$.

Понимание приема определения разности потенциалов между точками электрической цепи постоянного тока с конденсатором

Разбираем тему

В некоторых задачах необходимо определить разность потенциалов между выбранными точками в электрической цепи постоянного тока с конденсатором. Далее, зная разность потенциалов, можно определить, например, заряд, протекший на данном участке при определенных изменениях в цепи.

Рассмотрим пример такой ситуации.

Четыре конденсатора с различными электроемкостями соединили так, как показано на рисунке 9.1. Определим разность потенциалов ($\varphi_A - \varphi_B$) между точками *A* и *B*.

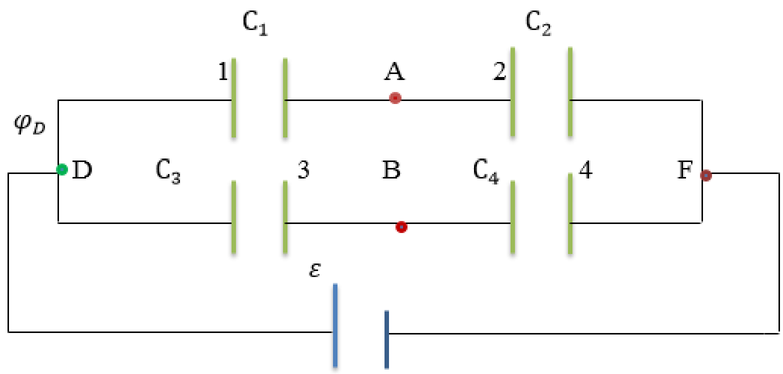


Рисунок 9.1 – Определение разности потенциалов между точками *A* и *B*

1. Для разности потенциалов запишем:

$$\varphi_D - \varphi_A = U_1,$$

$$\varphi_D - \varphi_B = U_2.$$

Тогда

$$U_3 - U_1 = \varphi_A - \varphi_B. \quad (1)$$

Следовательно, следует определить напряжения на первом и третьем конденсаторах для ответа на поставленный вопрос.

2. Для напряжений на участках с последовательно соединенными конденсаторами 1-2 и 3-4 имеем:

$$U_1 + U_2 \ = \ \varepsilon,$$

$$U_3 + U_4 \ = \varepsilon. \qquad (2)$$

3. Для зарядов на 1-ом и 2-ом, 3-м и 4-ом выполняется:

$$U_1C_1 = \ U_2C_2,$$

$$U_3C_3 = \ U_4C_4. \qquad (3)$$

4. Решая совместно (2) и (3), получим для напряжений:

$$U_1 = \frac{\varepsilon C_2}{C_1 + C_2},$$

$$U_3 = \frac{\varepsilon C_4}{C_3 + C_4}. \qquad (4)$$

5. Подставляя (4) в (1), для разности потенциалов получим:

$$\varphi_A - \varphi_B = \frac{C_1C_4 - C_2C_3}{C_4 + C_3 \quad C_1 + C_2}\ \varepsilon. \qquad (5)$$

Как следует из (5), знак $\Delta\varphi_{AB}$ будет определяться значениями емкостей конденсаторов, включенных в цепь.

Проверяем себя

Инструкция: Решите задачу и выберите правильный ответ

1. Два конденсатора и два источника постоянного тока включили в цепь так, как представлено на рисунке 9.2. Определите результирующую ЭДС ε в цепи.

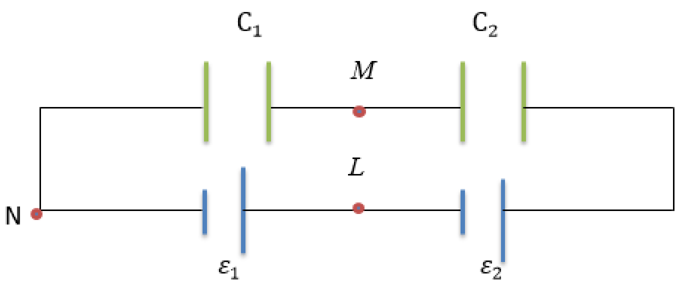


Рисунок 3.2 – Определение разности потенциалов между точками M и L

А. $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

Б. $\varepsilon = \varepsilon_1 - \varepsilon_2$

В. $\varepsilon = 0$

2. Принимая потенциал точки N равным нулю, в условиях предыдущей задачи, определите напряжение U_1 на первом конденсаторе.

А. $U_1 = \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{C_1 + C_2} C_2$

Б. $U_1 = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{C_1 + C_2} C_2$

В. $U_1 = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{C_1 - C_2} C_2$

3. Используя решение задач 1 и 2, в условиях задачи 1, найдите разность потенциалов между точками M и L.

А. $\Delta\varphi_{ML} = \varepsilon_2 - U_1$

Б. $\Delta\varphi_{ML} = \varepsilon - U_1$

В. $\Delta\varphi_{ML} = \varepsilon_1 - U_1$

Заключение

Целью автора было показать и разъяснить наиболее трудные для изучения студентом вопросы электростатики: процессы, происходящие в проводниках и диэлектриках во внешнем электрическом поле; процессы зарядки и перезарядки конденсаторов в цепях постоянного тока; особенности, проявляющиеся при соединении заряженных и незаряженных (или только заряженных) конденсаторов.

Разбор конкретных физических ситуаций опирался, как правило, на подробно сделанный рисунок, так как рисунок, очевидно, упрощает понимание, анализ и решение различных физических задач.

Автор надеется, что студент продолжит самостоятельную работу по углублению понимания физики, используя для этого список литературы, рекомендуемой к изучению.

Список литературы, рекомендуемой к изучению

1. Иродов И.Е. Электромагнетизм. Основные законы: Учебное пособие / Иродов И.Е. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 352с.

2. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм: Учебное пособие / Матвеев А.Н. – М.: Высш. школа, 1983. – 463с.

3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Электричество: Учебное пособие / Сивухин Д.В. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 688с.

4. Яворский Б.М. Справочник по физике / Яворский Б.М., Детлаф А.А. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы,1985. – 512с.

5. Физический энциклопедический словарь / Гл. ред. А.М. Прохоров. – М.: Сов. Энциклопедия, 1983. – 928с.

6. Кондратьев А.С. Методы решения задач по физике / Кондратьев А.С., Ларченкова Л.А., Ляпцев А.В. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2019. – 320с.

7. Сборник задач по физике: Учебное пособие / Бакакнина Л.П., Белонучкин В.Е., Козел С.М., Мазанько И.П.; под ред. Козела С.П. – М.: Наука,2016. – 288с.

8. Белолипецкий С.Н. Задачник по физике: Учебное пособие / Под ред. О.С. Еркович. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 368с.

9. Чешев Ю.В. Методическое пособие по физике для учащихся старших классов и абитуриентов / Чешев Ю.В. – М.: Физматкнига, 2014. – 400с.l

10. Кондратьев А.С., Уздин В.М. Физика. Сборник задач / А.С. Кондратьев. В.М. Уздин. – М ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 392с.

11. Меледин Г.В. Физика в задачах: Экзаменационные задачи с решениями: Учебное пособие / Г.В. Меледин. – М.:Наука,1985. – 208с.

12. Балаш В.А. Задачи по физике и методы их решения: Пособие для учителя / В.А. Балаш. – М.: Просвещение, 1983. – 432с.

13. Буховцев Б.Б. Сборник задач по элементарной физике / Буховцев Б.Б, Кривченков В.Д. Мякишев Г.Я., Сараева И.М.– М. Наука, 1974. – 411с.

14. Гофман Ю.В. Законы. Формулы. Задачи физики / Ю.В. Гофман.- Наукова думка, 1977. – 573с.

15. Тарасов Л.В. Вопросы и задачи по физике (Анализ характерных ошибок поступающих во втузы): Учеб. пособие /Л.В. Тарасов, А.Н. Тарасова. – М.: Высш.школа, 1984. – 256с.

16. Бутиков Е.И. Физика в примерах и задачах: Учеб. пособие / Бутиков А.А., Быков А.А., Кондратьев А.С. – М.: Наука, 1983. – 464с.

17. Кучеренко М.А. Стратегии смыслового чтения по физике: учебно-методическое пособие / М.А. Кучеренко. - Оренбург: ОГУ, 2014. – 248 с.