Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Оренбургский государственный университет»

С.С. Фролов

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ, ПАРАМЕТРОВ И ХАРАКТЕРИСТИК ПАССИВНЫХ УЗЛОВ ЭЛЕКТРОННЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ

Практикум

Рекомендовано ученым советом федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Оренбургский государственный университет» для обучающихся по образовательным программам высшего образования по направлениям подготовки 11.03.04 Электроника и наноэлектроника и 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи

Оренбург
2021

УДК 621.382.002.56(07)
ББК 32.852я7
Ф18

Рецензент – доцент, кандидат технических наук Л.В. Быковская

Фролов, С.С.

Ф18 Исследование процессов, параметров и характеристик пассивных узлов электронных измерительных устройств: практикум / С.С. Фролов; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2021.

Основное содержание: учебное пособие для выполнения лабораторных работ по измерению параметров гармонических и переходных процессов в *RC*-, *RL*- и *RLC*-цепей, параметров и частотных характеристик резонансных контуров, избирательных и частотных характеристик фильтров, вольтамперных характеристик нелинейных цепей и исследованию гармонических процессов в нелинейных цепях. Для большинства лабораторных работ приведены краткие теоретические сведения, для каждой – варианты заданий, руководство по выполнению аналитической и экспериментальной части, требования к оформлению отчёта, примеры вопросов и задач к защите, рекомендуемая литература.

Практикум является основным учебным руководством при выполнении лабораторных работ по курсу «Теория цепей и сигналов» студентами, обучающимися по направлениям 11.03.04 Электроника и наноэлектроника и 11.03.02 Инфокоммуникационные технологии и системы связи.

УДК 621.382.002.56(07)
ББК 32.852я7

Содержание

Лабораторная работа №1. Реактивные цепи в гармоническом режиме

Цели работы:

1 Практическое освоение метода комплексных амплитуд на примере расчётов последовательных *RC*-, *RL*- и *RLC*-цепей при гармоническом воздействии.

2 Освоение экспериментальных способов анализа гармонического режима с помощью генератора и осциллографа на примере *RC*-, *RL*- и *RLC*-цепей.

1.1 Краткие сведения о методе комплексных амплитуд

Метод комплексных амплитуд (он же – символьный метод) позволяет упростить расчёт токов и напряжений в электрических *реактивных* цепях при синусоидальных воздействиях.

В настоящем пособии к лабораторной работе автор ограничится кратким рассмотрением тех особенностей метода, которые необходимы для практического расчёта указанных в теме лабораторной цепей.

1.1.1 Метод допускается применять для расчёта *линейных* реактивных цепей в *установившемся режиме*, для которых выполняются условия:

– в цепи присутствуют *реактивные элементы – конденсаторы и/или катушки*;

– цепь содержит только гармонические источники энергии (тока или напряжения) и только одной частоты;

– указанные источники функционируют в цепи («включились» в цепь) настолько давно, что на момент анализа амплитуды и начальные фазы токов и напряжений на всех участках цепи установились и не меняются, то есть в цепи наступил *установившийся гармонический режим*.

1.1.2 Практика применения. Пусть требуется определить выражения для токов и/или напряжений некоторых участков цепи – например, для схемы рисунка 1.1,а –

$u_C(t)$, $u_R(t)$, $i(t)$. Схема содержит *реактивные элементы* (ёмкости и катушки), а также гармонический источник напряжения с частотой $\omega_0=2\pi\cdot f_0$

$$u(t)=U_m\sin(\omega 0\cdot t+\varphi_U).$$

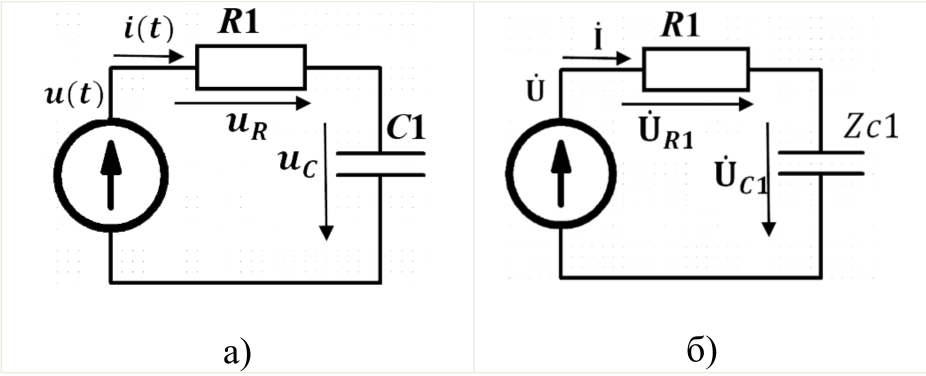


Рисунок 1.1 – Реактивная схема (а) и её комплексная схема замещения (б)

Ниже – алгоритм решения поставленной задачи.

1.1.2.1 Составляется схема замещения цепи (рисунок 1.1,б), в которой:

а) гармонический источник заменяется источником постоянного напряжения, но с комплексным значением в показательной форме (комплексной амплитудой)

$$\dot{\mathbf{U}}=U_m\cdot e^{j\cdot\varphi_U}\ , \tag{1.1}$$

где $j=i=\sqrt{-1}$ – мнимая единица. При этом модуль комплексной амплитуды соответствует амплитуде колебаний

$$|\dot{\mathbf{U}}|=U_m\ ,$$

а аргумент – их начальной фазе

$$\arg\left(\dot{\mathbf{U}}\right)=\varphi_U\quad ;$$

b) катушки и ёмкости заменяются комплексными сопротивлениями

$$\underline{Z}_L=j\cdot\omega\cdot L\,, \tag{1.2}$$

$$\underline{Z}_C=\frac{1}{j\omega C}=-\frac{j}{\omega C}. \tag{1.3}$$

Для соотношений (1.2) и (1.3) модули сопротивлений обозначаются символом *x*. Соответственно, модуль индуктивного сопротивления записывается в виде

$$x_L = \omega \cdot L,$$

а модуль емкостного

$$x_C = \frac{1}{\omega C}.$$

При этом выражения (1.2) и (1.3) можно представить в виде

$$\underline{Z}_L = j \cdot x_L,$$

$$\underline{Z}_C = -j \cdot x_C.$$

1.1.2.2 Для полученной резистивной цепи постоянного тока (1.1,б) любым известным вам способом вычисляются соответствующие искомые токи и напряжения (например – $\dot{\mathbf{U}}_C$, $\dot{\mathbf{U}}_R$ и $\dot{\mathbf{I}}$). Только нужно не забывать, что полученные значения – комплексные, и значения эти также называются комплексными амплитудами.

1.1.2.3 В соответствии с вычисленными комплексными амплитудами получают аналитические выражения искомых гармонических токов и/или напряжений. При этом вид функций – sin(x) или cos(x) – зависит от функции источника, их амплитудам соответствуют модули, начальным фазам – аргументы комплексных амплитуд, а частоте – частота источника $\omega_0 = 2\pi \cdot f_0$. Для рассматриваемых величин схем рисунка 1.1 это будет выглядеть так

$$u_C(t) = U_{m,C} \sin(\omega 0 \cdot t + \varphi_C),$$

$$u_R(t) = U_{m,R} \sin(\omega 0 \cdot t + \varphi_R),$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega 0 \cdot t + \varphi_R),$$

где

$$U_{m,C} = |\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{C}|, \;\; U_{m,R} = |\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{R}|, \;\; I_m = |\dot{\mathbf{I}}|,$$

и

$$\varphi_C = \arg\left(\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{C}\right), \;\; \varphi_R = \arg\left(\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{R}\right) = \arg\left(\dot{\mathbf{I}}\right).$$

1.1.3 ***Пример 1 – Расчёт RC-цепочки*** рисунка 1.1,а. Вычислим указанные в пункте 1.1.2 $u_C(t)$, $u_R(t)$, $i(t)$ для схемы при $u(t)$ = $10\sin(\omega_0 \cdot t + 30°)$ в, f_C=15,92 кГц, $R1$= 2 кОм, $C1$=5 нФ. *Построим временные диаграммы* $u(t)$, $u_C(t)$, $u_R(t)$.

1.1.3.1 Формируем резистивную комплексную схему замещения (1.1,б).

Аналогично (1.1) Определяем комплексную амплитуду источника. В Mathcad рекомендуется ввести так

$$U := 10\mathrm{V} \cdot e^{1i \cdot 30 \cdot \deg}.$$

Здесь умножением на «deg» 30° переводятся из градусов в радианы.

Определяем значения комплексных сопротивлений:

- циклическая частота: $\omega_0 = 2\pi f_{0.C} = 100 \cdot 10^3$ рад/с;
- модуль сопротивление ёмкости $C1$:

$$x_{C1} = \frac{1}{\omega_0 \cdot C1} = \frac{1}{1 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-9}} = 2000 \text{ Ом} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Z}_{C1} = -j \cdot x_{C1} = -j \cdot 2000 \text{ Ом}.$$

При расчётах в Mathcad-е мнимую единицу можно ввести либо из меню «Calculator», ли набрав с клавиатуры «1i».

1.1.3.2 Расчёт комплексного входного сопротивления:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{C1} + R1 = (2000 - j \cdot 2000) \text{ Ом},$$

$$\underline{Z} = \sqrt{2000^2 + 2000^2} \cdot e^{-j \cdot arctg\left(\frac{1000}{1000}\right)} = 2000\sqrt{2} \cdot e^{-j \cdot 45^\circ} \text{ Ом}.$$

1.1.3.3 Расчёт тока $\dot{\mathbf{I}}$ и $i(t)$:

a) по закону Ома:

$$\dot{\mathbf{I}} = \frac{\dot{\mathbf{U}}}{\underline{Z}} = \frac{10 \cdot e^{j \cdot 30^\circ}}{2000\sqrt{2} \cdot e^{-j \cdot 45^\circ}} = \frac{0.005}{\sqrt{2}} \cdot e^{j \cdot 75^\circ} \mathrm{A} = 3.536 \cdot e^{j \cdot 75^\circ} \text{мА}; \quad (1.4)$$

b) в Mathcad-е операция (1.4) у вас будет выглядеть так

$$I := \frac{U}{Z} = \left(9.151\times 10^{-4} + 3.415i\times 10^{-3}\right)A \;;$$

c) амплитуду тока I_m можно вычислить, используя операцию «модуль» – «|x|» из меню «Calculator»

$$I_m := |I| = 3.536\times10^{-3}A; \qquad (1.5)$$

d) начальную фазу в радианах определите с помощью функции «arg»

$$\phi_R := \arg(I) = 1.309 \;; \qquad (1.6)$$

e) величину фазы в градусах определите через константу «deg»

$$\frac{\phi_R}{deg} = 75 \;; \qquad (1.7)$$

f) в дифференциальной форме выражение для тока (выражение для мгновенных значений) сформируете, используя результаты (1.5) и (1.6)

$$i(t) := I_m \cdot \sin(\omega 0 \cdot t + \phi_R); \qquad (1.8)$$

На «бумаге» (**<u>не в Mathcad-е!!!</u>**), на основании (1.5) – (1.7) выражение (1.8) можно записать так

$$i(t) = (3{,}536 mA)\cdot \sin\left(2\cdot 10^5 \cdot t + 75°\right).$$

1.1.3.4 Падения напряжений на резисторе и конденсаторе:

a) на основе закона Ома и результата (1.4) опередим комплексы напряжений:

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{I}} \cdot R1 = \frac{0.005}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\cdot 75°} \cdot 2000 = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{j75°}\,\text{В} = 7{,}07 \cdot e^{j75°}\;, \qquad (1.9)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{C}} = \dot{\mathbf{I}} \cdot \underline{Z}_{C1} = \frac{0.005}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\cdot 75°} \cdot 2000 \cdot e^{-j\cdot 90°} = \frac{10}{\sqrt{2}} e^{-j15°}\,\text{В} = 7{,}07 \cdot e^{-j15°}\;; \qquad (1.10)$$

b) в Mathcad-е операции (1.9) и (1.10) выполнятся так

$$UR := I\cdot R1 = (1.83 + 6.83i)\,V\;, \quad Uc := I\cdot Zc1 = (6.83 - 1.83i)\,V\;;$$

c) амплитуды и начальные фазы напряжений в Mathcad-е выполните аналогично (1.5) – (1.7)

$$U_{R.m} := |UR| = 7.071V\ ,\quad U_{c.m} := |Uc| = 7.071V\ , \tag{1.11}$$

$$\phi_C := \arg(Uc) = -0.262\ , \tag{1.12}$$

$$\frac{\arg(UR)}{deg} = 75\ ,\quad \frac{\phi_C}{deg} = -15\ ; \tag{1.13}$$

d) выражения в дифференциальной форме для напряжений в Mathcad-е запишите по результатам (1.11) – (1.13) и (1.6)

$$u_R(t):=U_{R.m}\cdot\sin(\omega0\cdot t+\phi_R),\quad u_c(t):=U_{C.m}\cdot\sin(\omega0\cdot t+\phi_C),$$

а на бумаге их можно представить в виде

$$u_R(t)=7.07\cdot\sin\left(\omega0\cdot t+75^\circ\right)\ в,\ u_C(t)=7.07\cdot\sin\left(\omega0\cdot t-15^\circ\right)\ в.$$

1.1.3.5 Построение временных диаграмм. Описываете в Mathcad-е функцию источника

$$u(t):=10\cdot\sin(\omega0\cdot t+30\cdot deg).$$

Вводите значение периода

$$T1 := \frac{1}{f_{0.c}} = 6.283\times 10^{-5}s\ .$$

Описываете диапазон времени для построения 3-х периодов напряжений

$$t:=0,\ 0.01\cdot T1..3\cdot T1,$$

реализовав следующую последовательность шагов:

- набираете «t:=»;
- нажимаете инструмент «m..n» из меню «Matrix»

t:= ■ .. ■ ;

- на месте первого «кирпичика» набираете первое значение диапазона

t:=0.. ■;

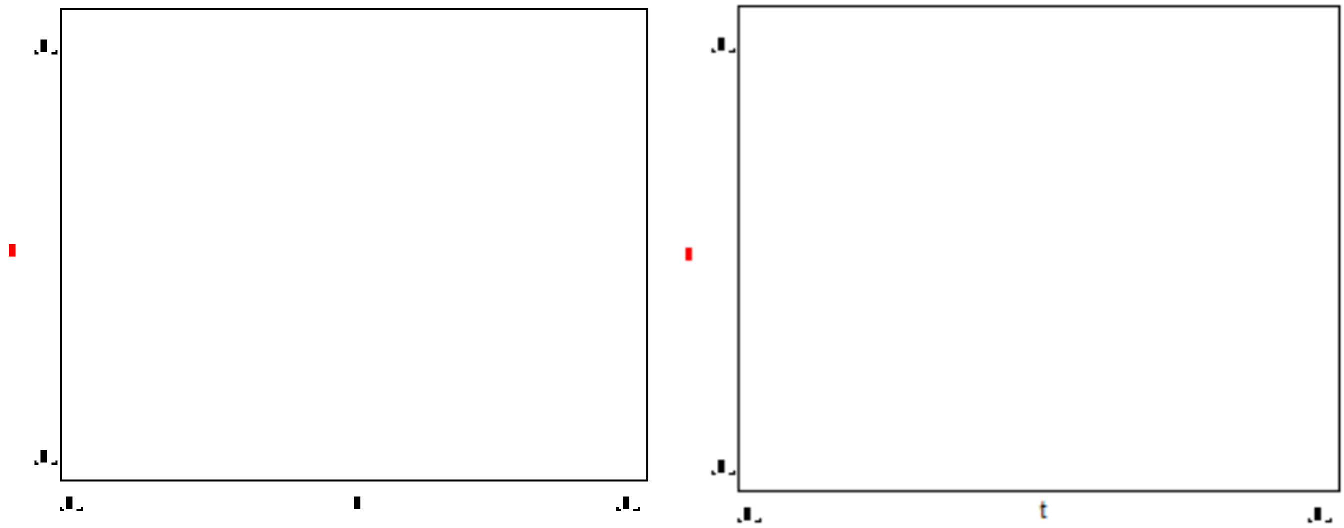
- через запятую набираете второе значение, большее первого на величину шага между точками графика (0.001·T1 или 0.01·T1)

t:=0, 0.001·T1..■;

- на последней позиции указываете последнее значение

t:=0, 0.001·T1.. 3·T1;

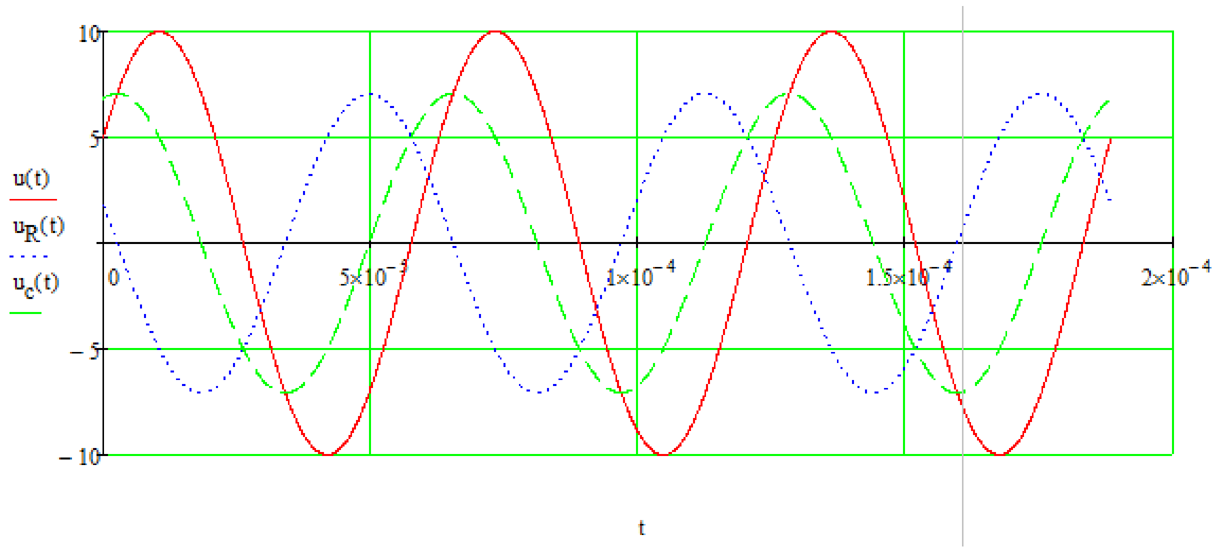
В меню «Graph» нажимаете иконку , либо комбинацию «Shift» + «2» при латинской раскладке – получите заготовку двумерного графика (рисунок 1.2, а).



а) б)

Рисунок 1.2 – Этапы построения временной диаграммы

В «серединке» по Ox указываем аргумент «t» (рисунок 1.2, б). В «серединке» по Oy (смотри рисунок ниже) перечисляем через запятую описанные *u(t)*, $u_C(t)$, $u_R(t)$.



1.1.3.6 Строим на листе в клеточку (можно – на миллиметровке, можно на ПК в графических редакторах с разметкой или линиями сетки) векторную диаграмму тока $\dot{I}$ и напряжений $\dot{U}$, $\dot{U}_R$, $\dot{U}_C$.

Строим, как вас учили на математике – по оси Ох откладываем действительные части, по оси Оу мнимые. На диаграмме рисунка 1.3 для вас продублированы рассчитанные здесь комплексные величины. Вам их писать не нужно.

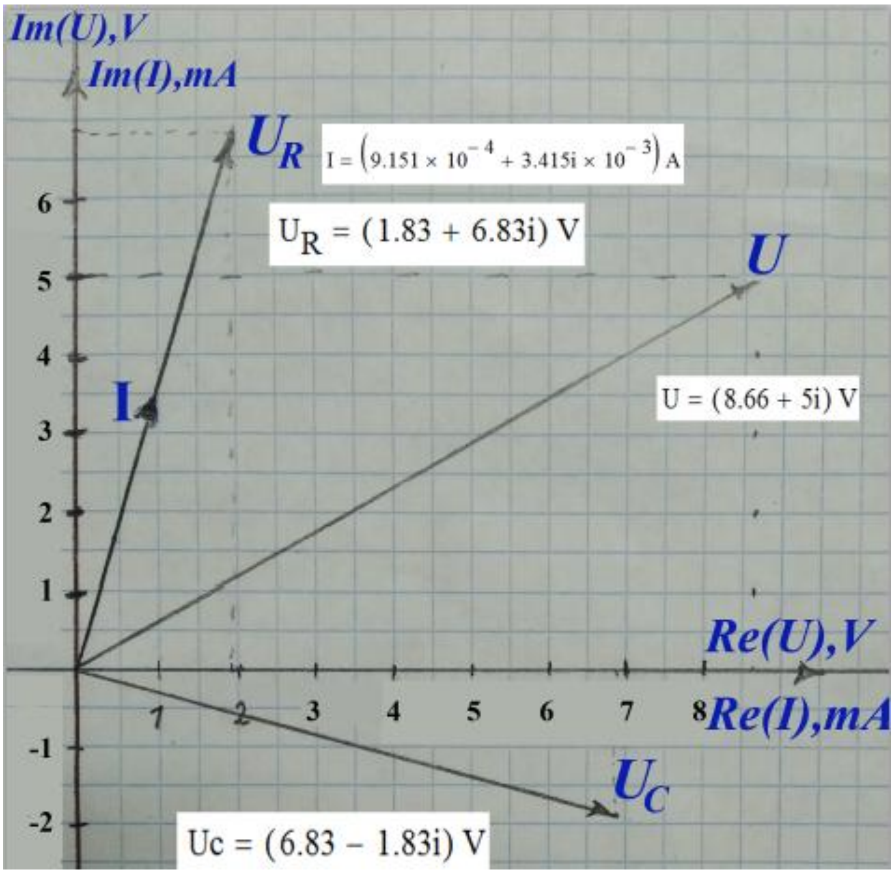
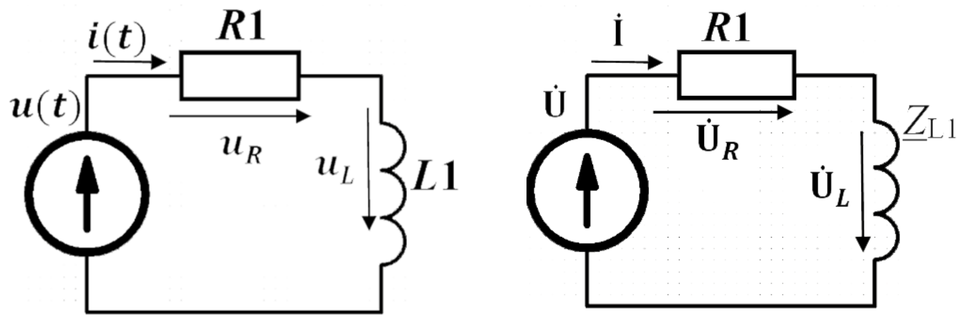


Рисунок 1.3 – «Рукопашная» векторная диаграмма

Цены делений и по Ох, и по Оу для одной электрической величины должны быть одинаковыми (смотри рисунок 1.3).

Ток и напряжение в расчёте отличаются на 3 порядка. Поэтому масштабы для них на рисунке 1.3 разные – ток в миллиамперах, напряжения – в вольтах.

1.1.4 ***Пример 2 – Расчёт RL-цепочки.*** Требуется вычислить $u_L(t)$, $u_R(t)$, $i(t)$ (рисунок 1.4,а) при: $u(t) = 5\sin(\omega_0 \cdot t - 45°)$ в, f_0=127,3 кГц, $R1$= 2 кОм, $L1$=2.5 мГн.



а)   б)

Рисунок 1.4 – *RL*-цепочка (а) и её комплексная схема замещения (б)

1.1.4.1 Формируем комплексную схему замещения (рисунок 1.4,б):

а) комплексная амплитуда источника (смотри (1.1)):

$$\dot{\mathbf{U}} = 5e^{-j\cdot 45^{\circ}};$$

b) определяем значения комплексных сопротивлений:

- циклическая частота:

$$\omega_0 = 2\pi f_0 = 800\cdot 10^3 \text{ рад/с};$$

- модуль сопротивления индуктивности *L1*:

$$x_{L1} = \omega\cdot L1 = 8\cdot 10^5\cdot 2{,}5\cdot 10^{-3} = 2000 \text{ Ом};$$

- комплексное сопротивление катушки *L1*:

$$\underline{Z}_{L1} = j\cdot x_{L1} = j\cdot 2000 \text{ Ом}.$$

1.1.4.2 Расчёт комплексного входного сопротивления:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_{L1} + R1 = (1500 + j\cdot 2000)\text{Ом},$$

$$\underline{Z} = \sqrt{2000^2 + 2000^2}\cdot e^{j\cdot arctg\left(\frac{1000}{1000}\right)} = 2000\sqrt{2}\cdot e^{j\cdot 45^{\circ}} \text{ Ом}.$$

1.1.4.3 Расчёт тока $\dot{\mathrm{I}}$ и *i(t)*:

а) по закону Ома:

$$\dot{\mathbf{I}} = \frac{\dot{\mathbf{U}}}{\underline{Z}} = \frac{5 \cdot e^{-j \cdot 45°} \text{м}}{2000\sqrt{2} \cdot e^{j \cdot 45°} \text{м}} = \frac{0.0025}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j \cdot 90°} \text{мА} = 1{,}768 \cdot e^{-j \cdot 90°} \text{мА}; \qquad (1.14)$$

b) вид расчёта тока Mathcad-е

$$\mathrm{I} := \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{Z}} = -1.768\mathrm{i} \times 10^{-3} \mathrm{A} \;;$$

c) амплитуду тока I_m в Mathcad-е предлагается вычислить несколько иначе (разнообразия ради) – по формуле «длины вектора»

$$\mathrm{I_m} := \sqrt{\mathrm{Re(I)}^2 + \mathrm{Im(I)}^2} = 1.768 \times 10^{-3} \mathrm{A} \;;$$

d) начальная фаза определена по формуле «угла вектора относительно Ох»

$$\phi_R := \mathrm{atan}\left(\frac{\mathrm{Im(I)}}{\mathrm{Re(I)}}\right) = -1.571 \,,\; \frac{\phi_R}{\mathrm{deg}} = -90 \;;$$

e) в дифференциальной форме выражение для тока формируете также, как и для RC-цепи в примере 1

$$\mathrm{i(t)} := \mathrm{I_m} \cdot \sin(\omega 0 \cdot t + \phi_R). \qquad (1.15)$$

Вид (1.15) на «бумажке» – $i(t) = 1{,}768mA \cdot \sin\left(8 \cdot 10^5 \cdot t - 90°\right)$.

1.1.4.4 Падения напряжений на резисторе и катушке:

a) на основе закона Ома и результата (1.14) оперидим комплексы напряжений:

$$\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{R} = \dot{\mathbf{I}} \cdot R1 = \frac{0.0025}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j90°} \cdot 2000 = \frac{5}{\sqrt{2}} e^{-j90°} \text{В} = 3{,}536 \cdot e^{-j90°} \text{В},$$

$$\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{L} = \dot{\mathbf{I}} \cdot \underline{Z}_{L1} = \frac{0.0025}{\sqrt{2}} \cdot e^{-j90°} \cdot 2000 \cdot e^{j90°} = \frac{5}{\sqrt{2}} \text{В} = 3{,}536 \text{ В};$$

b) расчёт напряжений в Mathcad-е

$$U_R := I \cdot R1 = -i \cdot 3.536 \text{ V},\; U_L := I \cdot Z_{L1} = 3.536 \text{ V};$$

c) амплитуды и начальные фазы напряжений

$$U_{R.m} = |U_R| = 3.536\text{ V},\ U_{L.m} = |U_L| = 3.536\text{ V},$$

$$\varphi_L := \arg(U_L) = 0,$$

$$\frac{\arg(U_R)}{\deg} = -90,\quad \phi_L := \operatorname{atan}\left(\frac{\operatorname{Im}(U_L)}{\operatorname{Re}(U_L)}\right) = 0;$$

d) выражения в дифференциальной форме для напряжений в Mathcad-е

$$u_R(t) := U_{R.m}\cdot\cos(\omega_0\cdot t - \pi/2),\ u_L(t) := U_{L.m}\cdot\cos(\omega_0\cdot t),$$

и на бумаге

$$u_R(t) = 3{,}536\cdot\cos(\omega_0\cdot t - 90^\circ)\ в,\ u_L(t) = 3{,}536\cdot\cos(\omega_0\cdot t)\ в.$$

1.1.4.5 В отличие от «рукопашной» векторной диаграммы в примере пункта 1.1.3 здесь построим вектора тока и напряжений средствами программы Mathcad.

Описываем вектора в виде матриц-столбцов из 2-х значений (рисунок 1.5). Здесь 1-е – нулевое значение – начало вектора, 2-е – рассчитанное комплексное значение – конец вектора.

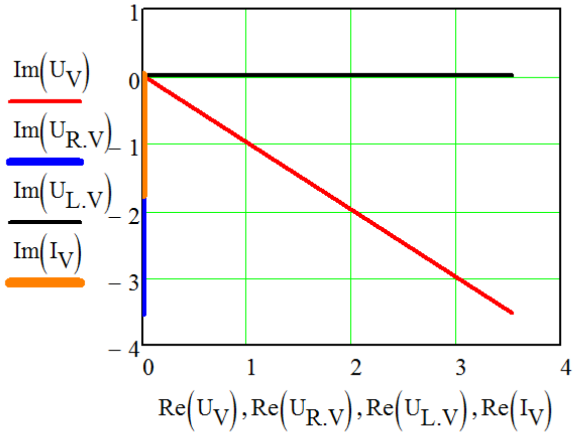
$$I_V := \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}\cdot 1000 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.768i \end{pmatrix}\text{A} \qquad U_V := \begin{pmatrix} 0 \\ U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3.536 - 3.536i \end{pmatrix}\text{V}$$

$$U_{R.V} := \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3.536i \end{pmatrix}\text{V} \quad U_{L.V} := \begin{pmatrix} 0 \\ U_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3.536 \end{pmatrix}\text{V}$$

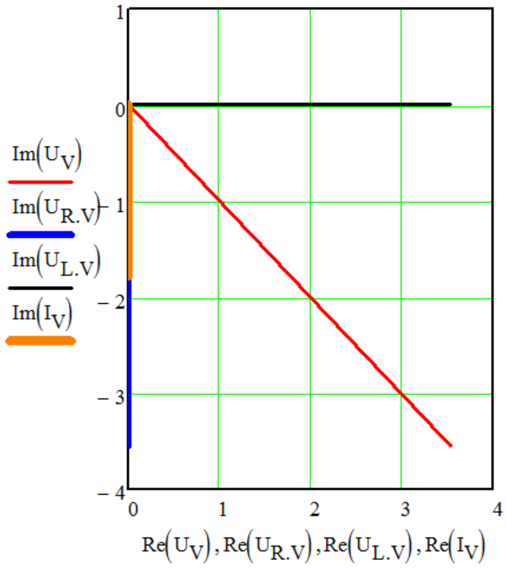
Рисунок 1.5 – Описание векторов в Mathcad-е

Так как ток и напряжение в текущем примере отличаются на 3 порядка, при описании его вектора использован специальный множитель. В своих вариантах расчётов вы указанный множитель будете подгонять эмпирически, добиваясь, чтобы вектор тока был «хорошо виден» на фоне остальных векторов напряжений.

В «серединке» по оси Ox перечисляете действительные части описанных векторов, в серединке по оси Oy в том же порядке – мнимые (рисунок 1.6,a).



а)

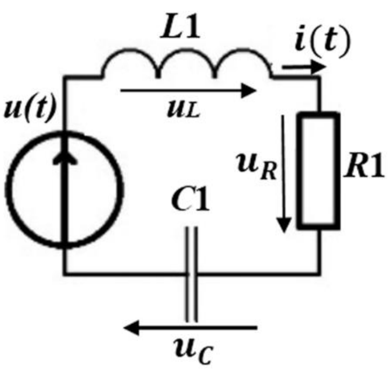


б)

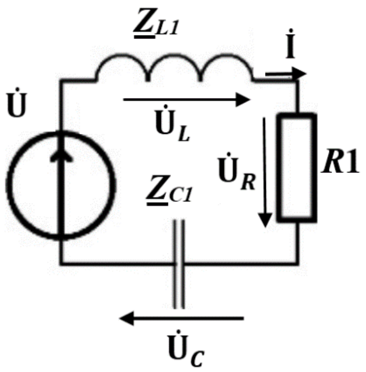
Рисунок 1.6 – Векторные диаграммы в Mathcad-е

На построенной диаграмме рисунка 1.6,а одинаковые координатное отрезки по Ох и Оу визуально выглядят неодинаковыми. Это искажает представление об угловых соотношениях между векторами. Растягивая диаграмму по вертикали и сжимая по горизонтали, добиваемся «визуальной» одинаковости масштабов (рисунок 1.6,б). В идеале разметочная сетка при одинаковых длинах координатных отрезков должна представлять сетку квадратов.

1.1.5 ***Пример 3 – Расчёт RLC-цепочки*** (рисунка 1.7,а). Найти $u_L(t)$, $u_C(t)$, $u_R(t)$, $i(t)$ при $u(t) = 2\sin(\omega_0 t - 120°)$ в, f_0=31,83 кГц, $R1$= 500 Ом, $C1$=5 нФ, $L1$=5 мГн.



а)



б)

Рисунок 1.7 – RLC-контур (а) и его комплексная схема замещения (б)

1.1.5.1 Формируем резистивную комплексную схему замещения (1.7,б):

c) комплексная амплитуда источника (смотри (1.1)):

$$\dot{\mathbf{U}} = 2e^{-j\cdot 120^\circ} = 2e^{-j\cdot\frac{2\pi}{3}};$$

d) значения комплексных сопротивлений:

- циклическая частота: $\omega_0 = 2\pi f_0 = 200\cdot 10^3$ рад/с;
- реактивные сопротивления:

$x_{L1} = \omega_0 \cdot L1 = 2\cdot 10^5\cdot 5\cdot 10^{-3} = 1000$ Ом, $x_{C1} = 1/(\omega_0\cdot C1) = 1/(2\cdot 10^5\cdot 5\cdot 10^{-5}) = 1000$ Ом,

$$\underline{Z}_{L1} = j\cdot x_{L1} = j\cdot 1000 \text{ Ом},\ \ \underline{Z}_{C1} = -j\cdot x_{C1} = -j\cdot 1000 \text{ Ом}.$$

1.1.5.2 Комплексное входное сопротивление:

$$\underline{Z} = R1 + \underline{Z}_{L1} + \underline{Z}_{C1} = (500 + j\cdot 1000 - j\cdot 1000) = 500 \text{ Ом}.$$

1.1.5.3 Расчёт тока $\dot{\mathbf{I}}$ и i(t).

По закону Ома:

$$\dot{\mathbf{I}} = \frac{\dot{\mathbf{U}}}{\underline{Z}} = \frac{2\cdot e^{-j\cdot 120^\circ}}{500} = 4\cdot e^{-j\cdot 120^\circ} \text{мА}.$$

В Mathcad-е

$$\mathrm{I} := \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{Z}} = \left(-2\times 10^{-3} - 3.464i\times 10^{-3}\right)\mathrm{A}\ . \qquad (1.16)$$

Амплитуда тока I_m в Mathcad-е

$$\mathrm{I_m} := \sqrt{\mathrm{Re(I)}^2 + \mathrm{Im(I)}^2} = 4\times 10^{-3}\,\mathrm{A}\ .$$

При расчёте начальной фазы ϕ_R в Mathcad-е по формуле «угла вектора»

$$\phi_R := \mathrm{atan}\left(\frac{\mathrm{Im(I)}}{\mathrm{Re(I)}}\right) = 1.047\ ,\ \frac{\phi_R}{\deg} = 60 \qquad (1.17)$$

результат получился с ошибкой на 180°. Причина ошибки – Re($\dot{\mathbf{I}}$) < 0 (смотри (1.16)), а вектор тока находиться во 2-й или в 3-й четвертях (в случае (1.16) – в 3-й). Функция же arctg(x) определена в 1-й и 4-й четвертях, и из-за Re($\dot{\mathbf{I}}$) < 0 выполняется

$$\mathrm{arctg}(-x) = -\,\mathrm{arctg}(x),$$

и (1.17) даст результат для вектора минус $\dot{\mathrm{I}}$, коллинеарного, но противоположного исходному. Поэтому при вычислении аргумента $\dot{\mathrm{I}}$ с $\mathrm{Re}(\dot{\mathrm{I}}) < 0$ с помощью функции arctg результат нужно поправлять, прибавляя к нему или отнимая от него π

$$\phi_R := \mathrm{atan}\left(\frac{\mathrm{Im}(I)}{\mathrm{Re}(I)}\right) - \pi = -2.094\ ,\ \frac{\phi_R}{\mathrm{deg}} = -120\ .$$

Прибавлять или отнимать – разницы нет. *Если же аргумент вычисляете с помощью функции Mathcad-а arg(x) – поправки делать не нужно.*

Выражение тока в дифференциальной форме

$$i(t) := I_m \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + \phi_R).$$

1.1.5.4 Падения напряжений на резисторе, катушке и конденсаторе:

a) на основе закона Ома

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}} = \dot{\mathbf{I}} \cdot R1 = (4\,\text{мА}) \cdot e^{-j120^\circ} \cdot 500 = 2 \cdot e^{-j120^\circ}\,\text{В},$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{L}} = \dot{\mathbf{I}} \cdot \underline{Z}_{L1} = (4\,\text{мА}) \cdot e^{-j120^\circ} \cdot 1000 \cdot e^{j90^\circ} = 4 \cdot \mathrm{e}^{-j \cdot 30^\circ}\,\text{В},$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{C}} = \dot{\mathbf{I}} \cdot \underline{Z}_{c1} = (4\,\text{мА}) \cdot e^{-j120^\circ} \cdot 1000 \cdot e^{-j90^\circ} = 4 \cdot \mathrm{e}^{-j \cdot 210^\circ}\,\text{В} = 4 \cdot \mathrm{e}^{j \cdot 150^\circ}\,\text{В};$$

b) расчёт комплексных напряжений в Mathcad-е

$$U_R := I \cdot R1 = (-1 - 1.732i)\ V,\ U_L := I \cdot Z_{L1} = (3.464 - 2i)\ V,$$

$$U_C := I \cdot Z_{C1} = (-3.464 + 2i)\ V;$$

c) амплитуды и начальные фазы напряжений

$$U_{R.m} := |\,U_R\,| = 2\ V,\ U_{L.m} := |\,U_L\,| = 4\ V,\ U_{C.m} := |\,U_C\,| = 4\ V,$$

$$\varphi_L := \arg(U_L) = -0{,}524,\ \varphi_C := \arg(U_C) = 2{,}618,$$

$$\frac{\arg(U_R)}{\mathrm{deg}} = -120^\circ,\ \frac{\varphi_L}{\mathrm{deg}} = -30^\circ,\ \frac{\varphi_C}{\mathrm{deg}} = 150^\circ;$$

d) выражения в дифференциальной форме для напряжений в Mathcad-е

$$u_R(t) := U_{R.m} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t - 2 \cdot \pi/3),\ \ u_L(t) := U_{L.m} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t - \pi/6),$$

$$u_C(t) := U_{C.m} \cdot \sin(\omega_0 \cdot t + 5 \cdot \pi/6).$$

1.1.5.5 Как и в пункте 1.1.3, строим временные диаграммы (рисунок 1.8).

$$u(t) := 2V\cdot\sin\left(w_0\cdot t - \frac{2\pi}{3}\right)\quad u_R(t) := U_{R.m}\cdot\sin\left(w_0\cdot t + \phi_R\right)\quad u_c(t) := U_{c.m}\cdot\sin\left(w_0\cdot t + \phi_c\right)$$

$$u_L(t) := U_{L.m}\cdot\sin\left(w_0\cdot t + \phi_L\right)\qquad T1 := \frac{2\pi}{w_0} = 3.142\times 10^{-5}\,s\qquad t := 0, \frac{T1}{100} .. 2.5T1$$

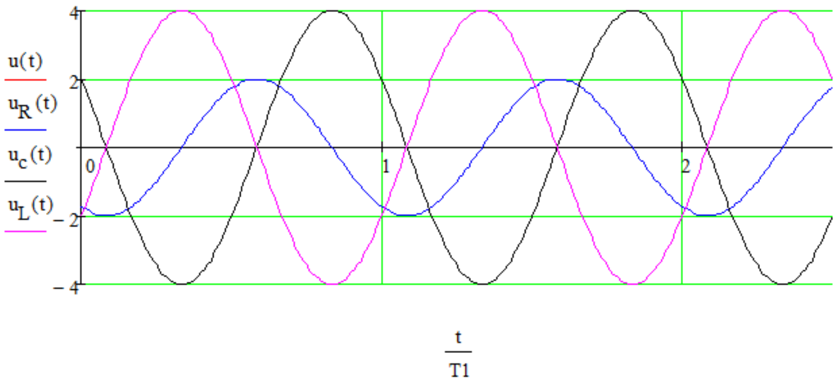


Рисунок 1.8 – Временные диаграммы напряжений RLC-контура

1.1.5.6 Векторную диаграмму тока и напряжений строим либо так же, как и в пункте 1.1.3, либо в 1.1.4. На рисунке 1.9 представлен последний вариант.

$$U_{C.V} := \begin{pmatrix} 0 \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3.464 + 2i \end{pmatrix} V\qquad I_V := \begin{pmatrix} 0 \\ I \end{pmatrix}\cdot 1000 = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 - 3.464i \end{pmatrix} A$$

$$U_{R.V} := \begin{pmatrix} 0 \\ U_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 - 1.732i \end{pmatrix} V\quad U_{L.V} := \begin{pmatrix} 0 \\ U_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3.464 - 2i \end{pmatrix} V\quad U_V := \begin{pmatrix} 0 \\ U \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 - 1.732i \end{pmatrix} V$$

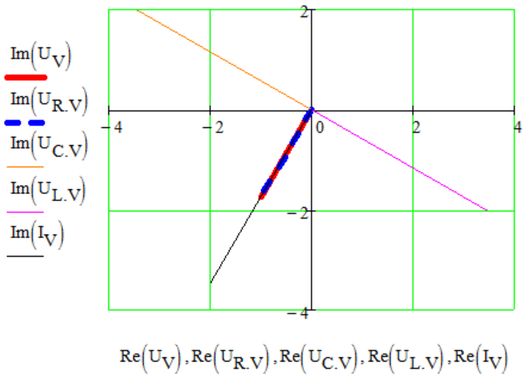


Рисунок 1.9 – Векторная диаграмма тока и напряжений RLC-контура

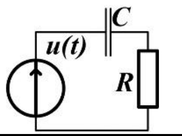
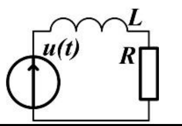
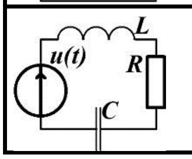
1.2 Аналитическая часть работы

В таблице 1.1 представлены схемы для исследования – последовательные *RC*-, *RL*- и *RLC*-цепей с источником гармонического напряжения

$$u(t) = U_m \sin(2\pi\cdot f\cdot t + \varphi_0),$$

где амплитуда колебаний $U_m = 1$ В, начальная фаза $\phi_0 = 0$.

Таблица 1.1 – Исходные данные к расчёту

Схема	Параметры	№10	№11	№12	№13	№14	№20	№21	№22	№23	№24
	*C*, нФ	110	10	220	2.2	6.8	11	47	110	22	68
	R, кОм	1.5	1	0,150	1,6	2	1.5	1	0,150	1.6	2
	f_C, кГц	1	15	5	50	10	10	3.4	20	5	1
	*L*, мГн	5.3	90	4.6	7.3	2.6	5.3	90	5.2	7.3	2.6
	R, кОм	1.5	1	0,150	1,6	2	1.5	1	0,150	1.6	2
	f_L, кГц	50	2	5	36	130	50	2	5	36	130
	*C*, нФ	110	10	220	2.2	6.8	11	47	110	22	68
	L мГн	5.3	90	4.6	7.3	2.6	5.3	90	5.2	7.3	2.6
	R, кОм	0,047	1	0,047	1.6	0,1	1.5	1	0,1	0,16	2
	f_{LC}, кГц	6	5.6	5.0	40	40	20	2.4	7	12	12

В таблице 1.1 также приведены значения параметров элементов *R, C, L* и «центральных» частот $f_{0,C}$, $f_{0,L}$ и $f_{0,LC}$ для различных вариантов. Для каждой бригады номер варианта параметров даёт преподаватель.

В аналитическом разделе выполняются расчёт для каждой цепи.

1.2.1 Ниже – расчёт RC-цепи.

1.2.1.1 Используя метод комплексных амплитуд, материал пунктов 1.1.2 и 1.1.3, для частот, оформленных в Маткаде вектором $f := (f_C\ 0{,}5{\cdot}f_C\ 2{\cdot}f_C)^T$ вычислить амплитуды напряжений UR_i, UC_i и их начальные фазы $\Delta\phi R_i$ и $\Delta\phi C_i$, где $i := 0..2$.

1.2.1.2 Вывести в Маткаде результаты расчётов, значения фаз представив в градусах (рисунок 1.10). Сами фазы оставляете в радианах.

Результаты аналитических расчётов RC-цепи

$$\begin{pmatrix} f_C \\ 0.5\cdot f_C \\ 2\cdot f_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.646\times 10^3 \\ 4.823\times 10^3 \\ 1.929\times 10^4 \end{pmatrix} \quad UC = \begin{pmatrix} 0.694 \\ 0.888 \\ 0.434 \end{pmatrix} \quad UR = \begin{pmatrix} 0.72 \\ 0.46 \\ 0.901 \end{pmatrix} \quad \frac{\Delta\phi C}{deg} = \begin{pmatrix} -46 \\ -27.4 \\ -64.3 \end{pmatrix} \quad \frac{\Delta\phi R}{deg} = \begin{pmatrix} 44 \\ 62.6 \\ 25.7 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1.10 – Результаты расчётов *RC*-цепи

1.2.1.3 Для одной из частот (f_C, $0{,}5\cdot f_C$ или $2\cdot f_C$) составить в MathCad-е аналитические выражения для мгновенных значений $u(t)$, $u_R(t)$ и $u_C(t)$, построить на одном графике 2-3 периода их временных диаграмм (смотри пункт 1.1.3, подпункт 1.1.3.5).

1.2.1.4 Построить «врукопашную» вектора $\dot{\mathbf{U}}$, $\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}}$, $\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{C}}$ и $\dot{\mathbf{I}}$ для всех частот, для каждой частоты – на одном графике (смотри пункт 1.1.3, подпункт 1.1.3.6).

1.2.2 Расчёт RL-цепи.

1.2.2.1 Используя метод комплексных амплитуд, материал пунктов 1.1.2 и 1.1.4, для частот, оформленных в Маткаде вектором $f := (f_L\ 0{,}5{\bullet}f_L\ 2{\bullet}f_L)^T$, вычислить амплитуды напряжений UR_i, UL_i и их начальные фазы $\Delta\phi L_i$ и $\Delta\phi L_i$, где $i := 0..2$.

1.2.2.2 Вывести в Маткаде результаты расчётов в формате рисунка 1.10. Значения фаз представляете в градусах, но сами фазы оставляете в радианах.

1.2.2.3 Для одной из частот (f_L, $0{,}5{\cdot}f_L$ или $2{\cdot}f_L$) составить в MathCad-е аналитические выражения для мгновенных значений $u(t)$, $u_R(t)$ и $u_C(t)$ и построить на одном графике 2-3 периода их диаграмм (смотри пункт 1.1.3, подпункт 1.1.3.5).

1.2.2.4 Построить «автоматически» вектора $\dot{\mathbf{U}}$, $\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}}$, $\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{L}}$ и $\dot{\mathbf{I}}$ для всех частот, для каждой частоты – на одном графике, (смотри пункт 1.1.4, подпункт 1.1.4.5).

1.2.3 Расчёт RLC-цепи.

1.2.3.1 Используя метод комплексных амплитуд, материал пунктов 1.1.2 и 1.1.5, для частот, оформленных в Маткаде вектором $f := (f_{LC}\ 0{,}5{\bullet}f_{LC}\ 2{\bullet}f_{LC})^T$ вычислить амплитуды UR_i, UL_i, UC_i и их начальные фазы $\Delta\phi L_i$, $\Delta\phi L_i$ и $\Delta\phi C_i$ где $i := 0..2$.

1.2.3.2 Вывести в Маткаде результаты расчётов в формате рисунка 1.10. Значения фаз представляете в градусах, но сами фазы оставляете в радианах.

1.2.3.3 Для одной из частот (f_{LC}, $0{,}5{\cdot}f_{LC}$ или $2{\cdot}f_{LC}$) в MathCad-е составить аналитические выражения для мгновенных значений $u(t)$, $u_R(t)$, $u_L(t)$ и $u_C(t)$, построить на одном графике 2-3 периода их диаграмм (смотри пункт 1.1.3, подпункт 1.1.3.5).

1.2.3.4 «Автоматически» построить вектора $\dot{\mathbf{U}}$, $\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{R}}$, $\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{L}}$, $\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{C}}$ и $\dot{\mathbf{I}}$ для трёх частот, для каждой частоты – на одном графике (смотри пункт 1.1.4, подпункт 1.1.4.5).

1.3 Экспериментальная часть работы

Исследовать гармонические процессы в последовательных *RC*-, *RL*-, *RLC*-цепочках, собранных на макетном стенде. Попутно проверить результаты расчётов.

1.3.1 ***Исследование RC-цепи*** рисунка 1.11 на макетном стенде**.**

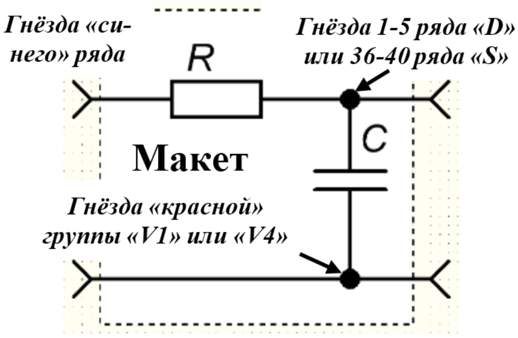


Рисунок 1.11 – Схема *RC*-цепи

1.3.1.1 Перед началом эксперимента убедиться в целостности сетевых кабелей, вилок, розеток, выключателей, корпусов приборов.

1.3.1.2 Соединить DDS-генератор Cleqee (или JDS6600) и осциллограф С1-114. При этом собирается часть измерительной цепи рисунка 1.12.

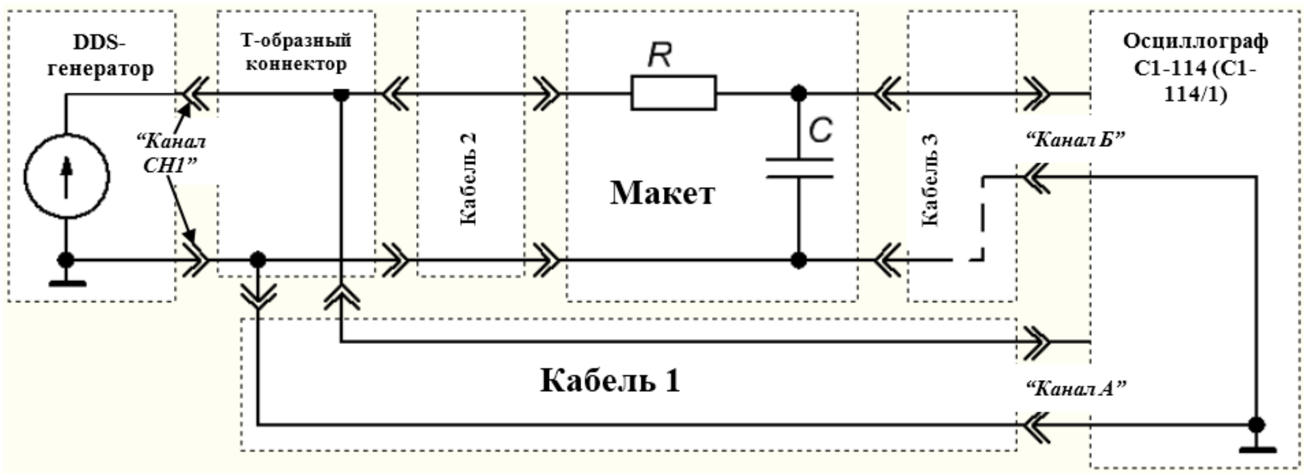


Рисунок 1.12 – Схема для наблюдения $u_C(t)$ в *RC*-цепи

Для этого к разъёму «CH1» DDS-генератора (рисунок 1.13) подключить Т-коннектор (рисунок 1.14, а). Какое из соединений цепи рисунка 1.12 вы выполнили?

«Кабелем 1» (рисунок 1.14,б) соединить генератор и «канал А» осциллографа. Один конец кабеля подключаете к ответвлению типа «розетка» Т-коннектора, второй – к «каналу А» (смотри, что соединилось по схеме рисунка 1.12).

Рисунок 1.13 – DDS-генератор «Cleqee»

а) б) в)

Рисунок 1.14 – Коннекторы: а) Т- коннектор; б) кабель 1; в) кабели 2 и 3

1.3.1.3 Проверить положения регуляторов и кнопок осциллографа:

а) плавного регулятора масштаба «V/ДЕЛ» и «ВРЕМЯ/ДЕЛ» – крайнее правое (без усилия провернуть по часовой стрелке до щелчка или упора);

b) дискретных регуляторов масштаба «V/ДЕЛ» – «0.5» V/ДЕЛ»;

c) дискретный регулятор масштаба «ВРЕМЯ/ДЕЛ» – не должен находиться в положении «плавно»;

d) регуляторы положения лучей «↔ - грубо», и «↕» – приблизительно в среднем положении;

e) кнопка усиления напряжения канала «Б» – «x5» – отжата;

f) кнопка растяжения масштаба по времени – «x10» – отжата;

g) кнопки режимов синхронизации «сеть», «внешн/внутр» и «НЧ» – отжаты;

h) кнопки режимов синхронизации «АВТ/ЖДУЩ», «ОДНОКР», «ГОТОВ», «+/-» и «~/≅» – отжаты;

i) кнопка инвертирования сигнала канала «А» – отжата;

j) кнопки включения каналов «А» и «Б» – нажаты;

k) включена синхронизация по каналу «А», по каналу «Б» – отключена.

1.3.1.4 Включить осциллограф, и после предварительного его «прогрева» (высокое напряжение анода пушки включается через 19 - 22 с):

a) подрегулировать «ЯРКОСТЬ», «ФОКУС» и «АСТИГМАТИЗМ»;

b) удостовериться в наличии лучей на экране – если одного или обоих нет – подкручивая «↔» и «↕», вывести лучи на экран.

1.3.1.5 Включив DDS-генератор, настроить частоту колебаний $f_0 = f_C$.

1.3.1.6 Настроить амплитуду напряжения генератора 2 В, это соответствует амплитуде колебаний $U_m = 1$ В в нашей системе вычислений. В современных импортных приборах амплитудой считается разница между максимумом и минимумом колебаний. При ваших же расчётах амплитудой гармонической функции являлся модуль разности между экстремальным и нулевым значениями (рисунок 1.15,б).

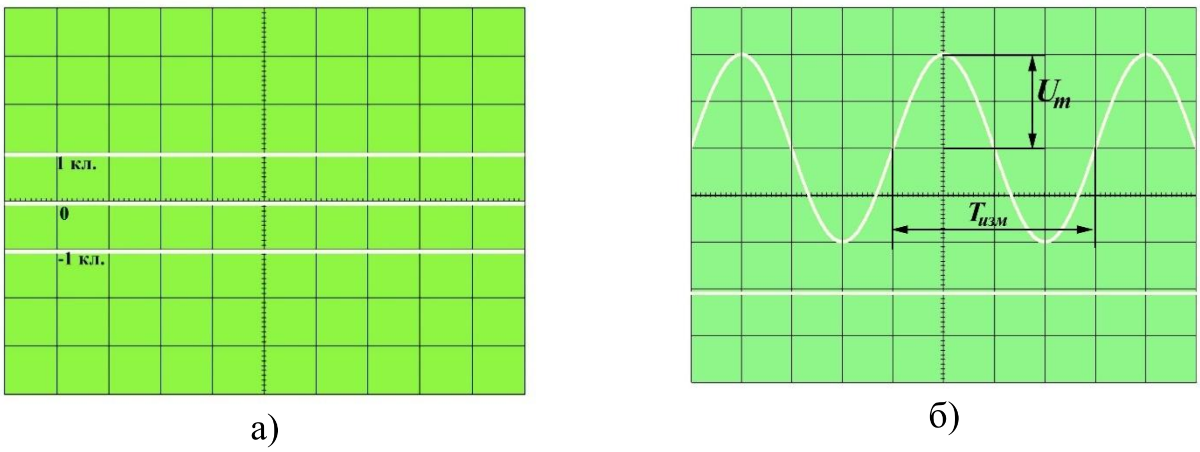


Рисунок 1.15 – «Картинки» на осциллографе при настройке амплитуды напряжения генератора

1.3.1.7 Настроить осциллограф:

a) убедиться – масштаб «V/ДЕЛ» канала А осциллографа «0.5V/ДЕЛ»;

b) удерживая кнопку «⊥» канала А и подкручивая соответствующий регулятор «↕», установить его луч в любое из положений рисунка 1.15,а – либо «0», либо «-1 клетка», либо «+1 клетка»;

c) установить масштаб «ВРЕМЯ/ДЕЛ» таким образом, чтобы на экране умещалось 2 - 4 периода сигнала (рисунок 1.15,б);

d) засинхронизировать картинку – подкручивая «УРОВЕНЬ», добиться устойчивого изображения синусоиды;

e) измерив период полученного сигнала $T_{изм}$ (рисунок 1.15,б) и вычислив частоту $f_{изм} = 1/T_{изм}$, удостовериться в соответствии $f_0 = f_{изм} \pm 0{,}05 \cdot f_{изм}$;

f) при расхождении более чем на 5 %:

- проверить положение «плавного» регулятора «ВРЕМЯ/ДЕЛ»;
- корректность настройки частоты;
- если погрешность не уменьшается – обратиться к руководителю работ;

g) подкручивая «↔», переместить максимум (или минимум) сигнала на условно-главную ось *Oy* (рисунок 1.15,б);

h) убедиться по измерениям на осциллографе, что амплитуда напряжения $U_m = 1$ В (рисунок 1.15,б) и при существенном расхождении (более половины деления) подстроить амплитуду DDS-генератора в более младших разрядах.

1.3.1.8 Подключить *RC*-цепочку макетного стенда к осциллографу С1-114/1 (С1-114) и DDS-генератору (рисунок 1.12):

a) по «координатам» гнёзд (рисунок 1.11), по резистору и конденсатору идентифицировать (найти) *RC*-цепь на макетном стенде;

b) «кабель 2» соединить со вторым отводом Т-коннектора (рисунок 1.14,б);

c) если ни на одном из штырьковых выводов «кабеля 2» нет обозначения «⊥» – найти самостоятельно вывод «земля» следующим образом:

- коснуться одним из штырьков с металлическим корпусом радиального (круглого) разъема на противоположном конце «кабеля 2» (соединён через Т-коннектор с входом CH1 генератора);
- если сигнал на осциллографе не пропадает, этот штырёк – «земля»;

- если исчез – это не «земля», а «сигнальный» штырёк, и нужно повторить тот же опыт с другим выводом;

d) найденный штырёк «земля» «кабеля 2» (рисунок 1.12) подключить к входу RC-цепи – к свободному выводу конденсатора С, то есть к любому гнезду «красной» группы «V1» («V4») (рисунок 1.11);

e) «сигнальный» штырёк «кабеля 2» подключить к второму входу RC-цепи – к свободному выводу резистора R, к любому гнезду «синей» группы (рисунок 1.11);

f) радиальный разъём «кабеля 3» подключить к входу канала «Б»;

g) если ни на одном из штырьков «кабеля 3» нет знака «⊥» – найти «сигнальный» вывод «кабеля 3»:

- касаетесь одного из выводов пальцем;

- если на осциллографе «второй луч» не «возмутиться», останется в покое – таким же прямым, каким был, то этот вывод – «земля»;

- если же на втором канале – помеха, то испытуемый штырёк – «сигнальный»;

h) подключить «сигнальный» вывод к выходу RC-цепи, то есть к точке соединения резистора *R* и конденсатора *C* – к любому из свободных гнёзд 1 - 5 ряда «D» (36 - 40 ряда «S») на макете (рисунок 1.11).

Вывод «земля» «кабеля 3» (рисунок 1.12) рекомендуется к *RC*-цепи не подключать – на данном шаге сборки схемы указанный вывод автоматически подключается к *общей* точке «земля» через металлический корпус – «землю» осциллографа, «кабеля 1» и Т-коннектора (схема рисунка 1.12). Но если очень уж хотите – можете подключить его к любому из свободных гнёзд «красной» группы «V1» («V4»).

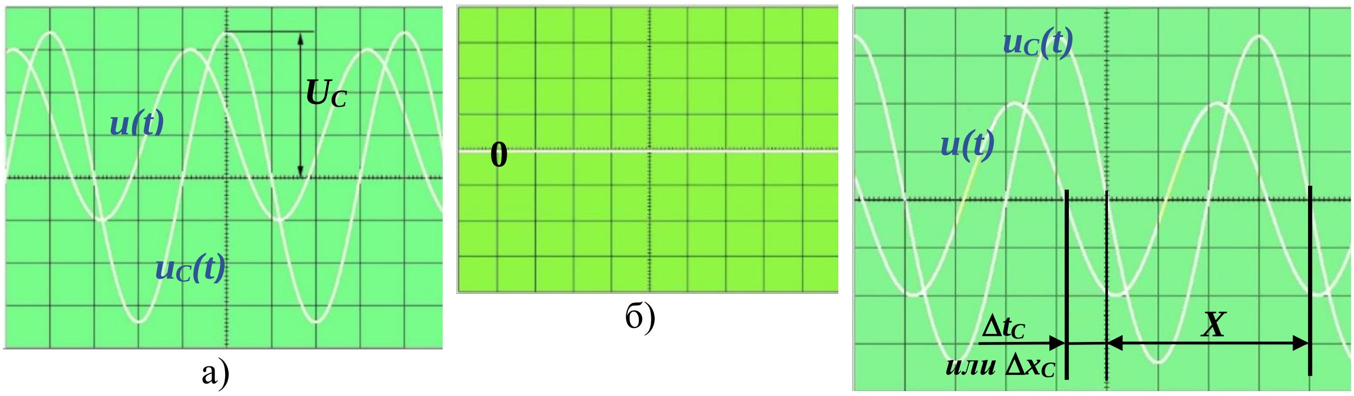
Схема собрана. Рекомендуется пригласить руководителя проверить сборку.

1.3.1.9 Измерить амплитуду колебаний напряжений на конденсаторе U_C:

a) установить минимально-возможный масштаб «V/дел» измерительного канала Б, при котором изображение сигнала «наибольшее», но и не выходит за пределы шкалы экрана (рисунок 1.16,а);

b) подкручивая «↔», переместить максимум (или минимум) измеряемого сигнала на условно-главную ось *Oy* (рисунок 1.16,а);

с) зафиксировать результат измерения U_C в Маткаде, присвоив его значение переменной Uce_0 и сравнив с расчётным UC_0. Допустимое расхождение – ±10 %.



а) б) в)

Рисунок 1.16 – Осциллограммы при исследовании напряжения на конденсаторе

1.3.1.10 Измерить сдвиг фаз $\Delta\phi_C$ между напряжениями конденсатора $u_C(t)$ и входа $u(t)$:

а) нажав кнопки «⊥» каждого канала и подкручивая регуляторы «↕», установить лучи в положение «0» (совмещённые лучи на рисунке 1.16,б);

b) рекомендуется, подкручивая ««↔»», переместить лучи так, чтобы точка перехода через ноль одного из сигналов (либо $u_C(t)$, либо $u(t)$ - не важно) находилась в условном начале координат (рисунок 1.16,в);

с) измерить смещение между сигналами $u_C(t)$ и $u(t)$ – либо как Δt_C в секундах, либо как Δx_C в «клетках» (рисунок 1.16,в):

- если сигнал $u_C(t)$ пересекает *Ox правее* $u(t)$, то есть *позже,* то напряжение $u_C(t)$ *отстаёт* от $u(t)$ и измеренную величину нужно считать отрицательной

$$\Delta t_C < 0 \text{ или } \Delta x_C < 0;$$

- если же $u_C(t)$ пересекает *Ox левее* $u(t)$, то есть *раньше* по времени, то $u_C(t)$ *опережает* $u(t)$, и измеренную величину нужно считать положительной

$$\Delta t_C > 0 \text{ или } \Delta x_C > 0;$$

d) вычислить величину сдвига фаз:

- если смещение измерено как Δt_C, в секундах, то вычисляете сдвиг фаз так:

$$\Delta\varphi_C = \Delta t_C \cdot f_0 \cdot 360^\circ,$$

где f_0 – настроенная на генераторе текущая частота;

- если же как Δx_C, в «клетках», то измеряете ещё *период в клетках* X (рисунок 1.16,в) и вычисляете сдвиг фаз на основании простейшей пропорции

$$\frac{\Delta\varphi_C}{360^\circ} = \frac{\Delta x_C}{X} \Rightarrow \Delta\varphi_C = \frac{\Delta x_C}{X} 360^\circ.$$

При измерении X не путать – это длительность полной волны, а не половины.

1.3.1.11 Измеренное значение $\Delta\phi_C$ присвоить в Маткаде переменной $\Delta\phi Ce_0$, и сравнить его с расчётным результатом $\Delta\phi C_0$. Допустимое расхождение – ±10°.

1.3.1.12 Придерживаясь рекомендаций подпункта 1.3.1.9, измерить амплитуду U_C и сдвиг $\Delta\phi_C$ при частотах $f_1 = 0{,}5\cdot f_C$ и $f_2 = 2\cdot f_C$, результаты присвоить в Маткаде, соответственно, переменным Uce_1, Uce_2, $\Delta\phi Ce_1$ и $\Delta\phi Ce_2$, сравнить их с расчётными UC_1, UC_2, $\Delta\phi C_1$ и $\Delta\phi C_2$. Допустимые расхождения – ±10 % и ±10° соответственно.

1.3.1.13 Для получения осциллограммы напряжения резистора $u_R(t)$ перейти от схемы рисунка 1.12 к схеме рисунка 1.17. Теперь к «земле» «кабеля 2» и генератора подключен свободный зажим резистора R, а к сигнальному выводу «кабеля 2» – наоборот, свободный зажим ёмкости C. То есть выводы «кабеля 2» поменялись местами – что вы и должны сделать для получения схемы рисунка 1.17. Но, если вы подключали «землю» «кабеля 3», то её необходимо предварительно отключить.

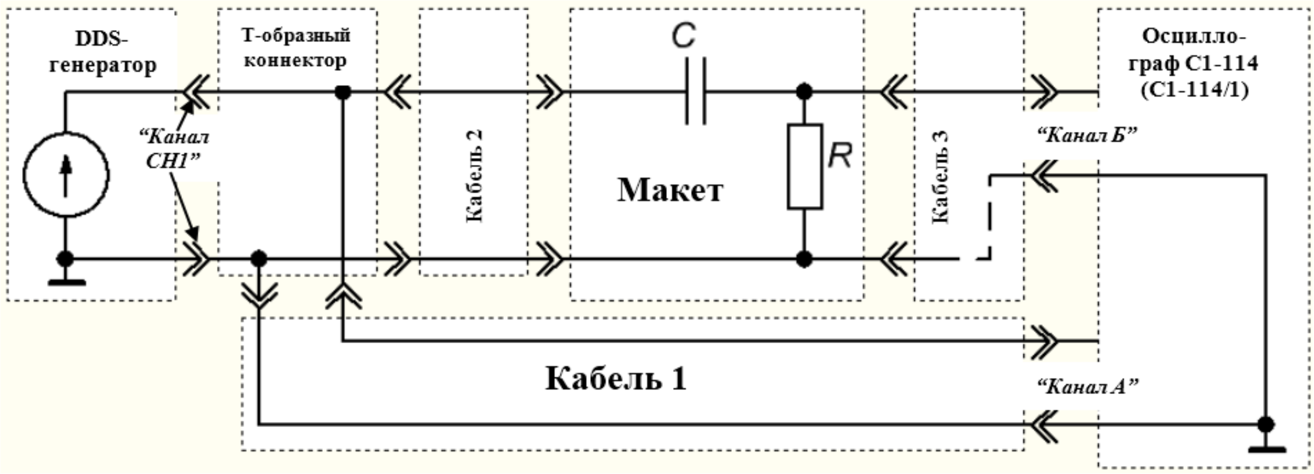


Рисунок 1.17 – Схема для наблюдения $u_R(t)$ в RC-цепи

1.3.1.14 Аналогично рекомендациям подпунктов 1.3.1.9 и 1.3.1.10, измерить амплитуду колебаний U_R и сдвиг фаз $\Delta\phi_R$ при частотах $f_0 = f_C$, $f_1 = 0{,}5{\cdot}f_C$ и $f_2 = 2{\cdot}f_C$, результаты присвоить в Маткаде, соответственно, переменным URe_0, URe_1, URe_2, $\Delta\phi Re_0$, $\Delta\phi Re_1$ и $\Delta\phi Re_2$, сравнить их с расчётными UR_0, UR_1, UR_2, $\Delta\phi R_0$, $\Delta\phi R_1$ и $\Delta\phi R_2$. Допустимые расхождения – ±10 % и ±10° соответственно.

1.3.1.15 Вывести в Маткаде результаты расчётов и измерений (рисунок 1.18).

Результаты расчётов и измерений в RC-цепи

$$\begin{pmatrix} f_C \\ 0.5{\cdot}f_C \\ 2{\cdot}f_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9646 \\ 4823 \\ 19292 \end{pmatrix} \quad UC = \begin{pmatrix} 0.69 \\ 0.89 \\ 0.43 \end{pmatrix} \quad UCe = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.85 \\ 0.45 \end{pmatrix} \quad UR = \begin{pmatrix} 0.72 \\ 0.46 \\ 0.9 \end{pmatrix} \quad URe = \begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.44 \\ 0.9 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\Delta\phi C}{deg} = \begin{pmatrix} -46 \\ -27.4 \\ -64.3 \end{pmatrix} \quad \Delta\phi Ce = \begin{pmatrix} -41 \\ -34 \\ -65 \end{pmatrix} \quad \frac{\Delta\phi R}{deg} = \begin{pmatrix} 44 \\ 62.6 \\ 25.7 \end{pmatrix} \quad \Delta\phi Re = \begin{pmatrix} 49 \\ 65 \\ 32 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1.18 – Результаты расчётов и измерений в *RC*-цепи

1.3.2 ***Исследование RL-цепи*** рисунка 1.19 на макетном стенде**.**

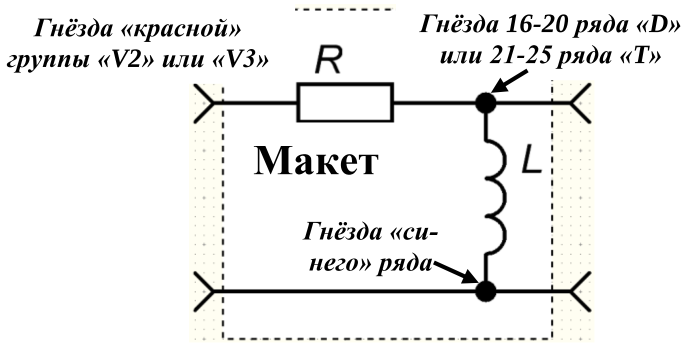


Рисунок 1.19 – *RL*-цепочка

1.3.2.1 Если экспериментальные работы в настоящий день только-только начаты – генератор и осциллограф вами ещё не включались и не настраивались – выполнить подпункты 1.3.1.2 - 1.3.1.4, 1.3.1.6 и 1.3.1.7 пункта 1.3.1.

1.3.2.2 Настроить частоту колебаний DDS-генератора $f_0 = f_L$.

1.3.2.3 Подключить *RL*-цепочку макетного стенда к осциллографу С1-114/1 (С1-114) и DDS-генератору (рисунок 1.20):

a) по «координатам» гнёзд (рисунок 1.19), по резистору и индуктивности идентифицировать *RL*-цепь на макетном стенде;

b) «кабель 2» должен быть соединён со вторым ответвлением Т-коннектора;

c) «землю» «кабеля 2» (рисунок 1.20) подключить к входу *RL*-цепи – к свободному выводу катушки *L*, то есть к любому гнезду «синей» группы рисунка 1.19 (если забыли, как найти «землю» генератора («кабеля 2») – смотрите действие c) подпункта 1.3.1.8 пункта 1.3.1);

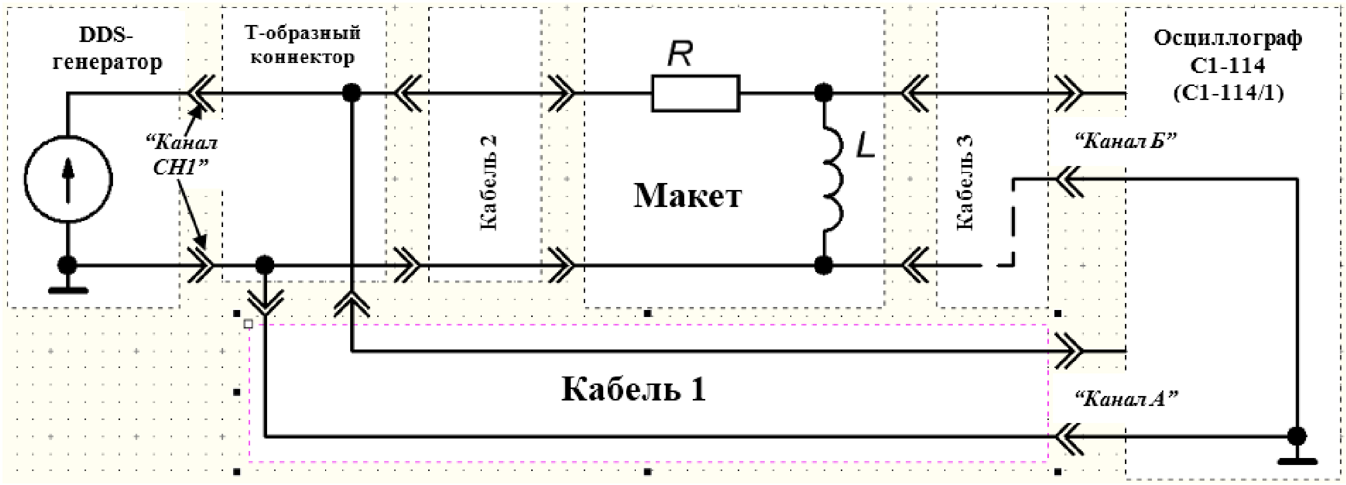


Рисунок 1.20 – Схема для наблюдения $u_L(t)$ в *RL*-цепи

d) «сигнальный» вывод «кабеля 2» подключить к второму входу *RL*-цепи – к свободному выводу резистора R, то есть к любому гнезду «красной» группы «V2» (или «V3») (рисунок 1.19);

e) радиальный разъём «кабеля 3» должен быть подключен к каналу «Б»;

f) подключить «сигнальный» вывод к выходу *RL*-цепи, к «точке» соединения резистора R и катушки L – то есть к любому из свободных гнёзд 16 - 20 ряда «D» (21 - 25 ряда «T») на макете рисунка 1.19 (если забыли, как найти «сигнальный» осциллографа («кабеля 3») – смотрите действие g) подпункта 1.3.1.8 пункта 1.3.1).

Вывод «земля» «кабеля 3» (рисунок 1.20) рекомендуется к *RL*-цепи не подсоединять – на данном шаге сборки схемы указанный вывод автоматически подключается к *общей* точке «земля» через металлический корпус – «землю» осциллографа, «кабеля 1» и Т-коннектора (схема рисунка 1.20). Но если очень уж хотите – можете подключить его к любому из свободных гнёзд «синей» группы.

Схема собрана. Рекомендуется пригласить руководителя проверить сборку.

1.3.2.4 Пользуясь рекомендациями подпунктов 1.3.1.9 и 1.3.1.10 пункта 1.3.1 измерить амплитуды U_L и сдвиги фазы $\Delta\phi_L$ напряжения катушки при частотах $f_0 = f_L$, $f_1 = 0{,}5{\cdot}f_L$ и $f_2 = 2{\cdot}f_L$. Результаты присвоить в Маткаде, соответственно, переменным ULe_0, ULe_1, ULe_2, $\Delta\phi Le_0$, $\Delta\phi Le_1$ и $\Delta\phi Le_2$, сравнить их с расчётными UL_0, UL_1, UL_2, $\Delta\phi L_0$, $\Delta\phi L_1$ и $\Delta\phi L_2$. Допустимые расхождения – ±10 % и ±10° соответственно.

1.3.2.5 Для получения осциллограммы напряжения резистора $u_R(t)$, изменить схему рисунка 1.20 – получить схему рисунка 1.21, то есть выводы «кабеля 2» поменять местами. После этого к «земле» «кабеля 2» и генератора будет подключен свободный зажим резистора R, а к сигнальному выводу «кабеля 2» – наоборот, свободный зажим катушки L. Если ранее подключалась «земля» «кабеля 3», то этот вывод перед переключением выводов «кабеля 2» необходимо предварительно отключить.

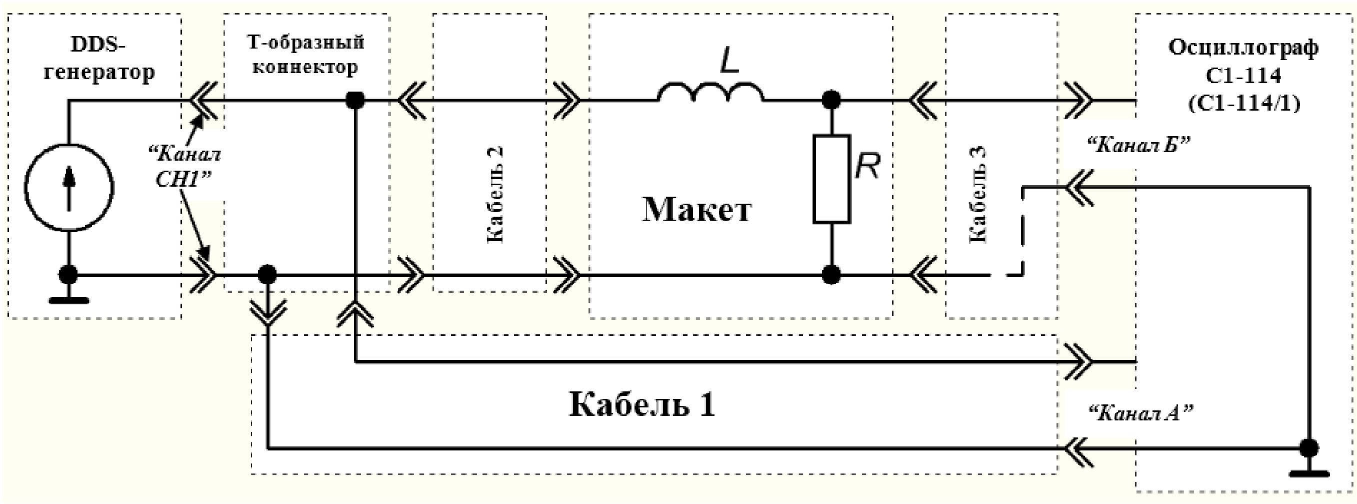


Рисунок 1.21 – Схема для наблюдения $u_R(t)$ в RL-цепи

1.3.2.6 Измерить амплитуды U_R и начальные фазы $\Delta\phi_R$ напряжения резистора при частотах $f_0 = f_L$, $f_1 = 0{,}5{\cdot}f_L$ и $f_2 = 2{\cdot}f_L$. Результаты присвоить в Маткаде, соответственно, переменным URe_0, URe_1, URe_2, $\Delta\phi Re_0$, $\Delta\phi Re_1$ и $\Delta\phi Re_2$, сравнить их с расчётными UR_0, UR_1, UR_2, $\Delta\phi R_0$, $\Delta\phi R_1$ и $\Delta\phi R_2$. Допустимые расхождения – те же.

1.3.2.7 Вывести в Маткаде итоги расчётов и измерений (как на рисунке 1.18).

1.3.3 ***Исследование RLC*-цепи** рисунка 1.22 на макетном стенде**.**

1.3.3.1 Если экспериментальные работы в настоящий день только-только начаты – генератор и осциллограф вами ещё не включались и не настраивались – выполнить подпункты 1.3.1.2 - 1.3.1.4, 1.3.1.6 и 1.3.1.7 пункта 1.3.1.

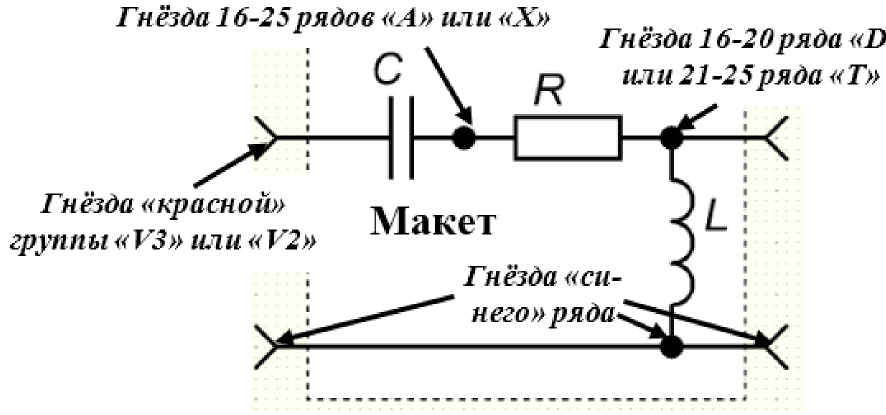


Рисунок 1.22 – *RLC*-цепочка

1.3.3.2 Настроить частоту колебаний DDS-генератора $f_0 = f_{LC}$.

1.3.3.3 Подключить *RLC*-цепочку макетного стенда к осциллографу С1-114/1 (С1-114) и DDS-генератору (рисунок 1.23), придерживаясь рекомендаций ниже:

a) элементы *R* и *L RLC*-цепи – те же элементы *RL*-цепи, вами уже найденные;

b) конденсатор *C* подключен к резистору *R* перемычкой между группами гнёзд «16-20» и «21-25» ряда «A» (или «X») (рисунок 1.22);

c) второй вывод ёмкости подключен в ряд «D» (или «T»), затем через перемычку – к «красной группе V3» (или «V2»);

d) «кабель 2» должен быть соединён со вторым ответвлением Т-коннектора;

e) «землю» «кабеля 2» (рисунок 1.23) обратно подключить к внешнему выводу катушки *RLC*-контура – к любому гнезду «синей» группы рисунка 1.23 (как найти «землю» «кабеля 2» – смотрите действие c) подпункта 1.3.1.8 пункта 1.3.1);

f) «сигнальный» «кабеля 2» подключить к свободному выводу ёмкости *C RLC*-цепи, то есть к любому гнезду «красной» группы «V3» («V2»);

g) радиальный разъём «кабеля 3» подключить к входу канала «Б»;

h) подключить «сигнальный» вывод к выходу *RLC*-цепи, к «старой точке» соединения резистора *R* и катушки *L* – к любому из свободных гнёзд 16 - 20 ряда «D»

(21 - 25 ряда «Т») на макете рисунка 1.22 (если забыли, как найти «сигнальный» «кабеля 3» – смотрите действие g) подпункта 1.3.1.8 пункта 1.3.1.

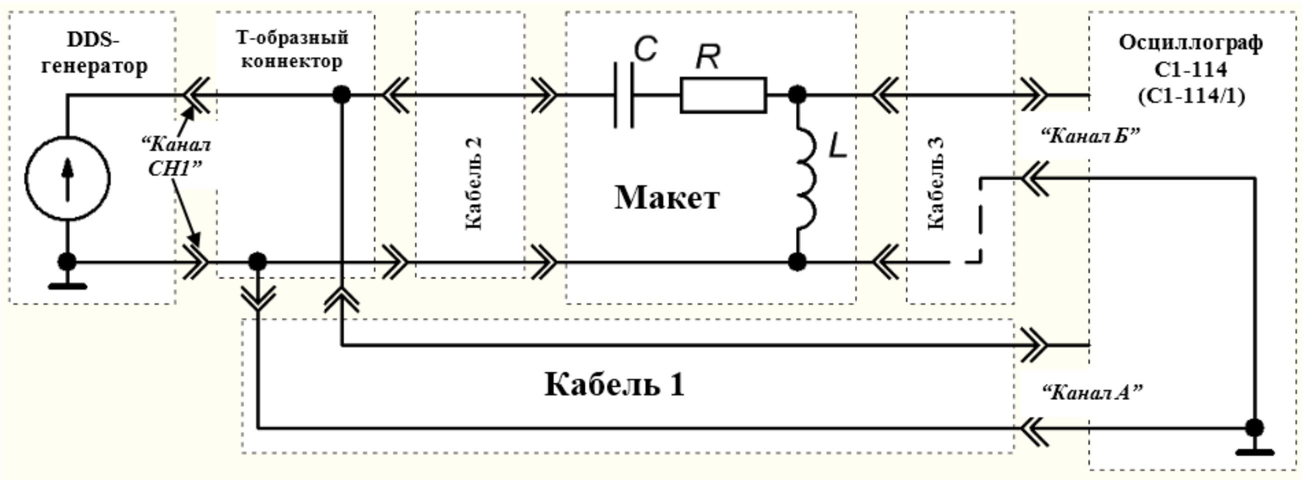


Рисунок 1.23 – Схема для наблюдения $u_L(t)$ в *RLC*-цепи

Вывод «земля» «кабеля 3» (рисунок 1.23) рекомендуется к *RLC*-цепи не подсоединять – на данном шаге сборки схемы указанный вывод автоматически подключается к *общей* точке «земля» через металлический корпус – «землю» осциллографа, «кабеля 1» и Т-коннектора (схема рисунка 1.23). Но при желании можете подключить его к любому из свободных гнёзд «синей» группы.

1.3.3.4 Пользуясь рекомендациями подпунктов 1.3.1.9 и 1.3.1.10 пункта 1.3.1 измерить амплитуды U_L и сдвиги фазы $\Delta\phi_L$ напряжения катушки при частотах $f_0 = f_{LC}$, $f_1 = 0{,}5\cdot f_{LC}$ и $f_2 = 2\cdot f_{LC}$. Результаты присвоить в Маткаде, соответственно, переменным ULe_0, ULe_1, ULe_2, $\Delta\phi Le_0$, $\Delta\phi Le_1$ и $\Delta\phi Le_2$, сравнить их с расчётными UL_0, UL_1, UL_2, $\Delta\phi L_0$, $\Delta\phi L_1$ и $\Delta\phi L_2$. Допустимые расхождения δU и $\delta\phi$ – те же, но в резонансной режиме при высокой добротности (при расчётном $U_L \geq 2$ *В*) – $\delta U \leq 50\%$.

1.3.3.5 Для получения осциллограммы напряжения ёмкости $u_C(t)$ от схемы рисунка 1.23 перейти к схеме рисунка 1.24. Выводы «кабеля 2» поменять местами, сигнальный вывод «кабеля 3» переключить в точку соединения *R* и *C* – в любое свободное гнездо 16…25 ряда «А» (или «Х»). Теперь к «земле» «кабеля 2» и генератора подключен свободный зажим конденсатора *C*, к сигнальному выводу «кабеля 2» – свободный зажим катушки *L*. Если ранее подключали «землю» «кабеля 3», то этот вывод перед переключением выводов «кабеля 2» предварительно отключить.

1.3.3.6 По рекомендациям подпунктов 1.3.1.9 и 1.3.1.10 пункта 1.3.1 измерить амплитуды U_C и сдвиги $\Delta\phi_C$ при частотах $f_0 = f_{LC}$, $f_1 = 0{,}5{\cdot}f_{LC}$ и $f_2 = 2{\cdot}f_{LC}$. Результаты присвоить в Маткаде переменным UCe_0, UCe_1, UCe_2, $\Delta\phi Ce_0$, $\Delta\phi Ce_1$ и $\Delta\phi Ce_2$, сравнить их с расчётными UC_0, UC_1, UC_2, $\Delta\phi C_0$, $\Delta\phi C_1$ и $\Delta\phi C_2$. Допустимые расхождения δU и $\delta\phi$ – те же, но при резонансе (при расчётном $U_{C,m} \geq 2$ В) – $\delta U \leq 50\%$.

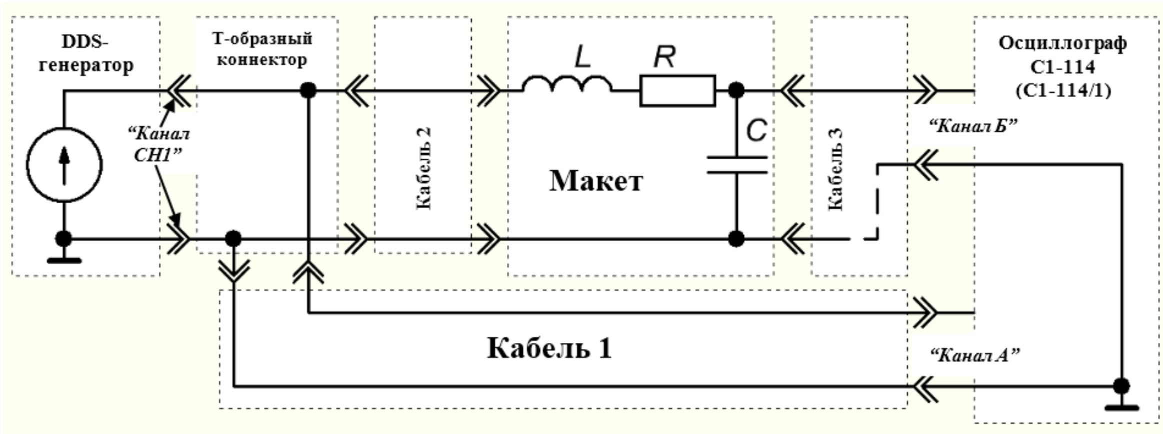


Рисунок 1.24 – Схема для наблюдения $u_C(t)$ в *RLC*-цепи

1.3.3.7 Для получения осциллограммы $u_R(t)$ от схемы рисунка 1.24 перейти к схеме рисунка 1.25. Выводы «кабеля 2» не трогаем, резистор и конденсатор меняем местами. Конденсатор должен быть включен «в серединку» – в один из столбиков 16…20 (или 21...25), резистор R «с краюшку» – в один из столбиков 21…25 (или 16...20). Не «промахнитесь» - элементы должны подключиться в те же ряды «А» и «D» («X» и «T»), и в этих же рядах находятся концы соединительных перемычек.

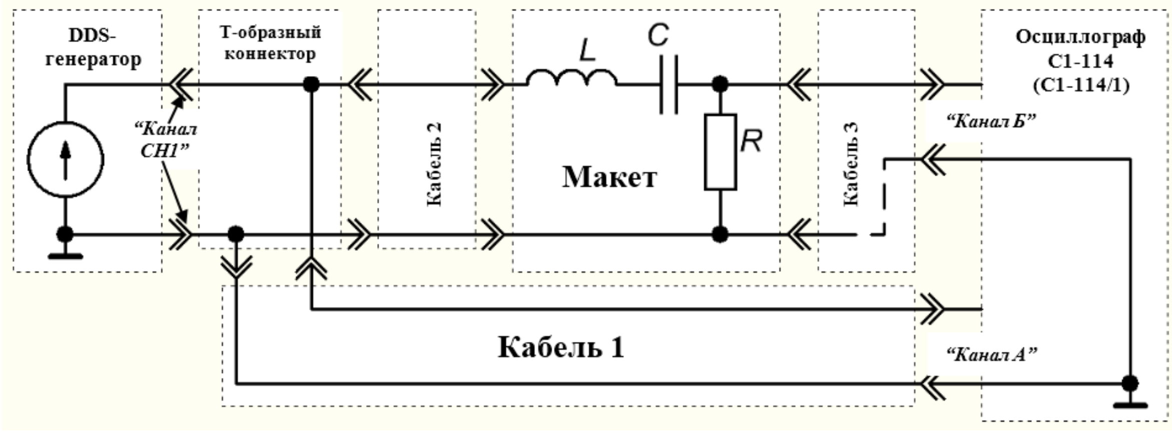


Рисунок 1.25 – Схема для наблюдения $u_R(t)$ в *RLC*-цепи

1.3.3.8 Пользуясь рекомендациями подпунктов 1.3.1.9 и 1.3.1.10 пункта 1.3.1 измерить амплитуды U_R и сдвиги фаз $\Delta\phi_R$ при частотах $f_0 = f_{LC}$, $f_1 = 0{,}5 \cdot f_{LC}$ и $f_2 = 2 \cdot f_{LC}$. Результаты присвоить в Маткаде, соответственно, переменным URe_0, URe_1, URe_2, $\Delta\phi Re_0$, $\Delta\phi Re_1$ и $\Delta\phi Re_2$, сравнить их с расчётными UR_0, UR_1, UR_2, $\Delta\phi R_0$, $\Delta\phi R_1$ и $\Delta\phi R_2$. Допустимые расхождения – те же.

1.3.3.9 Вывести в Маткаде результаты расчётов и измерений (пример – на рисунке 1.18, только результатов на 4 вектора больше)

1.4 Содержание отчёта

В отчёт входят:

1) файл с расчётами, результатами расчётов и измерений, временными и векторными диаграммами в формате «.xmcd»;

2) фотографии «рукопашных» векторных диаграмм.

1.5 Примеры контрольных вопросов и задач

При защите лабораторной работы будут обсуждаться вопросы и решаться задачи по всей теме в целом, не только из приведённого ниже перечня.

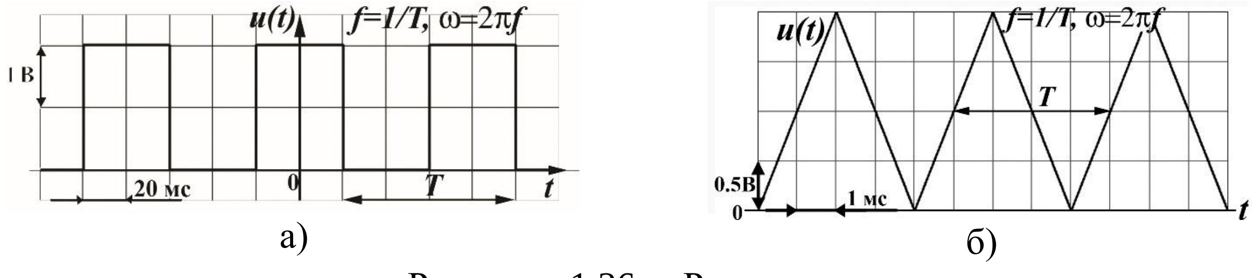
1.5.1 Какие цепи являются реактивными? При каких условиях они линейны?

1.5.2 Какие задачи позволяет решать метод комплексных амплитуд? Ограничения применимости метода.

1.5.3 Можно ли рассчитать реактивные сопротивления RLC-цепи при:

a) импульсном воздействии $u(t)$ (рисунок 1.26,а);

b) треугольном воздействии (рисунок 1.26,б).



а) б)

Рисунок 1.26 – Реактивная цепь

1.5.4 Оценить сдвиг фаз между сигналами:

a) рисунок 1.16,в;

b) рисунок 1.16,а

при произвольной частоте.

1.5.5 Определить аналитически сдвиг фаз между током и напряжением:

a) конденсатора;

b) индуктивности;

c) резистора.

1.5.6 Определить аналитически сдвиг фаз между напряжениями катушки и конденсатора в последовательном *RLC*-контуре.

1.5.7 Рассчитать и построить векторную диаграмму токов и напряжений для реактивной цепи, заданной преподавателем.

1.5.8 Определить активную, реактивную и полную мощности реактивной цепи, заданной преподавателем.

1.5.9 Составить измерительную схему и разработать методику измерения величины индуктивности катушки с помощью последовательной *RL*-цепочки, синусоидального генератора и двухканального осциллографа.

Лабораторная работа №2. Резонансные явления

Цель работы: освоение расчётных и экспериментальных способов анализа частотных характеристик и определяющих параметров резонансных цепей.

Перед выполнением работы рекомендуется изучить или повторить теоретический материал в объеме материала лекций, учебных пособий и теоретического введения. При этом:

1) разобрать определение понятия «резонанса» вообще и в цепях в частности;

2) выяснить различия между явлениями последовательного резонанса напряжений и параллельного резонанса токов;

3) разобрать определения понятия «частотные характеристики» электрических цепей, изучить разновидности частотных характеристик и примеры их расчёта.

2.1 Теоретическое введение

В подразделе рассмотрены теоретические сведения об объекте и предмете изучения в объёме, необходимом для выполнения задач лабораторной работы.

2.1.1 Явление резонанса в электрических цепях

Как вам известно, под *явлением резонанса* в какой-либо системе принято понимать *резкое возрастание амплитуды колебаний какой-либо физической величины при приближении частоты внешнего воздействия к некоторой особой, резонансной частоте ω_0, характерной данной системе*.

В теории электрических цепей *понятие резонанса несколько отличается [1, с.157]*. Считается, ***что в электрической реактивной цепи (рисунок 2.1), содержащей катушки L и конденсаторы C, наступил резонанс, если входной ток*** **I1** ***совпадает по фазе с входным гармоническим напряжением*** **U1.**

Из приведённого определения следует ещё признак резонанса в *LC*-цепях – ***при приближении частоты источника к резонансной частоте цепи*** $\boldsymbol{\omega_0}$ ***её входное комплексное сопротивление*** $\underline{Z}1$ ***становится чисто активным:***

$$\mathrm{Im}(\underline{Z}1) = 0. \tag{2.1}$$

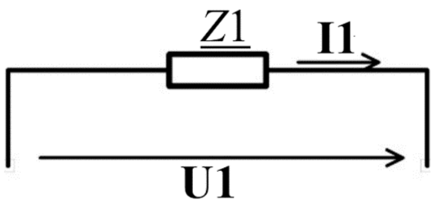


Рисунок 2.1 – Реактивная цепь

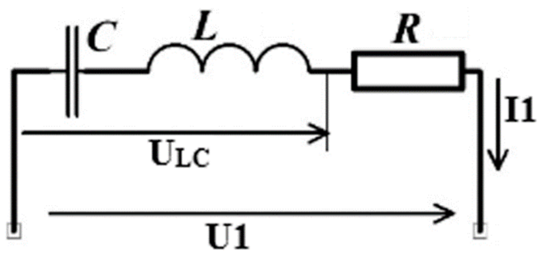
Как выясним далее, не всегда при резонансе амплитуды колебаний токов или напряжений резко возрастают, не всегда они максимальны.

2.1.2 Резонансные явления в последовательном колебательном контуре

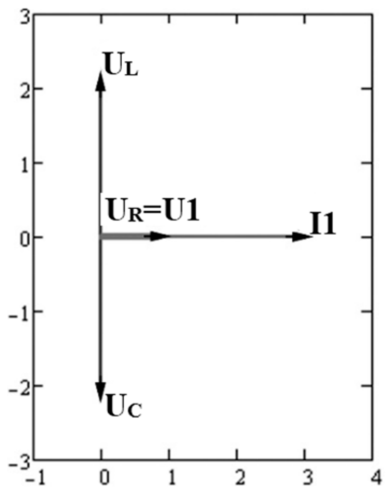
2.1.2.1 Последовательный резонанс или резонанс напряжений. Выясним условия резонанса в последовательном колебательном *RLC*-контуре (рисунок 2.2,а), используя условие (2.1). Входное сопротивление контура:

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = R+\underline{Z}_{\text{L}}+\underline{Z}_{\text{C}} = R+i\cdot x_L - i\cdot x_C = R+j(x_L - x_C), \tag{2.2}$$

где $x_L = \omega\cdot L$, $x_C = 1/(\omega\cdot C)$.



а)



б)

Рисунок 2.2 – Последовательный контур (а) и векторные диаграммы (б)

При совпадении частоты с резонансной – при $\omega = \omega_0$ – условие резонанса (2.1) представится в виде

$$x_L = x_C, \tag{2.3}$$

или

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}. \tag{2.4}$$

На основании (2.4) определяем резонансную частоту

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{или} \quad f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}. \tag{2.5}$$

На основании закона Ома и выражения (2.2) видим, что при резонансе колебания напряжений на каждом реактивном элементе от нуля отличны

$$\mathbf{U_L} = \mathbf{I1} \cdot j \cdot x_L, \quad \mathbf{U_C} = -\mathbf{I1} \cdot j \cdot x_C, \tag{2.6}$$

по амплитуде одинаковы, но отличаются по фазе на 180°

$$\mathbf{U_C} = -\mathbf{U_L} = \mathbf{U_L} \cdot e^{j180^\circ}.$$

В результате падение напряжения на LC-контуре (рисунок 2.2,б) – нулевое

$$\mathbf{U_{LC}} = \mathbf{U_C} + \mathbf{U_L} = 0, \tag{2.7}$$

а всё входное напряжение падает на резисторе:

$$\mathbf{U1} = \mathbf{U_R} + \mathbf{U_{LC}} = \mathbf{U_R}.$$

При этом амплитуда колебаний тока в цепи при резонансе максимальна

$$I_{m,1}(\omega_0) = \frac{U_{m,1}}{\sqrt{R^2 + (x_L - x_C)}} = \frac{U_{m,1}}{R} = \max(I_{m,1}), \tag{2.8}$$

а для катушки и конденсатора, возможно подобрать такие соотношения параметров L и C, при которых, амплитуды напряжений (2.6) значительно превысят амплитуду входного напряжения

$$U_{m,L} = U_{m,C} >> U_{m,1} = U_{m,R}. \tag{2.9}$$

В связи с тем, что в последовательном контуре *при резонансе* соотношение (2.9) может выполняться для *напряжений* и равенство (2.7) выполняется также для напряжений, рассматриваемое резонансное явление названо *резонансом напряжений, или последовательным резонансом*.

Соотношения между напряжениями и током при резонансе напряжений показывает векторная диаграмма рисунка 2.2,б.

В общем случае *резонанс напряжений* может наблюдаться в электрической цепи с последовательным соединением участков, один из которых имеет резистивно-емкостной характер сопротивления, другой – резистивно-индуктивный. При *резонансе напряжений* реактивные части сопротивлений участков компенсируются.

2.1.2.2 Рассмотрим основные параметры, характеризующие последовательный резонансный RLC-контур, исследуемые в рамках лабораторной работы – *резонансную частоту* f_0, *характеристическое сопротивление* ρ и *добротность* Q.

Резонансная частота f_0, [Гц] (или ω_0, [с$^{-1}$]) – характеристика резонансной цепи, показывающая, при какой частоте внешнего гармонического воздействия (тока или напряжения) выполняются условия резонанса. Получение выражения для резонансной частоты для последовательного колебательного контура рассмотрено в пункте 2.1.2.1, где f_0 и ω_0 вычисляется с помощью выражений (2.5).

Характеристическое сопротивление – величина модуля любого реактивного сопротивления последовательного контура на резонансной частоте:

$$\rho = x_L(\omega_0) = \omega_0 L = \frac{1}{\sqrt{LC}} L = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad (2.10)$$

или

$$\rho = x_C(\omega_0) = \frac{1}{\omega_0 C} = \frac{\sqrt{LC}}{C} = \sqrt{\frac{L}{C}}\,. \qquad (2.11)$$

Под «*добротностью*» *произвольной реальной* резонансной системы понимается количественная степень приближения её свойств к свойствам *идеализированной* [1, с. 159], или *относительная (обратная) оценка активных потерь в цепи при резонансе*. Для последовательного контура добротность определяется так [1, с. 159]

$$Q = \frac{\rho}{R} = \frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{R}. \tag{2.12}$$

Для <u>*произвольной*</u> резонансной цепи *добротность пропорциональна отношению модуля суммарной реактивной мощности одного из переменных полей* (электрического – емкостей $|\mathrm{Q}_{\mathrm{C},\Sigma}|$ или магнитного – индуктивностей $\mathrm{Q}_{\mathrm{L},\Sigma}$) *к суммарной активной мощности* P_Σ *(мощности резисторов) при резонансе* [3, с. 123]

$$Q = \frac{\left|\mathrm{Q}_{\mathrm{C},\Sigma}\right|}{P_\Sigma}, \tag{2.13}$$

или

$$Q = \frac{\mathrm{Q}_{\mathrm{L},\Sigma}}{P_\Sigma}. \tag{2.14}$$

Попробуем с помощью (2.13) и (2.14) проверить выражение (2.12). Учитывая известные выражения для реактивных мощностей катушки

$$\mathrm{Q}_{\mathrm{L},\Sigma} = \mathrm{Q}_{\mathrm{L}} = \frac{1}{2}\chi_L \cdot |\mathbf{I1}|^2 = \frac{1}{2}\rho \cdot |\mathbf{I1}|^2$$

и конденсатора

$$\mathrm{Q}_{\mathrm{C},\Sigma} = \mathrm{Q}_{\mathrm{C}} = -\frac{1}{2}\chi_C \cdot |\mathbf{I1}|^2 = -\frac{1}{2}\rho \cdot |\mathbf{I1}|^2,$$

а также мощности резистора

$$P_\Sigma = P = \frac{1}{2}R \cdot |\mathbf{I1}|^2,$$

получим

$$Q = \frac{\rho \cdot |\mathbf{I1}|^2 \cdot 2}{2 \cdot R \cdot |\mathbf{I1}|^2} = \frac{\rho}{R}.$$

В последовательном *RLC*-контуре добротность определяется также отношением амплитуд колебаний напряжений любого реактивного элемента и резистора

$$Q = \frac{|\mathbf{I1}| \cdot \rho}{|\mathbf{I1}| \cdot R} = \frac{|\mathbf{U_L}|}{|\mathbf{U_R}|} = \frac{|\mathbf{U_C}|}{|\mathbf{U_R}|}. \tag{2.15}$$

С учётом (2.8) выражение (2.15) можно преобразовать к виду

$$Q = \frac{|\mathbf{U_L}|}{|\mathbf{U_R}|} = \frac{|\mathbf{U_C}|}{|\mathbf{U_R}|}. \tag{2.16}$$

Конкретно для *последовательного RLC-контура* по величине Q судят, в какой степени он приближается к идеальному резонансному последовательному LC-контуру без потерь (рисунок 2.3).

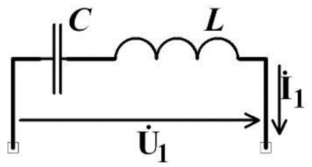


Рисунок 2.3 – Идеальный последовательный резонансный контур

Согласно (2.12), возможно подобрать значения индуктивности катушки побольше, а ёмкости и резистора поменьше – так, что значение добротности существенно превысит единицу – $Q>>1$. Следовательно, амплитуды напряжений на катушке и на конденсаторе окажутся больше входного – смотрите выражения для той же добротности (2.15), (2.16).

2.1.3 Резонансные явления в параллельном колебательном контуре

2.1.3.1 Параллельный резонанс или резонанс токов. Определим условия резонанса в параллельном колебательном RLC-контуре (рисунок 2.4,а). Если для его входного сопротивления выполняется условие (2.1), то это же условие справедливо для проводимости:

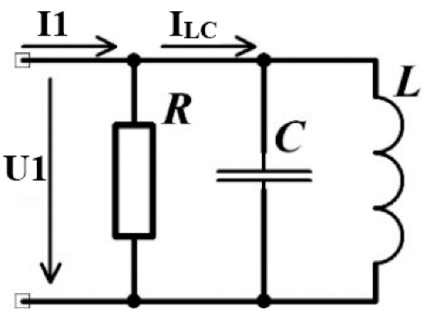
$$\mathrm{Im}(\underline{Z}_{\text{вх}}) = 0 \Rightarrow \mathrm{Im}(\underline{Y}_{\text{вх}}) = 0 \Rightarrow$$

$$\underline{Y}_{\text{вх}} = g + \underline{Y}_{\text{L}} + \underline{Y}_{\text{C}} = g + i \cdot b_C - i \cdot b_L = g + i(b_C - b_L), \tag{2.17}$$

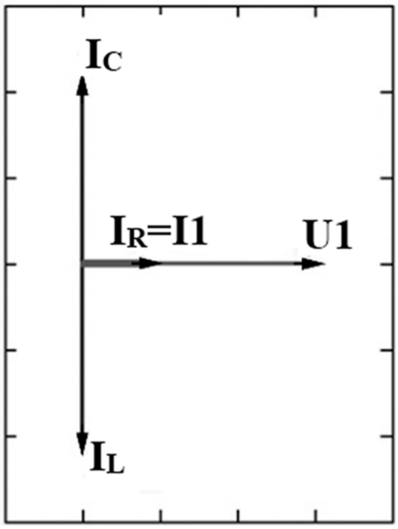
где $\underline{Y}_{\text{L}} = 1/(i \cdot x_L) = -\, i \cdot b_L$ и $\underline{Y}_{\text{C}} = 1/(-i \cdot x_C) = i \cdot b_C$ – комплексные проводимости реактивных элементов, $g = 1/R$ – проводимость резистора.

На основании (2.17) условие резонанса выполняется при

$$b_C = b_L \Rightarrow x_L = x_C \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \qquad (2.18)$$



а)



б)

Рисунок 2.4 – Параллельный контур (а) и векторные диаграммы (б)

Таким образом, для параллельного колебательного контура условия резонанса (2.18) аналогичны условиям (2.3) - (2.5) для последовательного контура. Однако рассматриваемая аналогия справедлива только при идеальных элементах *R*, *L* и *C*.

При резонансе амплитуды токов катушки и конденсатора – ненулевые

$$\mathbf{I_C} = \mathbf{U1} \cdot j \cdot b_C,\ \mathbf{I_L} = -\mathbf{U1} \cdot j \cdot b_L,$$

одинаковы по амплитуде и отличаются по фазе на 180°

$$\mathbf{I_L} = -\mathbf{I_C} = \mathbf{I_C} \cdot e^{j180^\circ}, \qquad (2.19)$$

в результате суммарный ток катушки и ёмкости (рисунок 2.4,а) – нулевой

$$\mathbf{I_{LC}} = \mathbf{I_C} + \mathbf{I_L} = 0, \qquad (2.20)$$

а весь входной ток протекает через резистор:

$$\mathbf{I1} = \mathbf{I_R} + \mathbf{I_{LC}} = \mathbf{I_R}. \qquad (2.21)$$

При этом амплитуда колебаний напряжения в цепи максимальна

$$U_{m,1}(\omega_0)=\frac{I_{m,1}}{\sqrt{g^2+(b_C-b_L)^2}}=\frac{I_{m,1}}{g}=I_{m,1}\cdot R=\max(U_{m,1}),$$

а для элементов контура возможно подобрать соотношения параметров, при которых, амплитуды токов (2.19) значительно превысят амплитуду входного

$$I_{m,L}=I_{m,C}>I_{m,1}=I_{m,g}\,. \qquad (2.22)$$

Так как в контуре рисунка 2.4,а *при резонансе* для *токов* может выполняться соотношение (2.22), а также имеют место соотношения (2.20) и (2.21), рассматриваемое резонансное явление названо *резонансом токов, или параллельным резонансом*.

Соотношения между напряжением и токами при резонансе токов показывает векторная диаграмма рисунка 2.4,б.

В общем случае *резонанс токов* может наблюдаться в электрической цепи с параллельным соединением участков, один из которых имеет сопротивление резистивно-емкостного характера, другой – резистивно-индуктивного. При *резонансе токов* емкостная проводимость компенсируется индуктивной.

2.1.3.2 Параллельный колебательный контур характеризуется аналогичным набором параметров - *резонансной частотой* f_0, *характеристическим сопротивлением* ρ и *добротностью* Q.

Резонансная частота f_0 [Гц] (или ω_0, [с$^{-1}$]) рассмотрена в предыдущих подразделах и вычисляются с помощью выражений (2.5) или (2.18).

Смысл и определение понятия *характеристического сопротивление* для параллельного контура аналогичны – это модуль сопротивления одного из реактивных элементов параллельного контура при резонансной частоте:

$$\rho=x_L(\omega_0)=x_C(\omega_0)=\sqrt{\frac{L}{C}}\,.$$

Добротность параллельного RLC-контура Q показывает степень его приближения к идеальному LC-контуру (рисунок 2.5) без потерь.

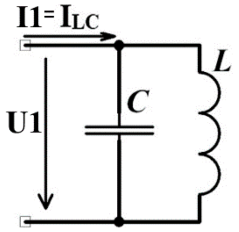


Рисунок 2.5 – Идеальный параллельный резонансный *LC*-контур

Получим выражение для *Q*. «Мощности» электрического и магнитного полей

$$Q_C = -\frac{|\mathbf{U1}|^2}{2 \cdot x_C} = -\frac{|\mathbf{U1}|^2}{2 \cdot \rho},$$

$$Q_L = \frac{|\mathbf{U1}|^2}{2 \cdot x_C} = \frac{|\mathbf{U1}|^2}{2 \cdot \rho} = |Q_C|, \tag{2.23}$$

входная активная мощность

$$P = \frac{|\mathbf{U1}|^2}{2 \cdot R}. \tag{2.24}$$

Подставляя (2.23) и (2.24) в (2.14), получим

$$Q = \frac{R}{\rho}.$$

Эту же добротность в *параллельном контуре* определяется *отношением амплитуд тока любого из реактивных элементов и входного тока (или резистивного)*

$$Q = \frac{|\mathbf{U1}| \cdot \frac{1}{\rho}}{|\mathbf{U1}| \cdot \frac{1}{R}} = \frac{|\mathbf{I_L}|}{|\mathbf{I1}|} = \frac{|\mathbf{I_C}|}{|\mathbf{I1}|} = \frac{|\mathbf{I_L}|}{|\mathbf{I_R}|} = \frac{|\mathbf{I_C}|}{|\mathbf{I_R}|}.$$

В приложении А – примеры решения задач анализа резонансных систем.

2.1.4 Комплексные частотные характеристики

В круг задач настоящей лабораторной работы входят:

1) определение в резонансной системе *зависимости отношения* амплитуд выходного $u_2(t)$ и входного $u_1(t)$ гармонических напряжений *от частоты*

$$K_U(\omega)=\frac{U_{m,2}}{U_{m,1}}; \tag{2.25}$$

2) определение зависимости разности фаз тех же величин от частоты

$$\Delta\varphi_U(\omega)=\varphi_{U2}-\varphi_{U1}. \tag{2.26}$$

Выражения (2.25) и (2.26) относятся к классу частотных характеристик (ЧХ).

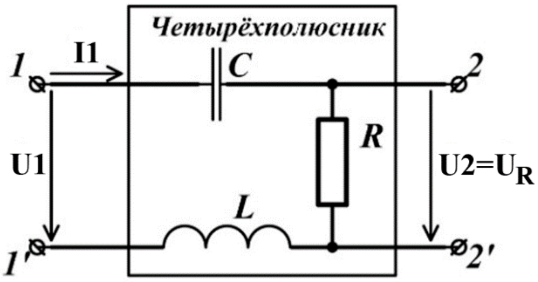


Рисунок 2.6 – Исследуемый контур – четырёхполюсник

RLC-контур (рисунок 2.6) – *четырёхполюсник* с парой входных зажимов (полюсов) *«1», «1'»*, и парой выходных - *«2», «2'»*. Его ЧХ – ***комплексная ЧХ (КЧХ), или комплексный коэффициент передачи*** – ***зависимость от частоты*** *отношения комплексной амплитуды реакции к комплексной амплитуде воздействия*

$$\mathbf{H_U}(\omega)=\mathbf{U2}/\mathbf{U}1. \tag{2.27}$$

Для рассматриваемого четырёхполюсника (рисунок 2.6) КЧХ (2.27) – комплексный коэффициент передачи по напряжению

$$\mathbf{H_{U,R}}(\boldsymbol{\omega})=\mathbf{K_{U,R}}(\boldsymbol{\omega})=\mathbf{U}2/\mathbf{U1}=\mathbf{U_R}/\mathbf{U1}\,[1]. \tag{2.28}$$

2.1.4.1 Разновидности ЧХ - составных частей КЧХ. Итак, КЧХ – *функция частоты*, и функция *комплексная*. В показательной форме комплексная функция (2.27) представляется в виде

---

[1] В представленном выражении (2.28) фрагментом из равенства … $\mathbf{H_U}(\boldsymbol{\omega})=\mathbf{K_U}(\boldsymbol{\omega})$ … показаны наиболее часто встречающиеся обозначения функций комплексных коэффициентов передачи *по напряжению*.

$$\mathbf{H_U}(\boldsymbol{\omega}) = H_U(\omega)\cdot e^{i\cdot\Delta\varphi(\omega)}, \qquad (2.29)$$

где $H_U(\omega)$ – модуль КЧХ;

$\Delta\varphi(\omega)$ – её аргумент.

Комплексные амплитуды воздействия и реакции в показательной форме

$$\mathbf{U1} = U1_m e^{j\varphi_1},\ \mathbf{U2} = U2_m e^{j\varphi_2}. \qquad (2.30)$$

Отсюда модуль и аргумент КЧХ определяются выражениями

$$H_U(\omega) = U2_m/U1_m, \qquad (2.31)$$

$$\Delta\varphi(\omega) = \varphi_2 - \varphi_1. \qquad (2.32)$$

Итак, ***модуль КЧХ*** (2.31) показывает ***зависимость от частоты ω отношения амплитуд входного и выходного гармонических сигналов с той же частотой ω***. Зависимость называется ***амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)***.

Аргумент КЧХ (2.32) показывает ***зависимость от частоты ω разности фаз тех же гармонических функций реакции и воздействия***. Зависимость называется ***фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)***.

Для контура рисунка 2.6 АЧХ (2.31)

$$H_{U,R}(\omega) = K_{U,R}(\omega) = U_{m,R}/U1_m, \qquad (2.33)$$

и функция ФЧХ (2.32)

$$\Delta\varphi(\omega) = \Delta\varphi_{U,R}(\omega) = \varphi_{U,R} - \varphi_{U1}. \qquad (2.34)$$

Пример 2.1. – Получим выражения для функций ЧХ (2.28), (2.33) и (2.34):

1) входное напряжение **U1** и напряжение резистора $\mathbf{U_R}$ связаны с входным током **I1** законом Ома

$$\mathbf{U_R} = \mathbf{I1}\cdot R, \qquad (2.35)$$

$$\mathbf{U1} = \mathbf{I1}\cdot \underline{Z}_{\text{вх}}, \qquad (2.36)$$

где $\underline{Z}_{\text{вх}}$ – входное сопротивление последовательного *RLC* - контура, определяемое выражением (2.2) – $\underline{Z}_{\text{вх}} = R + i\cdot(x_L - x_C)$;

2) подставим в (2.2) выражения реактивных сопротивлений

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C} = \frac{\omega CR + jLC\omega^2 - j}{\omega C} = \frac{\sqrt{(\omega CR)^2 + \left(LC\omega^2 - 1\right)^2}}{\omega C} e^{j \cdot arctg\left(\frac{LC\omega^2 - 1}{\omega CR}\right)}; \quad (2.37)$$

3) с учётом (2.35) - (2.37) преобразуем КЧХ (2.28)

$$\mathbf{K_{U,R}}(\boldsymbol{\omega}) = \mathbf{I1} \cdot R / \left(\mathbf{I1} \cdot \underline{Z}_{\text{вх}}\right) = \frac{R}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{R\omega C}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + \left(\omega^2 LC - 1\right)^2}} e^{-j \cdot arctg\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega CR}\right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{K_{U,R}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{R\omega C}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + \left(\omega^2 LC - 1\right)^2}} e^{-j \cdot arctg\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega CR}\right)};$$

4) выражение для АЧХ

$$K_{U,R}(\omega) = \left|\mathbf{K_{U,R}}(\boldsymbol{\omega})\right| = \frac{R\omega C}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + \left(\omega^2 LC - 1\right)^2}}; \quad (2.38)$$

5) выражение для ФЧХ:

$$\Delta\varphi_{U,R}(\omega) = \arg\left(\mathbf{K_{U,R}}(\boldsymbol{\omega})\right) = -arctg\left(\frac{\omega^2 LC - 1}{\omega CR}\right). \quad (2.39)$$

Как видим, рассматриваемые в примере ЧХ – действительно функции частоты. Для четырёхполюсника рисунка 2.6 вы, как инженеры-электронщики, можете рассматривать их как его «паспортные» характеристики. Только представленные аналитическими выражениями, показывающими *соотношение между амплитудами выходного (на резисторе) и входного гармонических напряжений* (это АЧХ), а также *между их фазами* (это ФЧХ) для каждой частоты ω.

На практике «паспортные» характеристики, подобные (2.38) и (2.39), действительно приводятся в технической документации многих электронных устройств – микросхем усилителей звуковых частот, усилителей радиочастоты, измерительных усилителей, электрических фильтров и многих других. Чаще представляются они, конечно, не аналитическими выражениями, а графиками АЧХ и ФЧХ. Например, диаграммами функций (2.38) и (2.39) (рисунок 2.7).

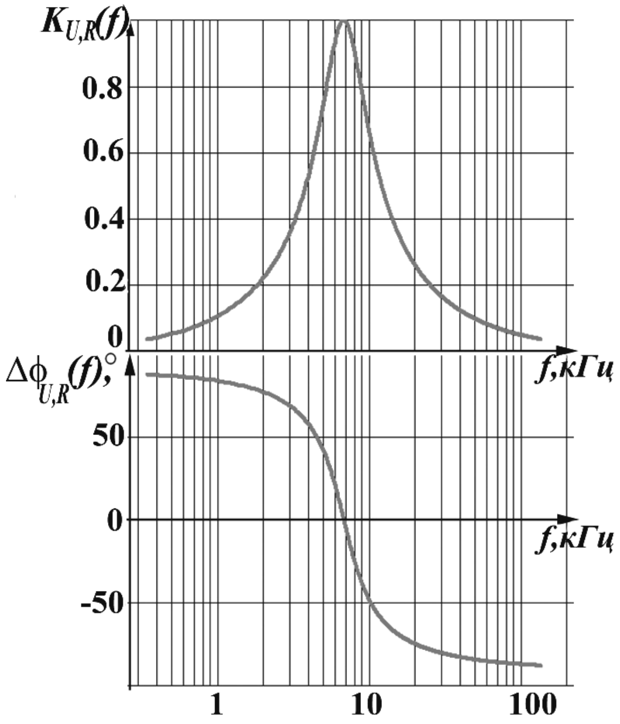


Рисунок 2.7 – АЧХ и ФЧХ четырёхполюсника

Среди бытовых устройств функциями ЧХ описываются, например, звуковые усилители (ЗУ) - автомобильные, усилители аудиоколонок компьютеров и многие другие. Входные зажимы для ЗУ - контакты линейного входа, выходные – контакты подключения к динамику (рисунок 2.8). АЧХ для ЗУ покажет зависимость коэффициента усиления звукового сигнала от частоты.

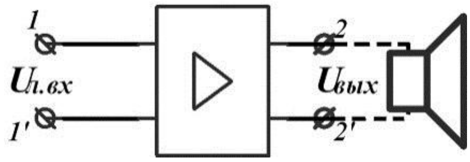


Рисунок 2.8 – Звуковой усилитель как четырёхполюсник

АЧХ и ФЧХ являются составляющими КЧХ. Если одна из них отсутствует, информация о частотных свойствах является неполной.

На практике кроме АЧХ и ФЧХ применяются ЧХ, составляющие выражение КЧХ в алгебраической форме – *мнимая и вещественная ЧХ (МЧХ и ВЧХ)*. Также применяется амплитудно-фазовая характеристика (АФХ), или годограф. Но в настоящей работе указанные характеристики не используются.

В зависимости от электрических величин реакции и воздействия различают следующие ЧХ:

a) передаточные:

- коэффициент передачи по напряжению:

$$\mathbf{H_U}(\omega)=\mathbf{K_U}(\omega)=\mathbf{U2}/\mathbf{U1}\ ; \tag{2.40}$$

- коэффициент передачи по току:

$$\mathbf{H_I}(\omega)=\mathbf{K_I}(\omega)=\mathbf{I2}/\mathbf{I1}\ ; \tag{2.41}$$

- передаточное сопротивление:

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{21}}(\omega)=\mathbf{U2}/\mathbf{I1}\ ; \tag{2.42}$$

- передаточная проводимость:

$$\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{21}}(\omega)=\mathbf{I2}/\mathbf{U1}\ ; \tag{2.43}$$

b) входные:

- входное сопротивление:

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{11}}(\omega)=\mathbf{U1}/\mathbf{I1}\ ; \tag{2.44}$$

- входная проводимость:

$$\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{11}}(\omega)=\mathbf{I1}/\mathbf{U1}\ ; \tag{2.45}$$

c) выходные:

- выходное сопротивление:

$$\underline{\mathbf{Z}}_{22}(\omega)=\mathbf{U2}/\mathbf{I2}\ ; \tag{2.46}$$

- входная проводимость:

$$\underline{\mathbf{Y}}_{22}(\omega) = \mathbf{I2}/\mathbf{U2}\,. \qquad (2.47)$$

В приложениях Б и В приведены примеры расчётов ЧХ коэффициентов передачи по напряжению и по току.

2.1.4.2 Графическое представление ЧХ в логарифмическом масштабе. Обратите внимание на графики рисунка 2.7 - частотные отсчёты по осям *Ox* на них представлены неравномерно. Основа рисунка получена вставкой графиков из программной среды MathCad, для которых была активна опция «Log scale» в меню «X-Axis» (рисунок 2.9) – режим «логарифмический масштаб по оси *Ox*». Это говорит о том, что ось *Ox* равномерно проградуирована не в единицах аргумента (в нашем случае – частоты *f*), а в единицах его десятичного логарифма. То есть, для графиков АЧХ и ФЧХ рисунка 2.7 $x=lg(f)$. И для некоторых значений x на диаграммах показаны соответствующие им значения частоты $f = \{100, 10^3, 10^4, 10^5, 10^6\}$, а также нанесена сетка при значениях x, соответствующих частотам $f = \{200, 300, ..., 900\}$, $f = \{2{\cdot}10^3, 3{\cdot}10^3, ..., 9{\cdot}10^3\}$, и так далее.

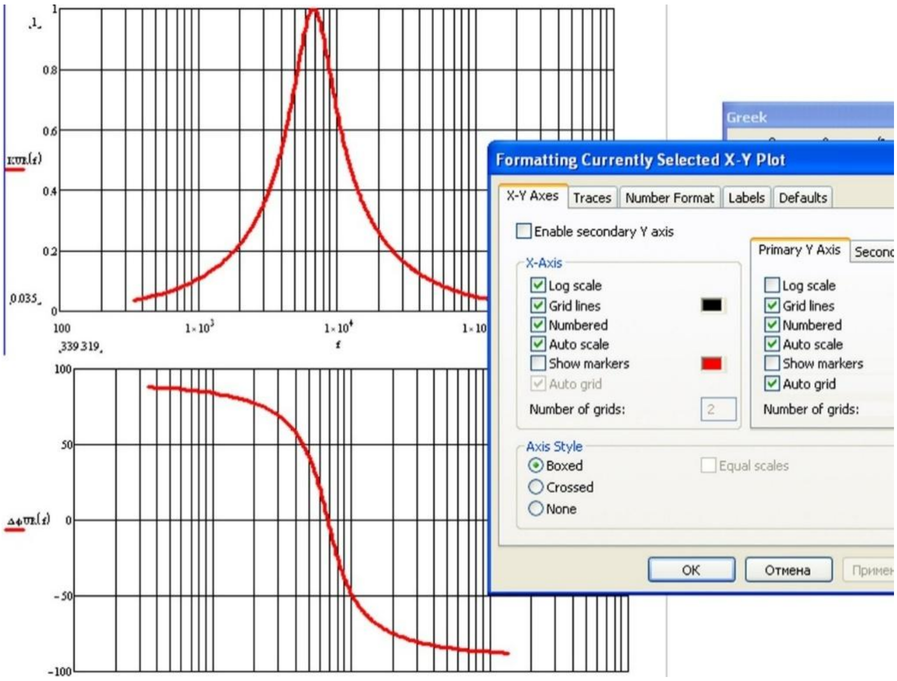


Рисунок 2.9 – Графики с логарифмическим масштабом по оси *Ox*

В справочниках и технических описаниях линейных электронных устройств можете встретить ЧХ, где по оси *Ox* частота откладывается в логарифмическом масштабе либо в единицах частоты *f*, либо в единицах *lg(f)*. Таковой масштаб позволяет более детально представить графические характеристики одновременно для значений аргумента различного порядка – для единиц, десятков, сотен и так далее. В обычном - линейном масштабе график АЧХ рисунка 2.7 выглядел бы менее «удачно» (рисунок 2.10). Он наиболее информативен в диапазоне от 10 кГц до 150 кГц, «сжат» на килогерцах, и абсолютно неинформативен на сотнях герц.

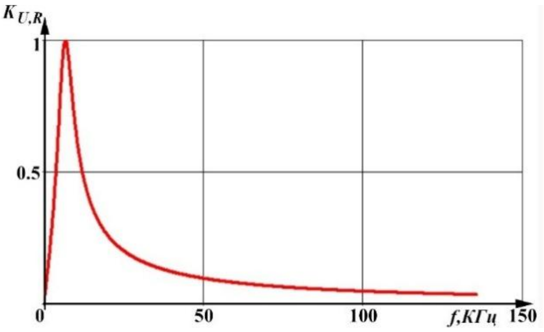
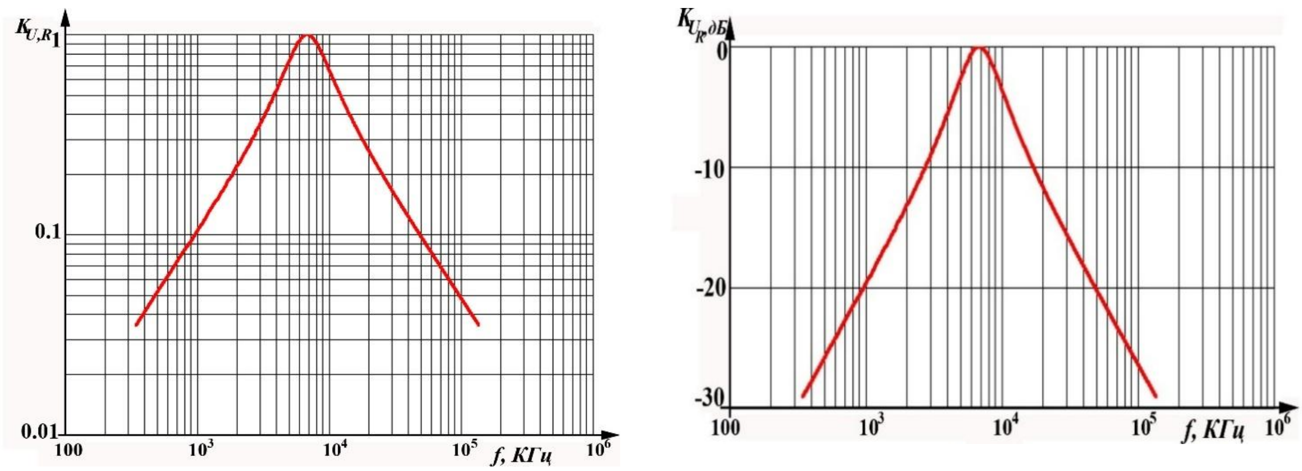


Рисунок 2.10 – График АЧХ в линейном масштабе

Также широко применяется логарифмирование масштаба и по оси *Oy* – при построении диаграмм АЧХ. При этом также более наглядно представляются на одном графике значения АЧХ нескольких порядков (рисунок 2.11,а). В среде MathCad логарифмирование выполняется активацией «Log scale» в меню «Y-Axis».



а) б)

Рисунок 2.11 – ЛАЧХ последовательного контура

До появления программных математических средств логарифмирование значений АЧХ выполнялось при построении так называемых логарифмических АЧХ (ЛАЧХ), измеряемых в *дБ* (децибелах) (рисунок 2.11,б). Выражение для вычисления ЛАЧХ любого из видов (2.40) – (2.47) следующее

$$H_{дБ} = 20 \cdot lg(H).$$

В литературе встречается аббревиатура «ЛФЧХ» – логарифмические фазочастотные характеристики. Это диаграммы ФЧХ, по оси *Ox* которых отложены единицы *lg(f)*. Но значения фазы по *Oy* наносятся в обычном линейном масштабе.

2.2 Расчётная часть лабораторной работы

Всего шестнадцать вариантов заданий. В таблице 2.1 6 вариантов (№1…№6), каждому варианту соответствует своя отдельная схема резонансного контура.

В таблице 2.2 представлена *седьмая схема* – последовательный резонансный *RLC*-контур, и ещё 10 вариантов заданий. Каждому варианту соответствует комбинация значений параметров элементов *R*, *C* и *L*.

Требуется для своего варианта решить задачи, перечисленные ниже.

2.2.1 С помощью подходящего для вашего контура выражения таблицы 2.3 вычислить значение циклической резонансной частот ω_0.

Таблица 2.1 – Варианты схем резонансных контуров

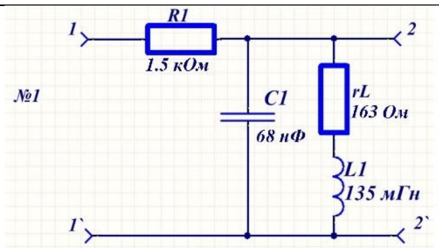
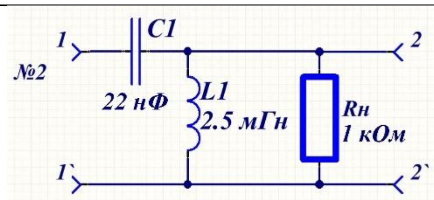
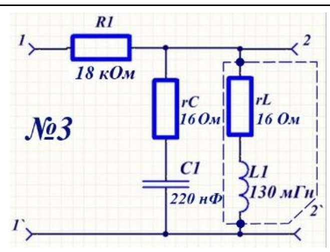
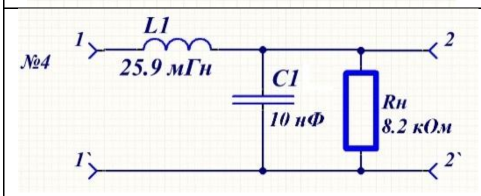
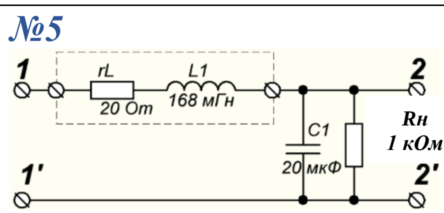
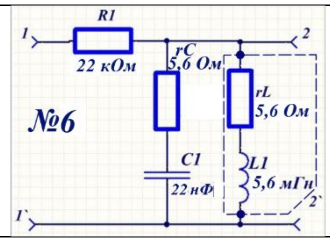
		
		

Таблица 2.2 – Варианты параметров элементов последовательного *RLC*-контура

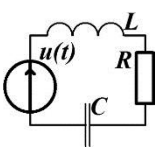
Схема	Пара-метры	№10	№11	№12	№13	№14	№20	№21	№22	№23	№24
	*C*	110 нФ	10 нФ	220 нФ	2.2 нФ	6.8 нФ	11нФ	47 нФ	110 нФ	22 нФ	68 нФ
	L	5.3 мГн	90 мГн	4.6 мГн	7.3 мГн	2.6 мГн	5.3 мГн	90 мГн	5.2 мГн	7.3 мГн	2.6 мГн
	R	47 Ом	1 кОм	47 Ом	1.6 кОм	100 Ом	1.5 кОм	1 кОм	100 Ом	160 Ом	2 кОм

Таблица 2.3 – Выражения для расчёта резонансных частот

Для схем вариантов №1, №3 и №6 $$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L1\cdot C1}}\cdot\frac{\sqrt{1-r_L^2\cdot\frac{C1}{L1}}}{\sqrt{1-r_C^2\cdot\frac{C1}{L1}}}.$$ Для варианта №1 $r_C=0$	Для схемы варианта №2 $$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L1\cdot C1}}\cdot\frac{1}{\sqrt{1-\frac{L1}{C1\cdot R\mathit{н}^2}}}.$$
Для схем вариантов №4 и №5 $$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{L1\cdot C1}}\cdot\sqrt{1-\frac{L1}{C1\cdot R\mathit{н}^2}}.$$ Для варианта №5 $R\mathit{н}=R1$.	Для вариантов №10…№14, №20…24 – выражение (2.5) теоретической части

Затем вычисляете f_0

$$f_0=\frac{\omega_0}{2\cdot\pi}.$$

2.2.2 Только для вариантов №1 … №6 – с помощью выражений таблицы 2.4 вычислить значение резонансного сопротивления $R_{рез}$.

Таблица 2.4 – Выражения для расчёта резонансного сопротивления

Для схемы варианта №1 $$R_{рез}=\frac{L1}{C1\cdot r_L}+R1.$$	Для схемы варианта №2 $$R_{рез}=\frac{L1}{C1\cdot R\mathit{н}}.$$
Для схем вариантов №3 и №6	Для схем вариантов №4 и №5

$$R_{рез} = \frac{L1 + C1 \cdot r_L \cdot r_C}{C1 \cdot (r_L + r_C)} + R1.$$	$$R_{рез} = \frac{L1}{C1 \cdot Rн} + r_L.$$ Для варианта №4 $r_L = 0$. Для варианта №5 $Rн = R1$.

Для остальных вариантов – №10…№14, №20…№24 – вычислить значение характеристического сопротивления ρ с помощью выражения (2.10);

2.2.3 Вычислить значение добротности Q с помощью выражений таблицы 2.5.

Таблица 2.5 – Выражения для расчёта добротности

Для схемы варианта №1 $$Q = \frac{\omega_0 \cdot L1}{R_{рез} \cdot \left(r_L^2 \cdot \frac{C1}{L1} \right)}.$$	Для схемы варианта №2 $$Q = \frac{1}{R_{рез} \cdot \omega_0 \cdot C1}$$ или $Q = Rн/(\omega_0 \cdot L1)$.
Для схем вариантов №3 и №6 $$Q = \frac{\omega_0 \cdot L1 \cdot \left| r_C - i/(\omega_0 \cdot C1) \right|^2}{R_{рез} \cdot \left| r_C + r_L + i \cdot (\omega_0 \cdot L1 - 1/(\omega_0 \cdot C1)) \right|^2}.$$	Для схемы варианта №4 $Q = Rн \cdot \omega_0 \cdot C1$ или $Q = \omega_0 \cdot L1/R_{рез}$.
Для схемы варианта №5 $Q = \omega_0 \cdot L1/R_{рез}$.	Для вариантов №10…№14, №20…24 – выражение (2.12) теоретической части

2.2.4 Для всех вариантов, кроме 1-го, с помощью выражений

$$\Delta f = f_0/Q,$$

$$f_н = f_0 - 0{,}5 \cdot \Delta f,$$

$$f_в = f_0 + 0{,}5 \cdot \Delta f.$$

вычислить ширину полосы и граничные частоты пропускания.

2.2.5 Результаты вычислений пунктов 2.2.1 … 2.2.4 – в таблицу Г.1 приложения Г.

2.2.6 Построить качественно АЧХ вашего резонансного контура.

2.2.7 Пользуясь выражениями комплексных частотных характеристик таблицы 2.6, изученным теоретическим материалом лекций и подраздела 2.1.4, примерами расчётов в приложениях Б и В получить в общем виде аналитические выражения:

a) амплитудно-частотной характеристики (АЧХ)

$$K_U(\omega) = |\mathbf{H}_\mathbf{U}(\omega)|; \qquad (2.48)$$

b) фазочастотной характеристики (ФЧХ)

$$\Delta\varphi(\omega) = arg(\mathbf{H}_\mathbf{U}(\omega)). \qquad (2.49)$$

Таблица 2.6 – Выражения комплексных частотных характеристик

Для схемы варианта №1 (АЧХ и ФЧХ – «Пример 2.2») $$\mathbf{H}_\mathbf{U}(w)=\frac{r_L+i\cdot w\cdot L1}{R1+r_L-C1\cdot L1\cdot w^2\cdot R1+i\cdot w\cdot(L1+C1\cdot r_L\cdot R1)}.$$
Для схемы варианта №2 (АЧХ и ФЧХ – «Пример 2.5») $$\mathbf{H}_\mathbf{U}(w)=\frac{i\cdot w^2\cdot L1\cdot C1\cdot R\text{н}}{L1\cdot w+i\cdot R\text{н}\cdot(C1\cdot L1\cdot w^2-1)}.$$
Для схем вариантов №3 и № 6 (АЧХ и ФЧХ – «Пример 2.6») $$\mathbf{H}_\mathbf{U}(w)=\frac{(r_L+i\cdot w\cdot L1)\cdot(C1\cdot r_C\cdot w-i)}{w\cdot[L1+C1\cdot(R1\cdot r_C+R1\cdot r_L+r_L\cdot r_C)]+i\cdot[w^2\cdot C1\cdot L1\cdot(R1+r_C)-r_L-R1]}.$$
Для схемы варианта №4 (АЧХ и ФЧХ – «Пример 2.4») $$\mathbf{H}_\mathbf{U}(w)=\frac{R\text{н}}{R\text{н}-C1\cdot L1\cdot w^2\cdot R\text{н}+i\cdot w\cdot L1}.$$
Для схемы варианта №5 (АЧХ и ФЧХ – «Пример 2.4») $$\mathbf{H}_\mathbf{U}(w)=\frac{R1}{R1+r_L-C1\cdot L1\cdot w^2\cdot R1+i\cdot w\cdot(L1+C1\cdot r_L\cdot R1)}.$$
Для напряжения U_R *RLC*-контура вариантов №10…№14, №20…№24 (АЧХ и ФЧХ – пПример 2.5) $$\mathbf{H}_\mathbf{U}(w)=\frac{R1\cdot C1\cdot w}{R1\cdot C1\cdot w+i\cdot(C1\cdot L1\cdot w^2-1)}.$$
Для напряжения U_C *RLC*-контура вариантов №10…№14, №20…№24 (АЧХ и ФЧХ – пПример 2.5) $$\mathbf{H}_\mathbf{U}(w)=\frac{-i}{R1\cdot C1\cdot w+i\cdot(C1\cdot L1\cdot w^2-1)}.$$
Для напряжения U_L *RLC*-контура вариантов №10…№14, №20…№24 (АЧХ и ФЧХ – пПример 2.5) $$\mathbf{H}_\mathbf{U.L}(w)=\frac{i\cdot C1\cdot L1\cdot w^2}{R1\cdot C1\cdot w+i\cdot(C1\cdot L1\cdot w^2-1)}.$$

Вариантам №10…14, №20…24 выходное напряжение укажет преподаватель.

Рассмотрено будет несколько примеров вывода АЧХ и ФЧХ на основании выражения КЧХ, отличающихся выражением числителя и знаменателя КЧХ.

Пример 2.2. Предположим, выражение КЧХ имеет вид

$$\mathbf{H_U}(w) = \frac{a_0 + i \cdot w \cdot a_1}{b_0 + i \cdot w \cdot b_1 - w^2 \cdot b_2}, \tag{2.50}$$

где a_0, a_1 *и* b_0, …, b_2 *– постоянные коэффициенты числителя и знаменателя, представляют собой выражения, содержащие параметры резисторов* R_k, *катушек L1 и конденсаторов C1. Выражения могут быть сложными – в виде произведений и/или сумм, а также простыми – в виде одного из указанных параметров или просто чисел (смотрите выражения в таблице 2.6).*

Выражение АЧХ – это выражение модуля комплексной частотной характеристики. В КЧХ (2.50) мнимая и действительная части явно не выражены.

Но упомянутые мнимые и действительные части выражены в числителе и знаменателе (2.50). Поэтому выражение модуля КЧХ мы можем получить как отношение модуля его числителя к модулю знаменателя.

Представим (2.50) в виде

$$\mathbf{H_U}(w) = \frac{\mathbf{N1}(w)}{\mathbf{N2}(w)}, \tag{2.51}$$

где $\mathbf{N1}(w)$ *– выражение числителя*

$$\mathbf{N1}(w) = a_0 + i \cdot a_1 \cdot w,$$

$\mathbf{N2}(w)$ *– выражение знаменателя*

$$\mathbf{N2}(w) = b_0 + i \cdot b_1 \cdot w - b_2 \cdot w^2.$$

Тогда для числителя

$$\mathrm{Re}(\mathbf{N1}(w)) = a_0, \ \mathrm{Im}(\mathbf{N1}(w)) = a_1 \cdot w,$$

$$|\mathbf{N1}(\mathbf{w})| = \sqrt{(a_0)^2 + (a_1 \cdot w)^2}\ .$$

Для знаменателя

$$\mathrm{Re}(\mathbf{N2}(w)) = b_0 - b_2 \cdot w^2,$$

$$\mathrm{Im}(\mathbf{N2}(w)) = b_1 \cdot w,$$

$$|\mathbf{N2}(w)| = \sqrt{\left(b_0 - b_2 \cdot w^2\right)^2 + (b_1 \cdot w)^2}\,.$$

Тогда выражение АЧХ будет выглядеть так

$$K_U(w) = \frac{|\mathbf{N1}(w)|}{|\mathbf{N2}(w)|} = \frac{\sqrt{(a_0)^2 + (a_1 \cdot w)^2}}{\sqrt{\left(b_0 - b_2 \cdot w^2\right)^2 + (b_1 \cdot w)^2}}\,.$$

Выражение ФЧХ – это выражение аргумента КЧХ. Когда комплексное выражение имеет вид (2.51), выражение его можем получить как разность аргумента числителя и аргумента знаменателя

$$\arg\{\mathbf{H_U}(w)\} = \arg\{\mathbf{N1}(w)\} - \arg\{\mathbf{N2}(w)\}.$$

Аргумент числителя (2.51)

$$\arg\{\mathbf{N1}(w)\} = arctg\left\{\frac{\mathrm{Im}\{\mathbf{N1}(w)\}}{\mathrm{Re}\{\mathbf{N1}(w)\}}\right\} = arctg\left\{\frac{a_1 \cdot w}{a_0}\right\},$$

<u>Не забывать – в Mathcad-е вместо строки arctg пишем atan.</u>

Для аргумента знаменателя

$$\arg\{\mathbf{N2}(w)\} = arctg\left\{\frac{\mathrm{Im}\{\mathbf{N2}(w)\}}{\mathrm{Re}\{\mathbf{N2}(w)\}}\right\} = arctg\left\{\frac{b_1 \cdot w}{b_0 - b_2 \cdot w^2}\right\}. \qquad (2.52)$$

Тогда выражение ФЧХ в первом приближении будет выглядеть так

$$\Delta\phi'(w) = arctg\left\{\frac{a_1 \cdot w}{a_0}\right\} - arctg\left\{\frac{b_1 \cdot w}{b_0 - b_2 \cdot w^2}\right\}, \qquad (2.53)$$

а в программе Mathcad

$$\Delta\varphi'(\mathrm{w}) := \mathrm{atan}\left(\frac{\mathrm{a}_1 \cdot \mathrm{w}}{\mathrm{a}_0}\right) - \mathrm{atan}\left(\frac{\mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{w}}{\mathrm{b}_0 - \mathrm{b}_2 \cdot \mathrm{w}^2}\right).$$

Однако выражения (2.52) и (2.53) в программе Mathcad при отрицательных значения действительной части знаменателя

$$b_0 - b_2 \cdot w^2 < 0 \tag{2.54}$$

дают результат с ошибкой на π, или на 180°. Поэтому, при частотах, при которых имеет место событие (2.54), эту ошибку нужно исключить – вычесть или прибавить π. Для этого в Mathcad-е функцию для ФЧХ описываем в виде программы

$$\Delta\phi(w) = \left| \begin{array}{l} \Delta\phi'(w) \text{ if } b_0 - b_2 \cdot w^2 < 0 \\ \Delta\phi'(w) - \pi \text{ otherwise} \end{array} \right. . \tag{2.55}$$

Пример 2.3. Для КЧХ с чисто действительным числителем:

$$\mathbf{H_U}(w) = \frac{a_1 \cdot w}{-i \cdot b_0 + w \cdot b_1 + i \cdot w^2 \cdot b_2}.$$

Для числителя

$$\mathbf{N1}(w) = a_1 \cdot w,$$

$$\mathrm{Re}(\mathbf{N1}(w)) = a_1 \cdot w,\ \mathrm{Im}(\mathbf{N1}(w)) = 0,$$

$$|\mathbf{N1}(w)| = \sqrt{(a_1 \cdot w)^2 + 0^2} = a_1 \cdot w \Rightarrow .$$

$$\Rightarrow |\mathbf{N1}(w)| = a_1 \cdot w \tag{2.56}$$

Естественно, при выполнении расчёта АЧХ и ФЧХ <u>*не обязательно*</u> *прописывать выражение* **N1**(*w*), *расчёт* Re(**N1**(*w*)), Im(**N1**(*w*)) и корня квадратного. *Указанные выражения показаны на случай, если результат (2.56) для вас не очевиден.*

Для знаменателя

$$\mathbf{N2}(w) = -i \cdot b_0 + b_1 \cdot w + i \cdot b_2 \cdot w^2 \Rightarrow$$

$$\mathrm{Im}(\mathbf{N2}(w)) = -b_0 + b_2 \cdot w^2,$$

$$\mathrm{Re}(\mathbf{N2}(w)) = b_1 \cdot w,$$

$$|\mathbf{N2}(w)| = \sqrt{(b_1 \cdot w)^2 + \left(-b_0 + b_2 \cdot w^2\right)^2}.$$

Итоговое выражение АЧХ

$$K_U(w) = \frac{|\mathbf{N1}(w)|}{|\mathbf{N2}(w)|} = \frac{a_1 \cdot w}{\sqrt{(b_1 \cdot w)^2 + \left(-b_0 + b_2 \cdot w^2\right)^2}}.$$

Выражение ФЧХ. Аргумент числителя (2.51). Так как числитель чисто действительный и положительный, то

$$\arg\{\mathbf{N1}(w)\} = 0,$$

Для аргумента знаменателя

$$\arg\{\mathbf{N2}(w)\} = arctg\left\{\frac{\operatorname{Im}\{\mathbf{N2}(w)\}}{\operatorname{Re}\{\mathbf{N2}(w)\}}\right\} = arctg\left\{\frac{b_2 \cdot w^2 - b_0}{b_1 \cdot w}\right\},$$

Тогда выражение ФЧХ выглядит так

$$\Delta\varphi(\mathrm{w}) := -\mathrm{atan}\left\{\frac{\mathrm{b}_2 \cdot \mathrm{w}^2 - \mathrm{b}_0}{\mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{w}}\right\},$$

Так как при w>0 всегда

$$\operatorname{Re}\{\mathbf{N2}(w)\} = b_1 \cdot w > 0,$$

то ФЧХ корректировать программой, аналогичной (2.55)*, не нужно.*

Пример 2.4. Ещё КЧХ с чисто действительным числителем:

$$\mathbf{H_U}(w) = \frac{a_0}{b_0 + i \cdot w \cdot b_1 - w^2 \cdot b_2}.$$

Здесь числитель чисто действительный

$$\mathbf{N1}(w) = a_0 = \operatorname{Re}\{\mathbf{N1}(w)\},\ \operatorname{Im}\{\mathbf{N1}(w)\} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\mathbf{N1}(w)| = a_0 \qquad (2.57)$$

Для знаменателя

$$\mathbf{N2}(w) = b_0 + i\cdot b_1\cdot w - b_2\cdot w^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{array}{l} \mathrm{Re}\{\mathbf{N2}(w)\} = b_0 - b_2\cdot w^2 \\ \mathrm{Im}\{\mathbf{N2}(w)\} = \cdot\, b_1\cdot w \end{array}$$

$$\left|\mathbf{N2}(w)\right| = \sqrt{\left(b_0 - b_2\cdot w^2\right)^2 + \left(b_1\cdot w\right)^2}.$$

Итоговое выражение АЧХ

$$K_U(w) = \frac{\left|\mathbf{N1}(w)\right|}{\left|\mathbf{N2}(w)\right|} = \frac{a_0}{\sqrt{\left(b_0 - b_2\cdot w^2\right)^2 + \left(b_1\cdot w\right)^2}}.$$

ФЧХ. Аргумент чисто-действительного положительного числителя (2.57).

$$\arg\{\mathbf{N1}(w)\} = 0,$$

Для аргумента знаменателя

$$\arg\{\mathbf{N2}(w)\} = arctg\left\{\frac{\mathrm{Im}\{\mathbf{N2}(w)\}}{\mathrm{Re}\{\mathbf{N2}(w)\}}\right\} = arctg\left\{\frac{b_1\cdot w}{b_0 - b_2\cdot w^2}\right\},$$

и выражение ФЧХ в Mathcad-е будет выглядеть так

$$\Delta\varphi'(\mathrm{w}) := -\mathrm{atan}\left\{\frac{\mathrm{b}_1\cdot \mathrm{w}}{\mathrm{b}_0 - \mathrm{b}_2\cdot \mathrm{w}^2}\right\}, \qquad (2.58)$$

Выражение (2.58) при отрицательных значениях соотношения

$$b_0 - b_2\cdot w^2 < 0 \qquad (2.59)$$

даёт ошибку на π, или на 180°. При частотах, при которых имеет место событие (2.59), эту ошибку исключаем – вычитаем или прибавляем π

$$\Delta\varphi(\mathrm{w}) := \left| \begin{array}{l} \Delta\varphi'(\mathrm{w}) \text{ if } \ \mathrm{b}_0 - \mathrm{b}_2\cdot \mathrm{w}^2 < 0 \\ \Delta\varphi'(\mathrm{w}) - \pi \ \text{ otherwise.} \end{array} \right.$$

Пример 2.5. – Для КЧХ с чисто мнимым числителем:

$$\mathbf{H_U}(w) = \frac{i \cdot a_2 \cdot w^2}{-i \cdot b_0 + w \cdot b_1 + i \cdot w^2 \cdot b_2}.$$

Для числителя

$$\mathbf{N1}(w) = i \cdot a_2 \cdot w^2, \tag{2.60}$$

$$\mathrm{Re}\{\mathbf{N1}(w)\} = 0,\ \ \mathrm{Im}\{\mathbf{N1}(w)\} = a_2 \cdot w^2, \tag{2.61}$$

$$|\mathbf{N1}(w)| = \sqrt{0^2 + \left(a_2 \cdot w^2\right)^2} = a_2 \cdot w^2 \Rightarrow \tag{2.62}$$

$$\Rightarrow |\mathbf{N1}(w)| = a_2 \cdot w^2 \tag{2.63}$$

При выполнении расчёта в пункте АЧХ и ФЧХ нет необходимости прописывать действия (2.61) и (2.62). Указанные выражения показаны на случай, если результат (2.63) для вас не очевиден.

Для знаменателя

$$\mathbf{N2}(w) = -i \cdot b_0 + b_1 \cdot w + i \cdot b_2 \cdot w^2 \Rightarrow$$

$$\mathrm{Im}\{\mathbf{N2}(w)\} = -b_0 + b_2 \cdot w^2$$

$$\Rightarrow$$

$$\mathrm{Re}\{\mathbf{N2}(w)\} = b_1 \cdot w$$

$$|\mathbf{N2}(w)| = \sqrt{(b_1 \cdot w)^2 + \left(-b_0 + b_2 \cdot w^2\right)^2}.$$

Итоговое выражение АЧХ

$$\mathbf{K_U}(w) = \frac{|\mathbf{N1}(w)|}{|\mathbf{N2}(w)|} = \frac{a_2 \cdot w^2}{\sqrt{(b_1 \cdot w)^2 + \left(-b_0 + b_2 \cdot w^2\right)^2}}.$$

Выражение ФЧХ. Аргумент числителя (2.51). Так как числитель чисто мнимый и положительный, то

$$\arg\{\mathbf{N1}(w)\} = \pi/2. \tag{2.64}$$

<u>Подумайте, как изменится (2.64) при отрицательном мнимом числителе.</u>

Для аргумента знаменателя

$$\arg\{\mathbf{N2}(w)\} = arctg\left\{\frac{\mathrm{Im}\{\mathbf{N2}(w)\}}{\mathrm{Re}\{\mathbf{N2}(w)\}}\right\} = arctg\left\{\frac{b_2 \cdot w^2 - b_0}{b_1 \cdot w}\right\},$$

Тогда выражение ФЧХ будет выглядеть так

$$\Delta\varphi(\mathrm{w}) := -\mathrm{atan}\left\{\frac{\mathrm{b}_2 \cdot \mathrm{w}^2 - \mathrm{b}_0}{\mathrm{b}_1 \cdot \mathrm{w}}\right\}.$$

Так как при w>0 всегда

$$\mathrm{Re}\{\mathbf{N2}(w)\} = b_1 \cdot w > 0,$$

то ФЧХ корректировать программой, аналогичной (2.55), не нужно.

Пример 2.6. – Предположим, выражение КЧХ имеет вид:

$$\mathbf{H_U}(w) = \frac{(a_0 + i \cdot w \cdot a_1) \cdot (c_0 + i \cdot w \cdot c_1)}{w \cdot b_1 + i \cdot (b_0 - w^2 \cdot b_2)},$$

где a_0, a_1, c_0, c_1 *– постоянные коэффициенты первого и второго множителей числителя,* b_0, ..., b_2 *– знаменателя, представляют собой выражения, содержащие параметры резисторов* R_k, *катушек L1 и конденсаторов C1.*

Представим (2.50) в виде

$$\mathbf{H_U}(w) = \frac{\mathbf{N1}(w) \cdot \mathbf{N3}(w)}{\mathbf{N2}(w)},$$

где полином **N1**(*w*) *– выражение первого множителя числителя*

$$\mathbf{N1}(w) = a_0 + i \cdot a_1 \cdot w,$$

полином **N3**(*w*) *– выражение второго множителя числителя*

$$\mathbf{N3}(w) = c_0 + i \cdot c_1 \cdot w,$$

N2(*w*) *– выражение знаменателя*

$$\mathbf{N2}(w) = w \cdot b_1 + i \cdot (b_0 - w^2 \cdot b_2).$$

Тогда модуль числителя определяем, как произведение модулей множителей

$$|\mathbf{N1}(w)\cdot \mathbf{N3}(w)| = \sqrt{(a_0)^2 + (a_1\cdot w)^2}\cdot\sqrt{(c_0)^2 + (c_1\cdot w)^2}.$$

Модуль знаменателя

$$|\mathbf{N2}(w)| = \sqrt{(b_1\cdot w)^2 + \left(b_0 - b_2\cdot w^2\right)^2}.$$

Выражение АЧХ

$$\mathbf{K_U}(w) = \frac{|\mathbf{N1}(w)|}{|\mathbf{N2}(w)|} = \frac{\sqrt{(a_0)^2 + (a_1\cdot w)^2}\cdot\sqrt{(c_0)^2 + (c_1\cdot w)^2}}{\sqrt{(b_1\cdot w)^2 + \left(b_0 - b_2\cdot w^2\right)^2}}.$$

Выражение ФЧХ. Аргумент числителя – сумма аргументов множителей

$$\arg\{\mathbf{N1}(w)\cdot\mathbf{N3}(w)\} = \arg\{\mathbf{N1}(w)\} + \arg\{\mathbf{N3}(w)\} = arctg\left(\frac{a_1\cdot w}{a_0}\right) + arctg\left(\frac{c_1\cdot w}{c_0}\right).$$

Для аргумента знаменателя

$$\arg\{\mathbf{N}2(w)\} = a\tan\left\{\frac{\operatorname{Im}(\mathbf{N2}(w))}{\operatorname{Re}(\mathbf{N2}(w))}\right\} = a\tan\left\{\frac{b_0 - b_2\cdot w^2}{b_1\cdot w}\right\}.$$

Тогда выражение ФЧХ полностью

$$\Delta\phi(w) = arctg\left\{\frac{a_1\cdot w}{a_0}\right\} + arctg\left\{\frac{c_1\cdot w}{c_0}\right\} - arctg\left\{\frac{b_0 - b_2\cdot w^2}{b_1\cdot w}\right\}.$$

Так как при w>0 всегда

$$\operatorname{Re}\{\mathbf{N2}(w)\} = b_1\cdot w > 0, \tag{2.65}$$

то ФЧХ корректировать программой, аналогичной (2.55), не нужно.

2.2.8 С помощью выражений (2.48), (2.49) и (2.66) построить в Маткаде на разных графиках для диапазона частот $f:=0.1\cdot f_0,\ 0.11\cdot f_0..10\cdot f_0$ диаграммы АЧХ (рисунок 2.12), ФЧХ и логарифмической АЧХ (ЛАЧХ).

Функция ЛАЧХ для коэффициентов передачи по напряжению выглядит так

$$K_{udB}(f) = 20\cdot\lg\{K_U(2\pi\cdot f)\}.$$

В Mathcad-е вместо lg пишите log

$$K_{udB}(f) := 20 \cdot \log\{K_U(2\pi \cdot f)\}. \tag{2.66}$$

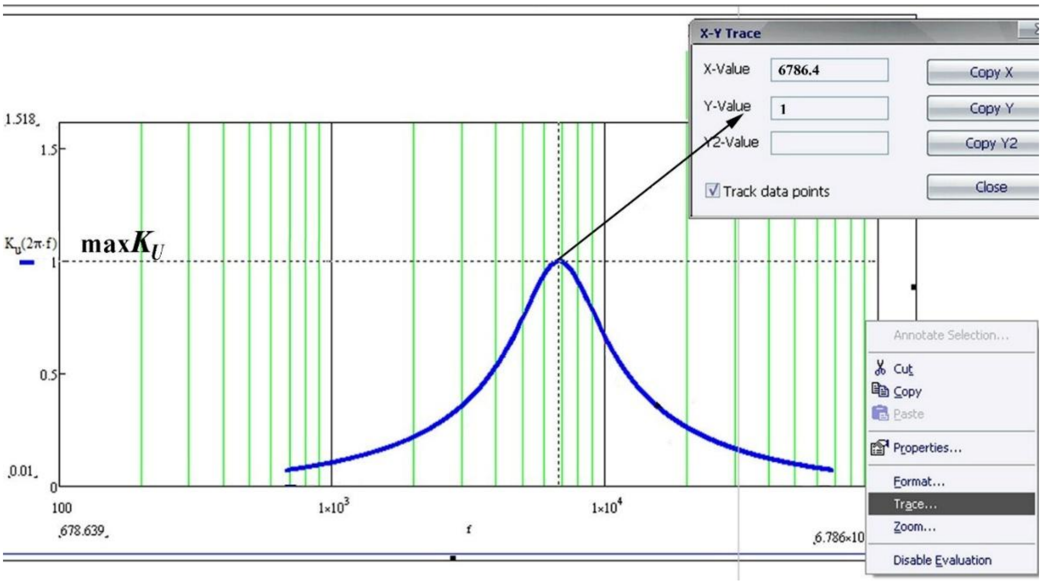


Рисунок 2.12 – Определение максимума

Масштаб по Ох – <u>*логарифмический*</u>. По Оу: $K_U(2\pi \cdot f)$, $\Delta\varphi_U(2\pi \cdot f)$/deg и $K_{udB}(f)$.

2.2.9 По построенным диаграммам с помощью «трассировки» определить значения АЧХ и ФЧХ на резонансной частоте $\{K_U(2\pi \cdot f_0)\}$ и $\{\Delta\varphi_U(2\pi \cdot f_0)\}$. Зафиксировать их в таблицу Д.1 в столбики «расч». В Mathcad-е над графиком АЧХ значение $K_U(2\pi \cdot f_0)$ присвойте переменной “maxKu”.

2.2.10 По диаграмме АЧХ $K_U(2 \cdot \pi \cdot f)$ по уровню $\alpha = \sqrt{2}$ определить границы полосы пропускания $f_н$ и $f_в$:

a) к графикам рисунка 2.12 добавьте график линии “maxKu/α” (рисунок 2.13), предварительно введя значение $\alpha = \sqrt{2}$;

b) щёлкнув правой кнопкой «Mouse» по графику диаграммы АЧХ, вызвать из всплывшего меню функцию «Trace» или «Трассировка» (рисунок 2.12);

c) с помощью курсора «Trace» по точкам пересечения линии «maxKU/α» с диаграммой АЧХ определить величины $f_н$ и $f_в$;

d) вычислить ширину полосы пропускания:

$$\Delta f = f_в - f_н; \tag{2.67}$$

e) вычислить добротность

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f};\tag{2.68}$$

f) результаты графических измерений зафиксировать в таблицу Г.1.

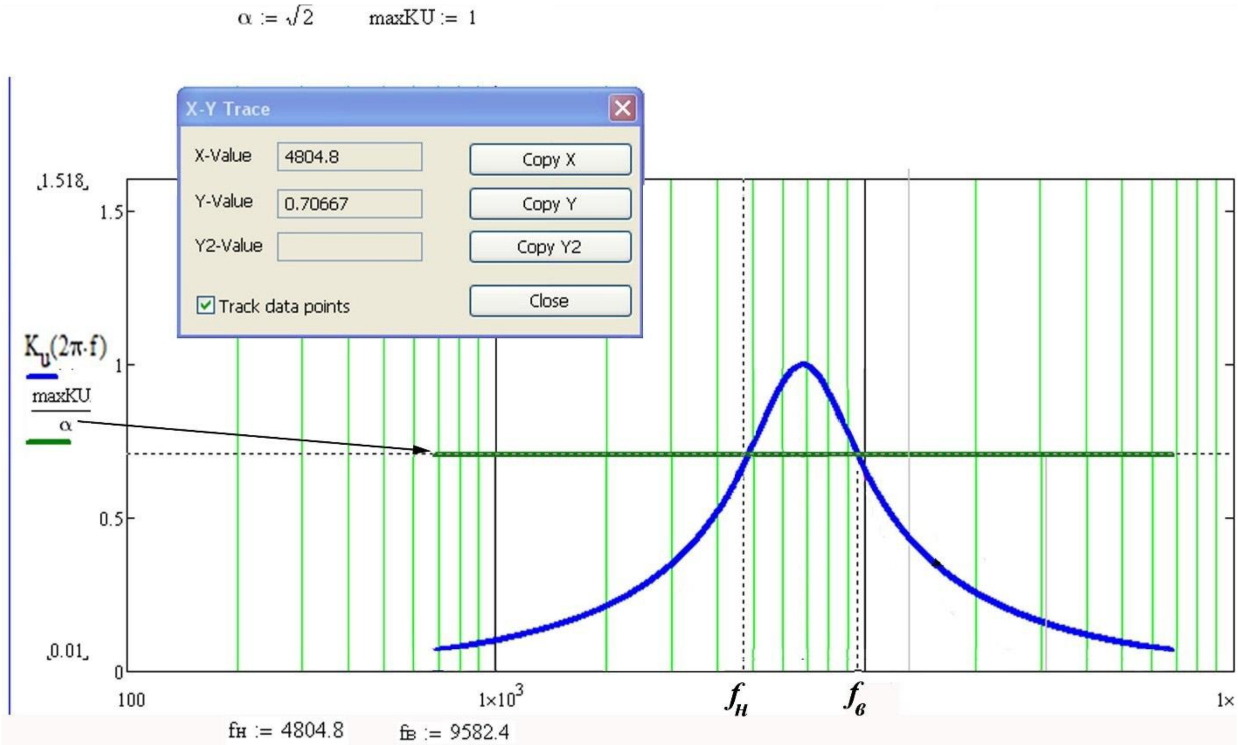
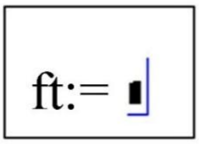


Рисунок 2.13 – Определение граничных частот

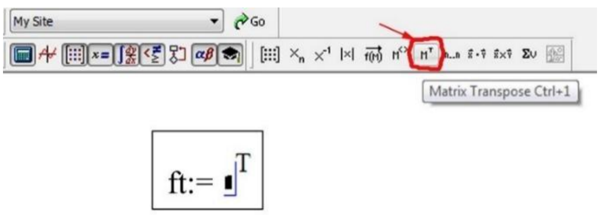
2.2.11 Вычислить значения АЧХ и ФЧХ в контрольных точках, указанных в таблице Д.1 приложения Д, воспользовавшись рекомендациями ниже.

Начните в программной среде MathCad «процесс присвоения» для переменной табличной частоты «ft» (рисунок 2.14,a).

На инструментальной панели «Matric» нажмите «M^T» (рисунок 2.14,b).



a)

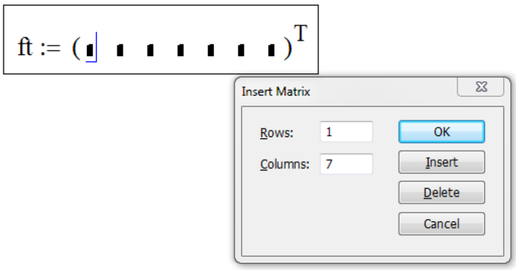


b)

Рисунок 2.14 – Начало ввода массива контрольных частот

Определите матрицу из одной строки (Rows=1) и семи колонок (Columns=7) (рисунок 2.15,a).

Введите в соответствующие позиции матрицы соотношения первого столбца таблицы Д.1 (рисунок 2.15,b). Значение f_0 здесь – вычисленное вами значение резонансной частоты в герцах. Значения $f_н$ и $f_в$ – определённые вами в подпункте 2.2.10.c) граничные частоты.



a)

$$ft := \begin{pmatrix} 0.1f0 & \frac{f0}{3} & f_{Н} & f0 & f_{В} & 3f0 & 10f0 \end{pmatrix}^T$$

b)

Рисунок 2.15 – Окончание ввода контрольных частот

Определите в программной среде MathCad множество значений индексов

i:=0.. 6.

Вычислить значения АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ (рисунок 2.16).

$i := 0..6$

$K_u(2\cdot\pi\cdot ft_i) =$	$K_{udB}(ft_i) =$	$\frac{\Delta\phi(2\cdot\pi\cdot ft_i)}{deg} =$
0.034	-29.46	88.072
0.124	-18.129	82.875
0.714	-2.921	44.404
1	0	$-2.606\cdot10^{-14}$
0.69	-3.223	-46.37
0.124	-18.129	-82.875
0.034	-29.46	-88.072

Рисунок 2.16 – Значения АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ при контрольных частотах

Вычисленные значения АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ зафиксировать в таблицу Д.1 в столбики с заголовком «расч».

2.3 Экспериментальные задачи

2.3.1 Определить экспериментальное значение резонансной частоты $f_{0,э}$, граничных частот $f_{н,э}$, $f_{в,э}$ полосы пропускания и добротности $Q_э$.

2.3.2 Измерить значения АЧХ и ФЧХ коэффициента передачи по напряжению контура в контрольных частотных точках таблицы Д.1.

2.3.3 Используя измеренные значения, в программной среде MathCad, построить диаграммы экспериментальных АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ.

2.4 Решение *экспериментальных задач в Electronics Workbench*

2.4.1 Подготовка к эксперименту – ввод измерительной схемы.

2.4.1.1 Вводите пассивные элементы (рисунок 2.17):

- нажимаете пиктограмму, выбираете нужный пункт меню «Basic»;
- можете сразу при вводе отредактировать параметры элемента (резистор рисунка 2.17), можете отложить редактирование на потом.

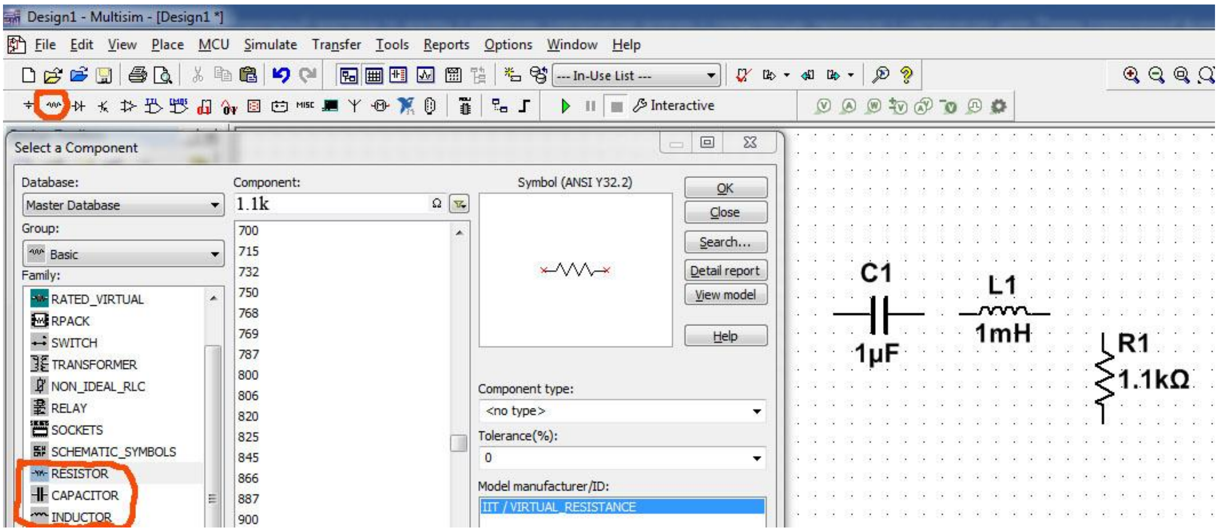


Рисунок 2.17 – Ввод пассивных элементов

2.4.1.2 Вводите «землю» (рисунок 2.18):

- нажав пиктограмму, войдёте в меню группы «Sources»;
- выбираете семейство «Power Sources»;
- в этом семействе выбираете элемент «GROUND».

2.4.1.3 Соединение элементов подводите курсор к концу вывода одного элемента (R1 на рисунке 2.18), нажимаете левую кнопку мышки (на конце вывода появится точка), удерживая кнопку доводите до конца вывода второго элемента (индуктивности на рисунке 2.18) и, как только появится точка, отпускаете кнопку.

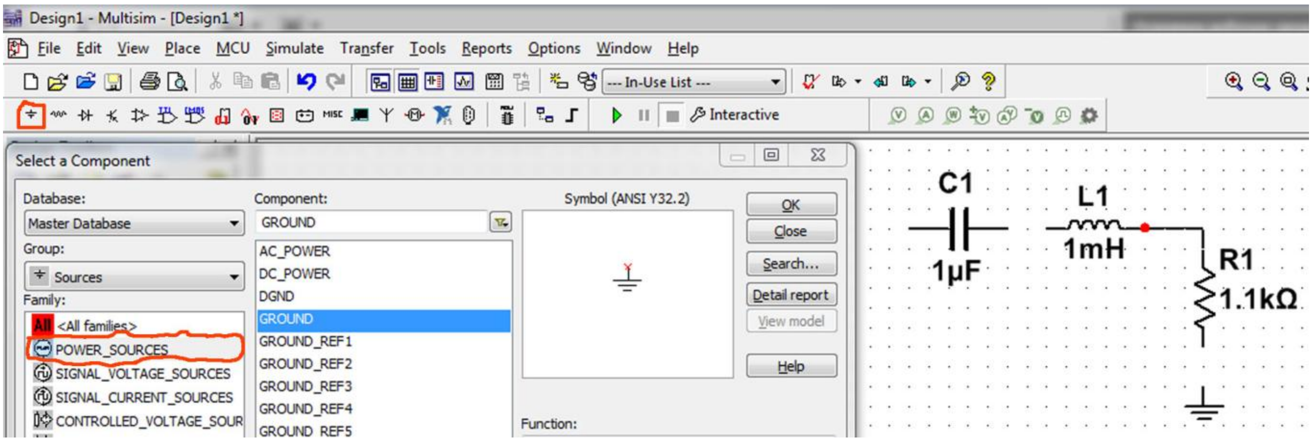


Рисунок 2.18 – Ввод «земли» и сединение элементов

2.4.1.4 Редактирование параметров элементов (если это не сделано при вводе):

- дважды «кликнув» левой кнопки мыши по редактируемому элементу вызываете окно «XX Propertis», XX={Resistor, Capacitor, Inductor} (рисунок 2.19);

- в меню *«Value»* пишем значение с единицей измерения (рисунок 2.19).

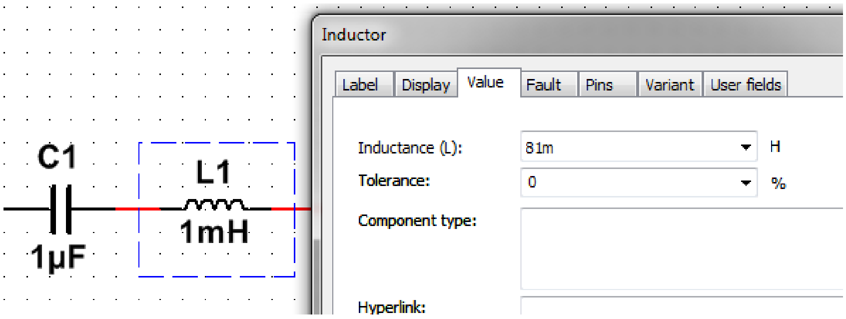


Рисунок 2.19 – Редактирование параметров

Если в последнеим действии используете: «пико-», «нано-», «милли-» или «кило-» – после числового значения пишите первую букву приставки (рисунок 2.19); «микро-» – букву «u»; «мега-» – прописную букву «M».

2.4.1.5 Подключение функционального генератора и осциллографа:

- на правой боковой панели инструментов находите инструменты «Function generator» и «Oscilloscope» (рисунок 2.20);

- «+» генератора подключить к входу контура, средний вывод – к «земле»;
- «+» канала А осциллографа (внизу левый) подключить к выводу «+» генератора (входу контура), «+» канала В (внизу правый) – к выходу контура;
- выводы «-» каналов осциллографа к «земле» можете подключать, можете не подключать (на рисунке 2.20 не подключены);
- дважды щёлкнув по проводнику одного из каналов (например, В), настройте её цвет, отличный от цвета соседнего (на рисунке 2.21 выбран «синий»).

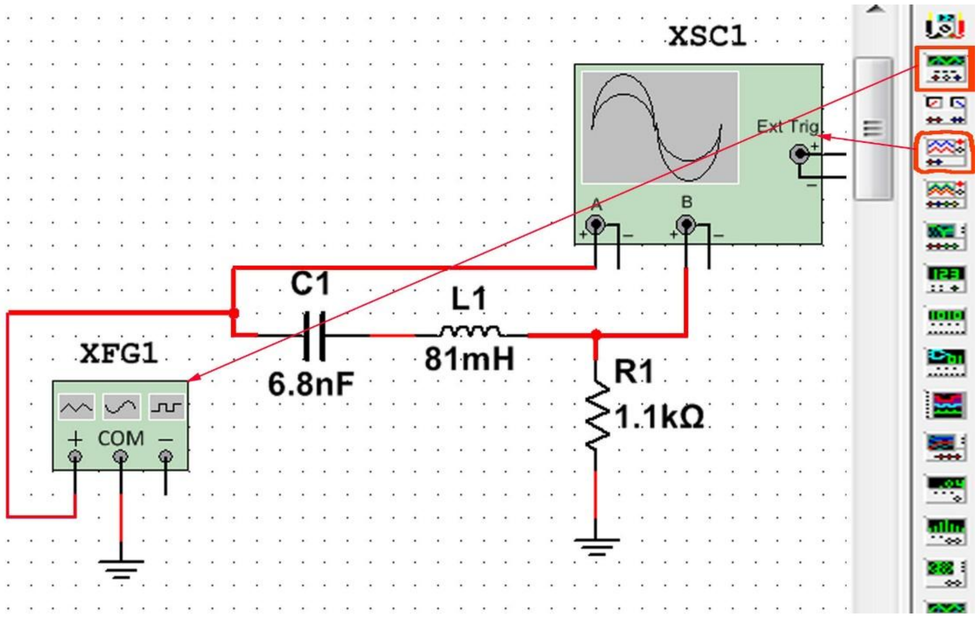


Рисунок 2.20 – Подключение генератора и осциллографа

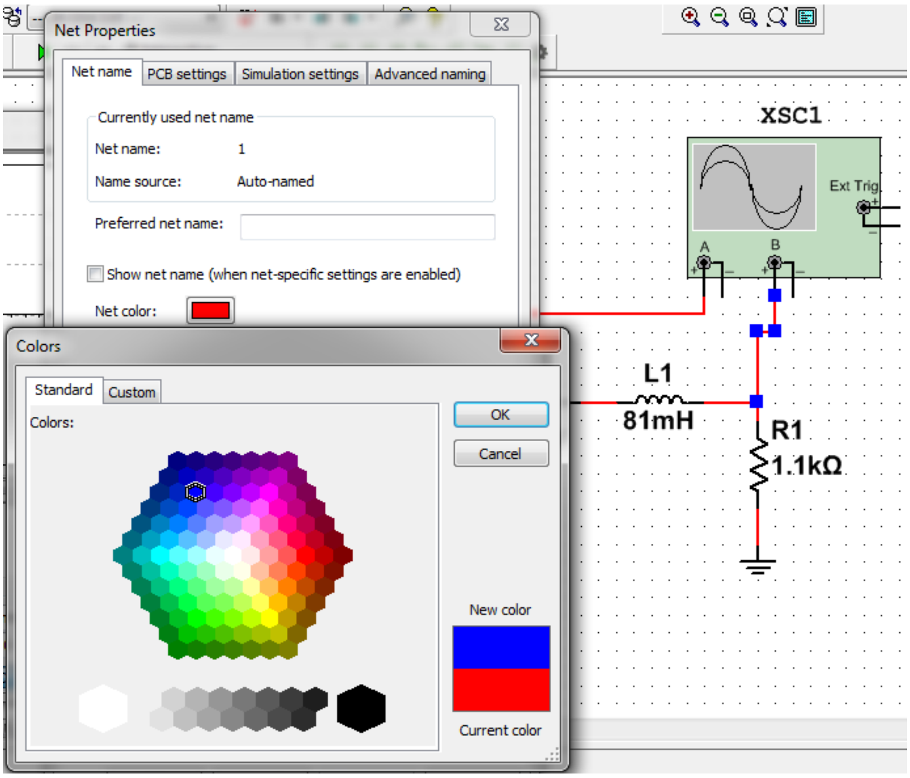


Рисунок 2.21 – Панель «Net Properties» для настройки цвета проводника

После последнего действа на осциллографе будет проще различать сигналы каналов «А» и «В – осциллограмма «цветного» канала будет того же цвета.

2.4.1.6 Дважды щёлкнув левой кнопкой мышки по генератору, настройте параметры синусоидального генератора (рисунок 2.22):

- выберете тип генератора – гармонический;
- установите амплитуду сигнала – 1 В;
- установите частоту сигнала «Frequency», равную резонансной f_0.

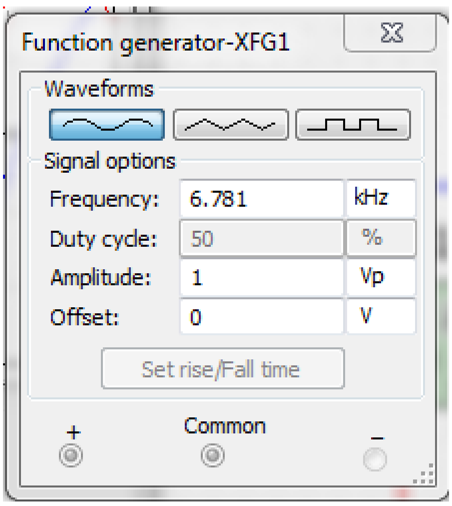


Рисунок 2.22 – Настройка синусоидального генератора

2.4.1.7 Дважды щёлкнув по осциллографу вызовете настройки (рисунок 2.23).

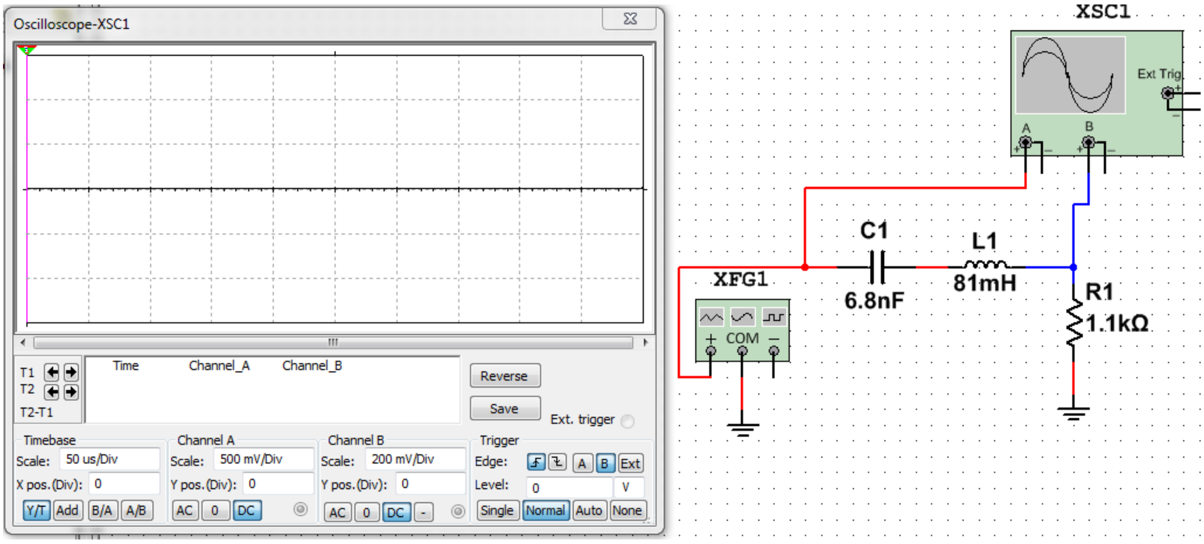
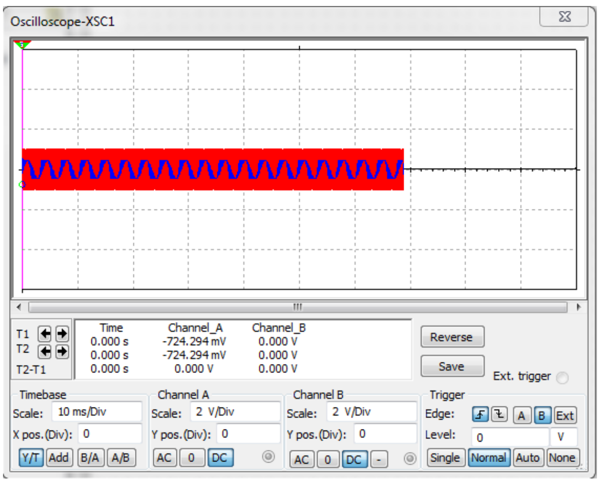


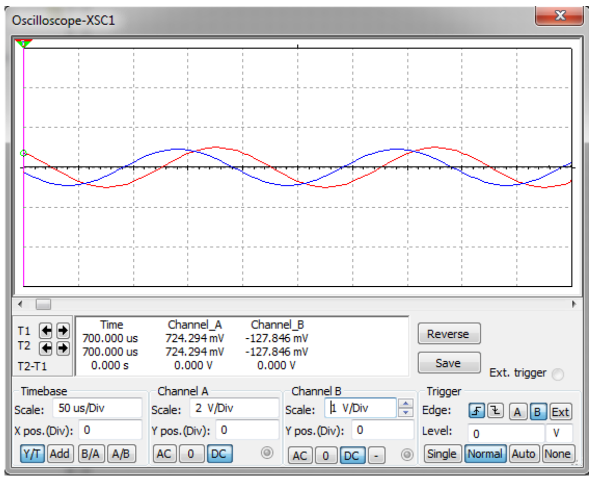
Рисунок 2.23 – Панель настроек осциллографа

2.4.2 Измерение параметров и частотных характеристик контура.

2.4.2.1 Настройка цены деления по горизонтали осциллографа. Запустите моделирование, нажав кнопку («Run»). Как «проиграется» более периода (рисунок 2.24,а), остановите моделирование, нажав («Stop»). Установите масштаб «Timebase», при котором наблюдается 2 - 4 периода (рисунок 2.24,б).



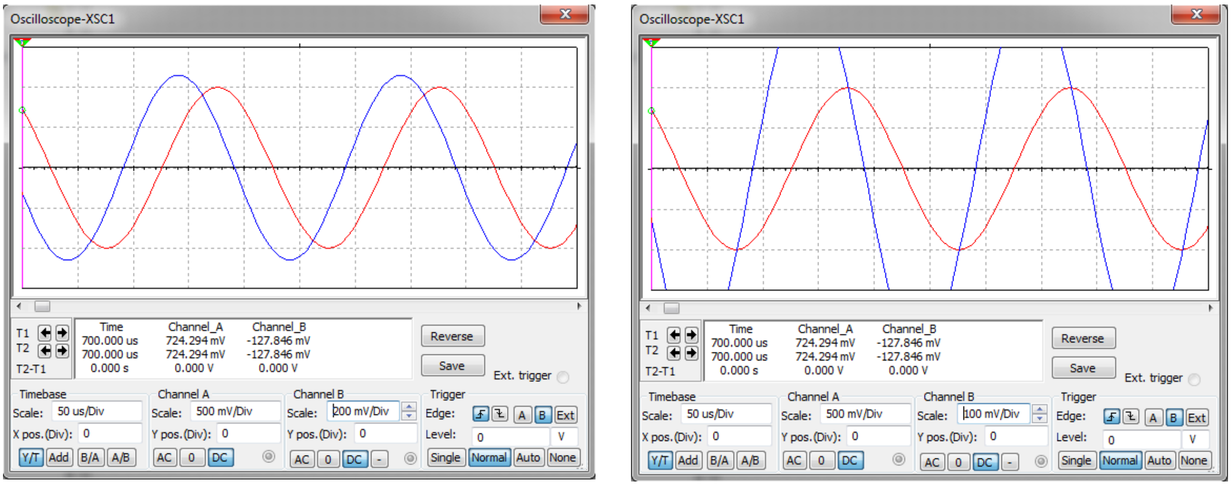
а)



б)

Рисунок 2.24 - Настройка масштаба по горизонтали

2.4.2.2 Настройка цен деления по вертикали осциллографа. Для канала A настройте масштаб 500 mV/Div, а для канала B – такой минимально-возможный масштаб, при котором сигнал канала B и «наибольший» (рисунок 2.25,а), и не выходит за пределы экрана (рисунок 2.25,б).



а) б)

Рисунок 2.25 - Настройка масштабов по вертикали

2.4.2.3 В подпункте 2.4.1.6 пункта 2.4.1 вы настроили частоту генератора, равную расчётной резонансной f_0. Проверьте, что контур действительно в резонансе:

- измерьте амплитуду $U2_{m,4}$, передвинув «красный» курсор 1 на максимум сигнала канала B (строчка «T1», столбик «Channel B» на рисунке 2.26);
- уменьшив и увеличив частоту генератора f_0 на величину $\Delta f/2$, убедитесь что амплитуды $U2_m$ на этих частотах заметно меньше $U2_{m,4}$;
- если условие выше не выполняется, проверьте корректность сборки схемы рисунка 2.20, ввода параметров элементов и генератора, измерений.

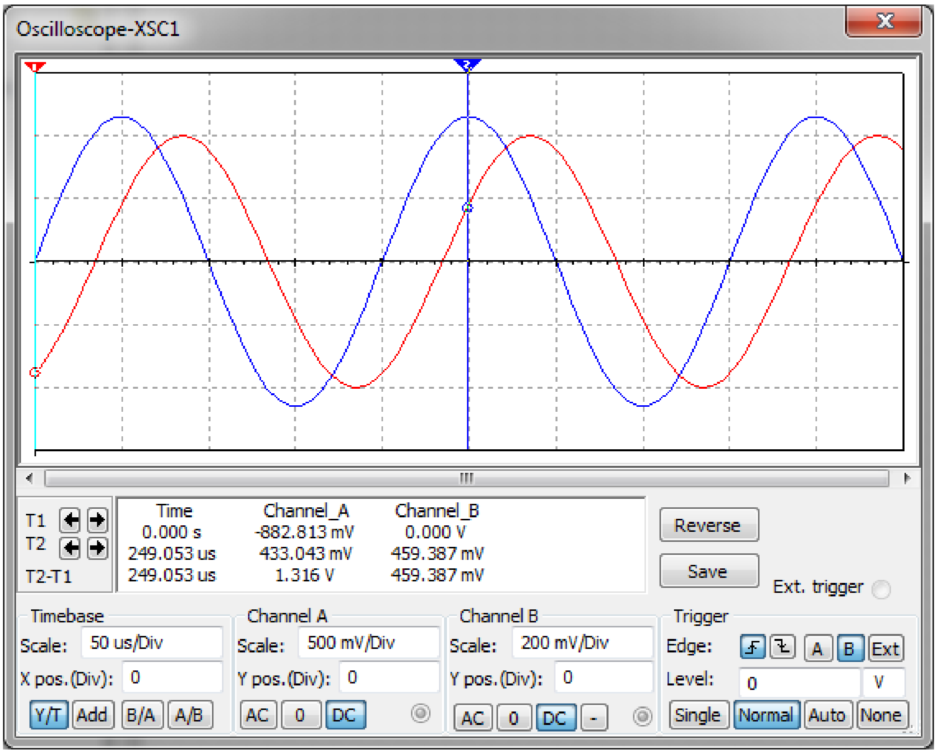


Рисунок 2.26 – Измерение амплитуды

2.4.2.4 Определение значения АЧХ при резонансной частоте f_0 – используя полученное значение $U2_{m,4}$, вычислите коэффициент

$$K_{U0Э} = (U2_{m,4}/\ U1_m) \qquad (2.69)$$

и зафиксируйте его в таблицу Д.1 в столбик «эксп».

2.4.2.5 Определение значения ФЧХ $\Delta\varphi_4$ при резонансной частоте f_0:

- убедитесь, что смещения обоих лучей по вертикали нулевые – для обоих каналов Y position = 0 (рисунок 2.27);
- установите курсор 1 в точку перехода через ноль входного сигнала канала B, курсор 2 – в аналогичную точку выходного сигнала канала A (рисунок 2.27);
- убедитесь, что обе выбранные точки соответствуют одноимённым периодам и характер изменений сигналов при переходах через ноль одинаков – либо оба убывают, либо оба нарастают;
- значение времени задержки Δt выпишите из строчки «T2-T1» столбца «Time» (рисунок 2.27) с обратным знаком

$$\Delta t = -(T2 - T1);$$

- вычислите значение сдвига фаз

$$\Delta\varphi_э = \Delta t \cdot f \cdot 360°$$

и зафиксируйте его в таблицу Д.1 в столбик «эксп».

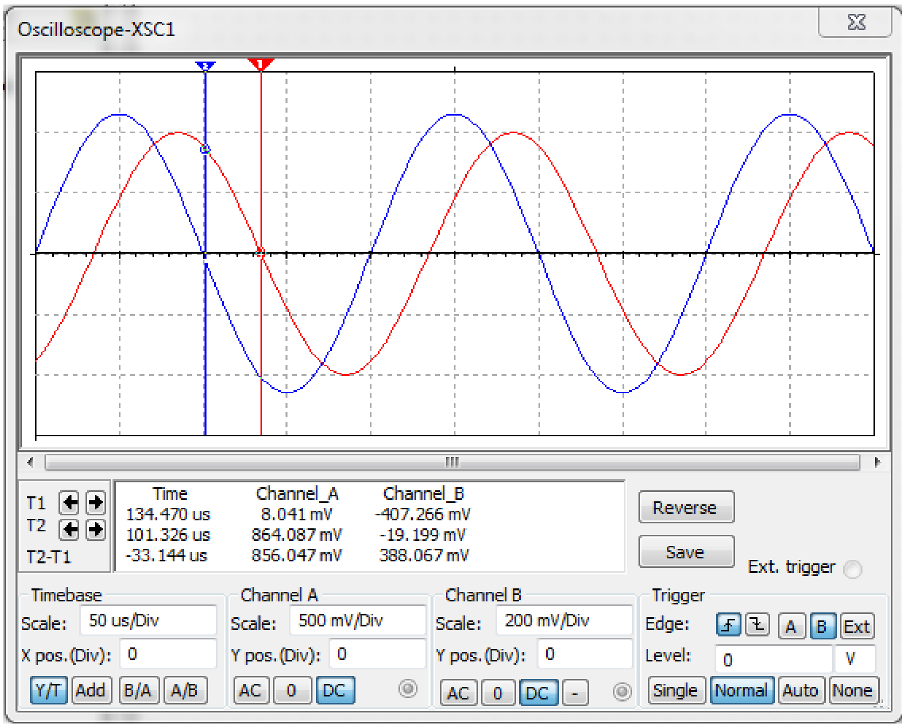


Рисунок 2.27 - Измерение времени задержки для дальнейшего расчёта сдвига фаз

2.4.2.6 Измерение ширины полосы пропускания (ПП) Δf и добротности Q:

- вычислите минимальное значение коэффициента передачи в ПП

$$K_{U,ПП} = K_{U0Э} / \alpha$$

и зафиксируйте его в таблицу Д.1 в строчки $f_{н,э}$ и $f_{в,э}$, в столбик «эксп»;

- так как $U1_m = 1$ В, то при этих частотах выполняется $K_{U,ПП} = U2_{m,ПП}$, поэтому зафиксируйте $U2_{m,ПП}$ в те же строчки в столбик $U2_m$;

- уменьшая частоту f функционального генератора, добиться значения $U2_{m,З} = U2_{m,ПП}$, а настроенное значение частоты $f_н$ зафиксируйте в «экспериментальную» строчку таблицы Г.1 и присвойте величине $f_{н,э}$ в таблице Д.1;

- при частоте $f_{н,э}$ измерить сдвиг фаз $\Delta\varphi_3$ выполняя действия пункта 2.4.2.5, и зафиксировать его в соответствующий столбик «эксп» таблицы Д.1;

- добиться совпадения $U2_{m,5} = U2_{m,ПП}$ теперь уже увеличивая частоту f и при условии $f > f_{н,э}$, полученное значение $f_в$ зафиксируйте в «экспериментальную» строчку таблицы Г.1 и присвойте величине $f_{в,э}$ в таблице Д.1;

- измерить сдвиг фаз $\Delta\varphi_5$ при частоте $f_{в,э}$ и зафиксировать его в таблицу Д.1;

- вычислить с помощью выражений (2.67) и (2.68) и зафиксировать в таблицу Г.1 значение ширины полосы пропускания и добротности.

2.4.2.7 Измерение оставшихся значений АЧХ и ФЧХ:

- с помощью соотношений таблицы Д.1 для частот контрольных точек вычислить оставшиеся четыре значения $f_{i,э}$ и зафиксировать в ту же таблицу;

- для каждой частоты $f_{i,э}$ измерить амплитуду $U2_{m,i}$ при $U1_{m,i} = 1$ В;

- определить с помощью выражения, аналогичного (2.69), значения $K_{U,Э,i}$;

- также измерить и экспериментальные значения сдвига фаз $\Delta\varphi_{э,i}$;

- все измеренные и вычисленные значения зафиксировать в таблицу Д.1.

2.4.2.8 Вычислить для всех частот с помощью выражения

$$K_{дБ} = 20\lg\{K_{U,Э}\}$$

значения ЛАЧХ $K_{дБ,i}$ и зафиксировать их в ту же таблицу.

2.4.2.9 Полученные экспериментальные значения АЧХ и ФЧХ вывести на график в тех же системах координат, в которых построены рассчитанные в подразделе 2.2 частотные характеристики (рисунок 2.28). Для этого:

- введите в программной среде Mathcad вектор частот f_e из таблицы Д.1, пользуясь приёмами, аналогичными приёмам пункта 2.2.11 подраздела 2.2;

- аналогично введите из таблицы Д.1 векторы экспериментальных значений АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ – $K_{U,Э}$, $K_{дБ}$ и $\Delta\varphi_э$;

- на графике с расчётной АЧХ по горизонтали добавьте через запятую аргумент f_e, а по вертикали – переменную $K_{U,Э}$ (рисунок 2.28);

- дважды щелкнув по графику, войти в меню «Traces» и треку, соответствующему табличной функции выберите тип отображения «points» (подменю «Type») и какой-либо символ точки (подменю «Symbol»);

- аналогично добавьте к остальным расчётным диаграмм точки экспериментальных ЛАЧХ и ФЧХ.

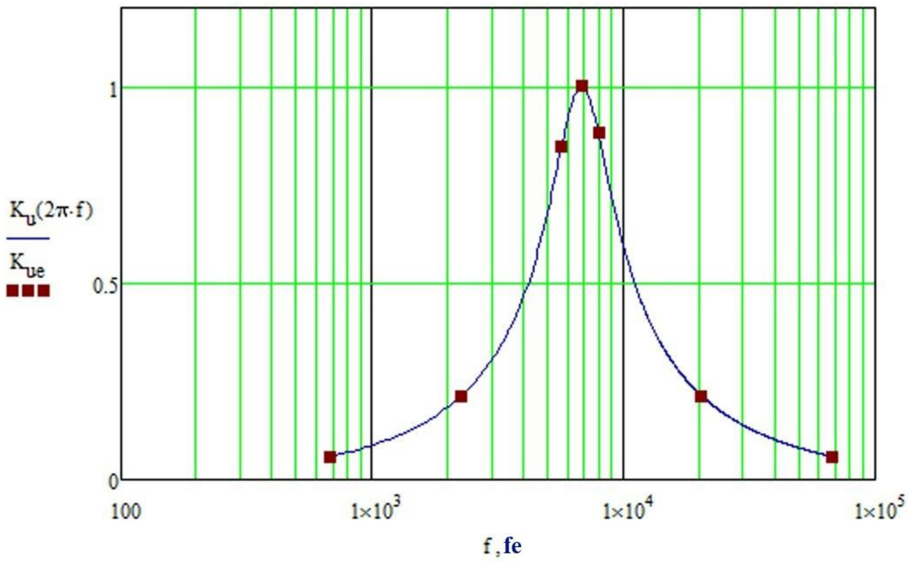


Рисунок 2.28 – Диаграмма расчётной АЧХ и точек экспериментальной АЧХ

2.5 Решение экспериментальных задач в лаборатории

2.5.1 Подготовка лабораторного рабочего места к эксперименту. Колебательные контуры вариантов №1…№6 выполнены в виде электронного макета в корпусе, последовательный контур остальных вариантов собирается на гнездовой макетной плате. Экспериментальные исследования выполняются с помощью осциллографа С1-114 (С1-114/1) и генератора JDS6600.

2.5.1.1 Перед включением приборов проверить:

- целостность сетевых кабелей, вилок, розеток;

- целостность конструкций измерительных приборов и макетного стенда (корпусов, креплений, регуляторов, гнёзд и тому подобного);

- целостность полученных монтажных проводов, коаксиальных кабелей.

2.5.1.2 Проверить положения регулировок, переключателей и кнопок осциллографа С1-114/1 (С1-114):

- переменные резисторы плавных настроек масштаба «V/ДЕЛ» и «ВРЕМЯ/ДЕЛ» должны находиться в крайнем правом положении (без усилия провернуть их по часовой стрелке до щелчка или упора);
- положение переключателей масштаба «V/ДЕЛ» - от «2» до «0.5 V/ДЕЛ»;
- переключатель «ВРЕМЯ/ДЕЛ» не должен находиться в положении «Х»;
- регуляторы положения лучей «↔ - грубо», и «↕» – в среднем положении;
- кнопка-переключатель усиления канала «Б» - «х5» – отжата;
- кнопка-переключатель растяжки масштаба по времени – «х10» – отжата;
- кнопки синхронизации «сеть», «внешн/внутр» и «НЧ» - отжаты;
- кнопки режимов синхронизации «АВТ/ЖДУЩ», «ОДНОКР», «ГОТОВ», «+/-» и «~/≅» - отжаты;
- кнопка инвертирования сигнала канала «А» - отжата;
- кнопки включения каналов «А» и «Б» - нажаты;
- должна быть включена синхронизация по каналу «А» (каналу генератора).

2.5.1.3 Убедиться в работоспособности осциллографа – после включения осциллографа и предварительного его «прогрева» (19 - 21 с):

- подрегулировать «ЯРКОСТЬ», «ФОКУС» и «АСТИГМАТИЗМ» лучей;
- удостовериться в наличии лучей на экране – если одного или обоих нет - подкручивая «↔» и «↕», вывести лучи на экран.

2.5.1.4 Для вариантов №10…№14, №20…№24 собрать на макетной плате последовательный RLC-контур («макетный стенд» рисунка 2.29) так, чтобы ваш выходной элемент (R, L или C) был последним и подключался к условным «2» – «2’».

2.5.1.5 Подключение DDS-генератора к входу контура и каналу «А». К «CH1» DDS-генератора подключить Т-коннектор.

Если ваш вариант – №10…№14 или №20…№24, то «кабель 2» соединяете со вторым отводом Т-коннектора, штырь «земля» – с одним из гнёзд групп «1’» - «2’», сигнальный штырь «кабеля 2» с любым гнездом группы «1» (рисунок 2.29).

Для остальных, оригинальных вариантов «кабелем 2» является «хвостик» с радиальным разъёмом СР-50, припаенный к входу контура. Соединяете его со вторым ответвлением Т-коннектора с входом «1» – «1’» (рисунок 2.29).

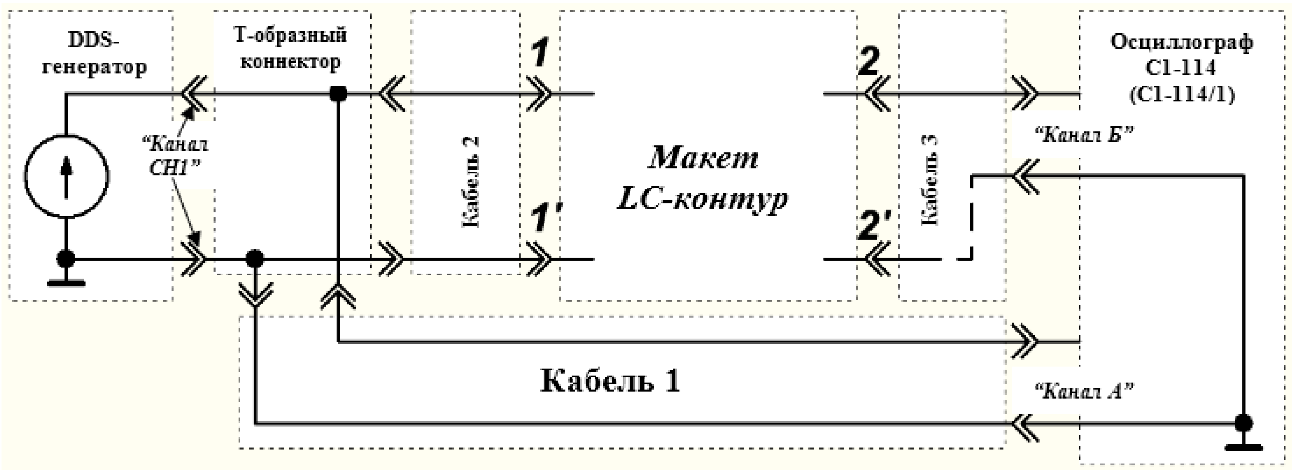


Рисунок 2.29 – Схема подключения контура к измерительным приборам

2.5.1.6 Выход контура «2» – «2’» подключается к каналу «Б» «кабелем 3».

В вариантах №10…№14 или №20…№24 «кабель 3» – с радиальным разъёмом СР-50 на одном конце и штыревыми выводами на другом. «Сигнальный» штырь «кабеля 3» подключаете к одному из гнёзд «2», а «землю» либо не подключаете вообще, либо к любому гнезду «1’» – «2’».

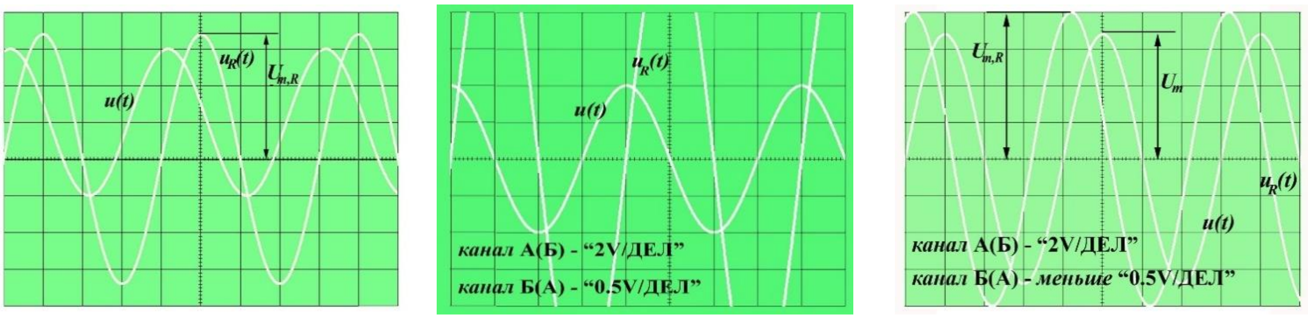
В остальных вариантах «кабель 3» – с радиальными разъёмами СР-50 на обоих концах.

2.5.2 Поиск экспериментальной резонансной частоты $f_{э,0}$.

2.5.2.1 Настроить частоту колебаний генератора JDS6600, близкую к расчётной резонансной частоте $f \approx f_0$.

2.5.2.2 Пользуясь рекомендациями подпункта 1.3.1.6 пункта 1.3.1 предыдущей лабораторной настроить амплитуду колебаний генератора $U1_{\text{m}}$. В настройках генератора набираете 2 В (размах), на осциллографе должно получиться $U1_{\text{m}}$ = 1 В.

2.5.2.3 Установить минимально-возможный масштаб «V/дел» «сигнального» канала («Б» или «А» – в зависимости от подключения макета), при котором осциллограмма выходного сигнала (сигнал $u_R(t)$ рисунка 2.30) и «наибольшая», и не выходит за пределы шкалы экрана (рисунок 2.30,а).



а) б) в)

Рисунок 2.30 - Настройка чувствительности «сигнального» канала

2.5.2.4 Регулируя частоту генератора добиться максимального отношения амплитуд выходного напряжения $U2_m$ к входному $U1_m$. При регулировании частоты в окрестности резонансного значения $f_{0,э}$ кроме амплитуды выходного напряжения может изменяться и амплитуда входного сигнала. В таком случае рекомендуется «подправляя» младшие знаки настройки амплитуды DDS-генератора возвращать значение $U1_m$ = 1 В на осциллографе.

Будем считать – на резонансной частоте $f_{0,э}$ амплитуда $U2_m$ – максимальна.

2.5.2.5 С помощью выражения (2.69) вычислить $K_{U4Э}$.

2.5.2.6 При настроенной частоте измерить значения сдвига фаз $\Delta\varphi_4$ (при затруднениях можете воспользоваться рекомендациями подпункта 1.3.1.10 предыдущей лабораторной работы).

2.5.2.7 Измеренные значения $f_{0,э}$, $U1_m$ и $U2_m$ зафиксировать в соответствующую строку таблицы Д.1, а $K_{U4Э}$ и $\Delta\varphi_4$ – в ту же строчку в столбики «эксп».

2.5.3 Границы полосы пропускания, добротность, остальные значений АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ определяете аналогично подпунктам 2.4.2.6, 2.4.2.7 и 2.4.2.8.

2.5.4 Экспериментальные АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ строите аналогично подпункту 2.4.2.9.

2.6 Содержание отчёта

2.6.1 Цель лабораторной работы.

2.6.2 Электрическая схема исследованного контура.

2.6.3 Выражения для резонансной частоты, резонансного сопротивления и добротности с результатами вычислений.

2.6.4 Таблица Г.1 с результатами вычислений и измерений параметров и избирательных характеристик контура.

2.6.5 Аналитические выражения КЧХ, АЧХ и ФЧХ.

2.6.6 Расчётные и экспериментальные диаграммы АЧХ с отмеченной «резонансной» точкой, с построениями для определения границ полосы пропускания.

2.6.7 Расчётные и экспериментальные ЛАЧХ и ФЧХ.

2.6.8 Таблица Д.1 с результатами вычислений и измерений значений АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ в контрольных частотных точках.

2.6.9 Экспертное заключение о контуре как об избирательной системе.

2.7 Примерные контрольные вопросы и задачи к защите

2.7.1 Понятие явления резонанса в электрических цепях.

2.7.2 Задачи на анализ резонансных систем: определение условий резонанса, резонансных частот, параметров резонансных систем, расчёт токов и напряжений в цепи в режиме резонанса.

2.7.3 Понятие «комплексные частотные характеристики», классификация ЧХ, формы представления.

2.7.4 Задачи на анализ ЧХ в реактивных цепях 1-го или 2-го порядка.

Лабораторная работа №3. Реактивные LC-фильтры

Цель работы: изучение избирательных свойств LC –фильтров.

Перед выполнением работы необходимо предварительно изучить, либо повторить теоретический материал в объёме материала лекций, учебных пособий и теоретического введения. При этом обратить внимание на следующие основные вопросы:

- назначение и классификацию избирательных фильтров;
- избирательные характеристики и характеристические параметров LC-фильтров, поведение параметров фильтров в полосах пропускания и задерживания;
- методы расчёта частотных характеристик, АЧХ и ФЧХ.

3.1 Аналитическая часть работы

3.1.1 Постановка задач. В таблице 3.1 – варианты схем *LC*-фильтров. В таблице 3.2 – номиналы конденсаторов, индуктивностей и сопротивлений. Ниже – решаемые задачи раздела.

3.1.1.1 Качественное построение АЧХ и ФЧХ. Определение типа фильтра по диапазону пропускаемых частот.

3.1.1.2 Определение структуры реактивной части фильтра.

3.1.1.3 Определение границ полосы пропускания или задерживания.

3.1.1.4 Вывод аналитических выражений АЧХ и ФЧХ.

3.1.1.5 Построение диаграмм ЛАЧХ и ЛФЧХ.

3.1.2 Рекомендации к определению вида фильтра по характеру АЧХ. Качественно построив АЧХ и ФЧХ фильтра, определить принадлежность его тип по характеру частотных характеристик (ЧХ) – фильтр нижних (ФНЧ) или высших частот (ФВЧ), полосовой (ПФ) или режекторный фильтрам (РФ). Пример качественного построения ЧХ – в приложении Е.

Таблица 3.1 – Варианты схем *LC*-фильтров

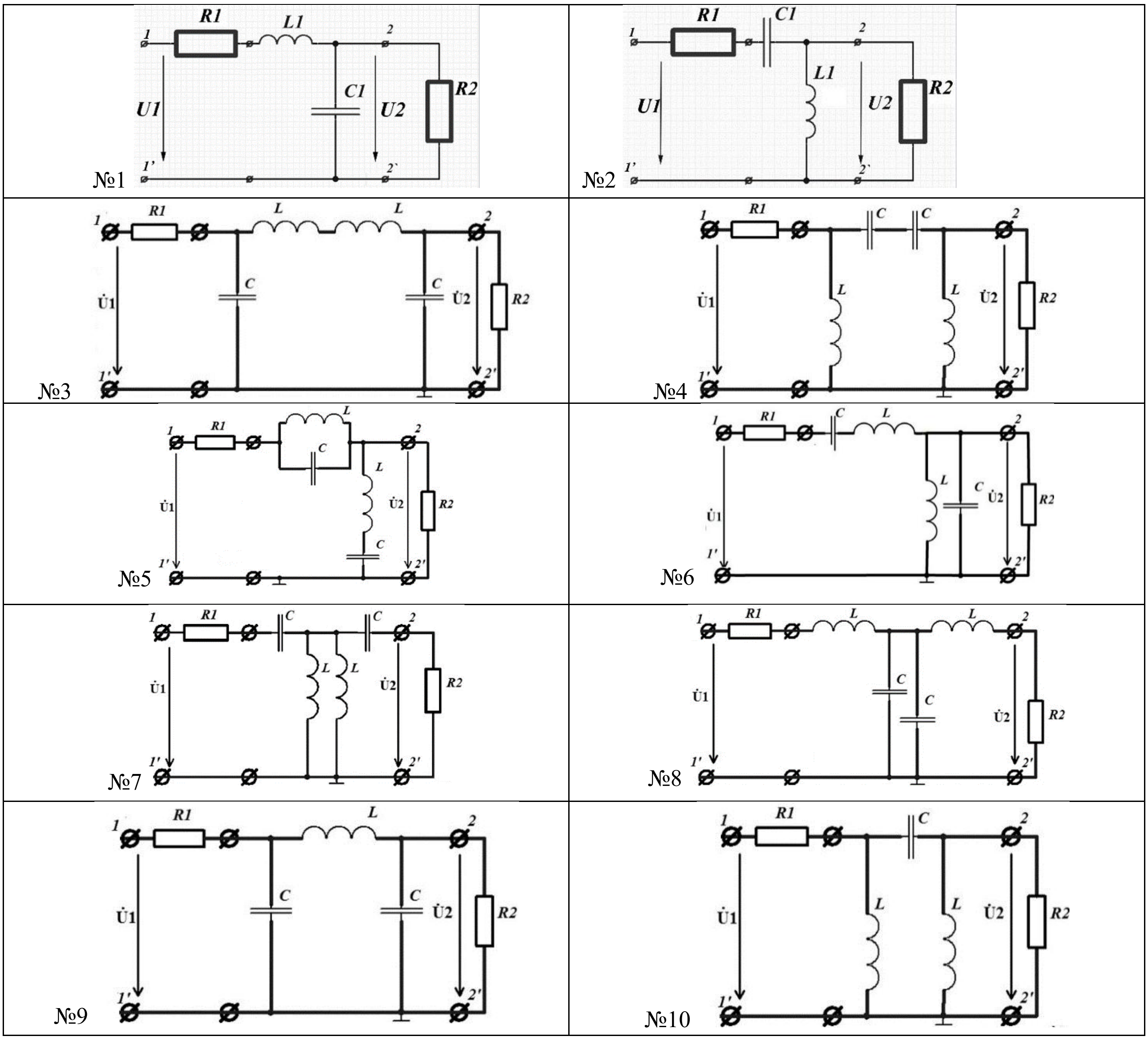
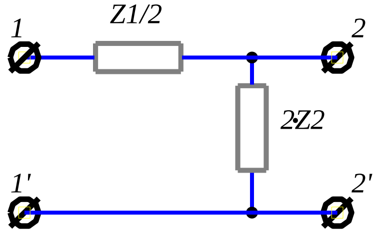


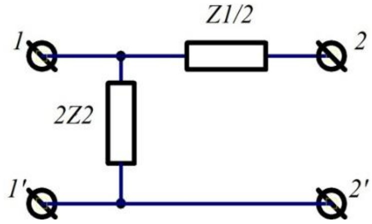
Таблица 3.2 – Варианты значений параметров элементов *LC*-фильтров

№ стенда	*R1*	*R2*	*Индуктивность* - *L*	*Варианты значений C*
№1	0 или R2	$\sqrt{L/C}$	21 мГн	1.0 мкФ, 100 нФ, 10 нФ
№2	0 или R2	$\sqrt{L/C}$	58.5 мГн	4.7 мкФ, 480 нФ, 43 нФ
№3	$\sqrt{0.5\cdot L/C}$		19,6 мГн	1.0 мкФ, 100 нФ, 10 нФ
№4	$\sqrt{0.5\cdot L/C}$		141 мГн	19.5 нФ, 2.2 нФ, 0.33 нФ
№5	0	1.5 кОм, 220 Ом	5.3 мГн	0.11 мкФ
№6	0 или R2	$\sqrt{L/C}$	135 мГн	68 нФ, 680 нФ, 2.7 мкФ
№7	0 или R2	$\sqrt{L/C}$	12 мГн	0.2 мкФ, 2.0 мкФ, 16.0 мкФ
№8	0 или R2	$\sqrt{L/C}$	7.17 мГн	22 нФ, 220 нФ, 2.0 мкФ

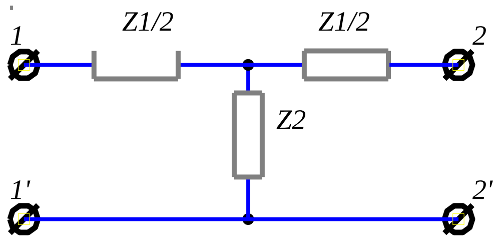
3.1.3 Определение структур реактивных частей фильтров. Мысленно отсоединив от своего фильтра сопротивление нагрузки и источник сигнала с последовательно-включенным с ним сопротивлением генератора, нарисовать полученную схему. Сравнив её с типовыми схемами рисунка 3.1, определить её тип – Г-образный фильтр, Т-фильтр или П-фильтр.



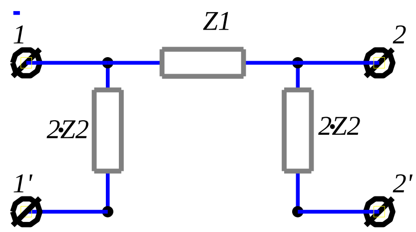
а) Г-образный фильтр с Т-входом



б) Г-образный фильтр с П-входом



в) Т-фильтр



г) П-фильтр

Рисунок 3.1 – Типовые схемы реактивных фильтров

3.1.4 Для определения границ полосы пропускания (ПП) в технических дисциплинах существует несколько способов. В предыдущей лабораторной работе по исследованию явления резонанса границы определялись по уровню $\alpha = 0.707$. В настоящей работе для ознакомления предлагается ещё один способ оценки границ ПП, применяемый для реактивных *LC*-фильтров – ПП будет являться тот диапазон частот, в котором мера затухания нулевая

$$a = 0. \tag{3.1}$$

Мера затухания a является действительной частью меры передачи g, которая является одним из характеристических параметров *LC*-фильтров. Краткие сведения о характеристических параметрах даны в приложении Ж.

В приложении И показан вывод условий для диапазонов частот ПП, то есть удовлетворяющих (3.1), и диапазонов частот ПЗ. В итоге в ПП между реактивными сопротивлениями должно выполняться соотношение

$$-1 \le \frac{Z1}{4 \cdot Z2} \le 0, \tag{3.2}$$

а в ПЗ

$$\frac{Z1}{4 \cdot Z2} < -1. \tag{3.3}$$

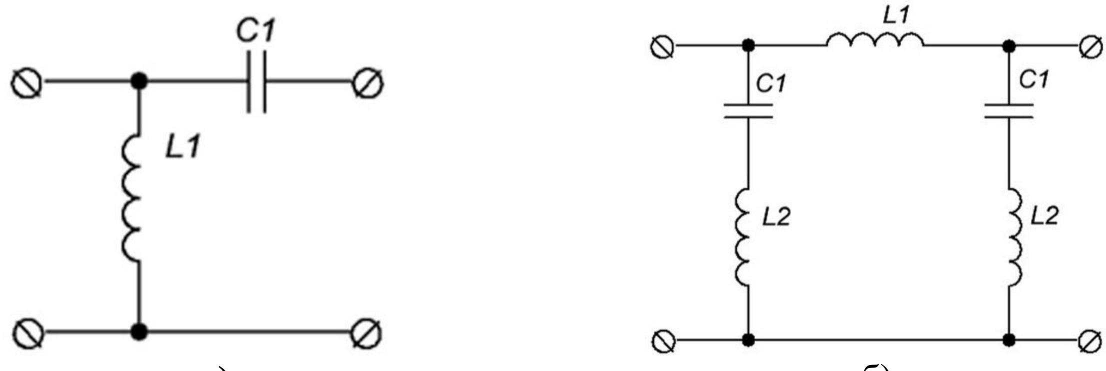
Прежде чем применить условие (3.2), определяется частотные функции для сопротивлений Z1 и Z2. При этом необходимо учитывать обозначения элементов в типовых четырёхполюсниках (рисунок 3.1). При определении выражения комплексного сопротивления какой-либо горизонтальной или вертикальной ветви в левой части необходимо использовать именно то обозначение, которое используется в схеме четырёхполюсника рисунка 3.1, соответствующего вашему фильтру.

Например, фильтру рисунка 3.2,а соответствует четырёхполюсник рисунка 3.1,б. Здесь емкостное сопротивление соответствует выражению ***Z*1**/*2* в левой части

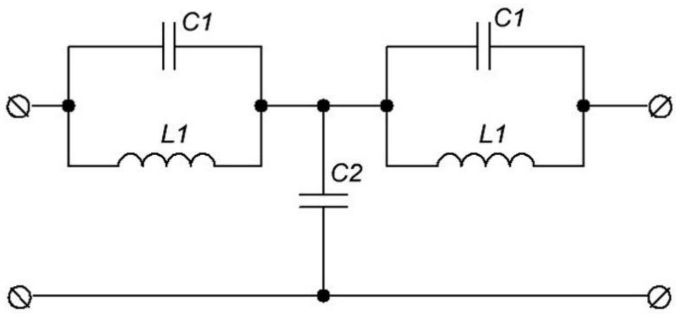
$$\frac{\mathbf{Z1}}{2} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot C1} \Rightarrow \mathbf{Z1} = \frac{-2 \cdot j}{\omega \cdot C1},$$

а индуктивное сопротивление вертикальной ветви – выражению 2·**Z2**

$$2 \cdot \mathbf{Z2} = i \cdot \omega \cdot L1 \Rightarrow \mathbf{Z2} = \frac{j \cdot \omega \cdot L1}{2}.$$



а) б)



в)

Рисунок 3.2 – Примеры схем фильтров

Для Г- образных фильтров в неравенствах (3.2) и (3.3) вместо дроби

$$\frac{\mathbf{Z1}}{4\cdot\mathbf{Z2}}, \tag{3.4}$$

можно использовать просто отношение

$$\frac{(\mathbf{Z1}/2)}{2\cdot\mathbf{Z2}}, \tag{3.5}$$

так как выражения (3.4) и (3.5) тождественны.

Другой пример. Фильтру рисунка 3.2,б соответствует П-образный четырёхполюсник (рисунок 3.1,г). Индуктивное сопротивление

$$\mathbf{Z1} = i\cdot\omega\cdot L1,$$

а полное сопротивление любой из вертикальных ветвей – последовательных контуров – соответствует величине 2·**Z2** в левой части

$$2\cdot\mathbf{Z2} = i\cdot\omega\cdot L2 + \frac{1}{i\cdot\omega\cdot C1} \Rightarrow \mathbf{Z2} = i\cdot\frac{\omega^2\cdot L2\cdot C1 - 1}{2\cdot\omega\cdot C1}.$$

Третий пример («контрольный»). Фильтру рисунка 3.2, в соответствует Т-образный четырёхполюсник (рисунок 3.1,в). Емкостное сопротивление вертикальной ветви здесь определяется обычным способом

$$\mathbf{Z2} = \frac{1}{i \cdot \omega \cdot C2} \Rightarrow x2 = \frac{1}{\omega \cdot C2},$$

полное сопротивление любого из горизонтальных звеньев – параллельных контуров – соответствует величине **Z1**/2 в левой части

$$\frac{2}{\mathbf{Z1}} = i \cdot \omega \cdot C1 + \frac{1}{i \cdot \omega \cdot L1} \Rightarrow \frac{1}{\mathbf{Z1}} = \frac{1 - \omega^2 \cdot L1 \cdot C1}{2 \cdot i \cdot \omega \cdot L1} \Rightarrow \mathbf{Z1} = \frac{i \cdot 2 \cdot \omega \cdot L1}{1 - \omega^2 \cdot L1 \cdot C1}.$$

После подобных преобразований для **Z1** и **Z2** вычисляются диапазоны частот, удовлетворяющих неравенству (3.2), затем (3.3). При решении неравенства можно применить, например, школьный метод интервалов.

По результатам решения, сведённым таблицу 3.3, вычисляете частоты ПП и ПЗ. Для ПФ дополнительно вычисляется ширина ПП, для РФ – ширину ПЗ

Таблица 3.3 – Выражения для граничных частот

Г-ФНЧ; П-ФНЧ, сх. №3; Т-ФНЧ, сх. №8.	$\omega_в = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}, \ f_в = \frac{\omega_в}{2 \cdot \pi}$	Г-ФВЧ; П-ФВЧ, сх. №4; Т-ФВЧ, сх. №7.	$\omega_н = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}, \ f_н = \frac{\omega_н}{2 \cdot \pi}$
П-ФНЧ, сх. №9; Т-ФНЧ, сх. №11	$\omega_в = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{L \cdot C}}, \ f_в = \frac{\omega_в}{2 \cdot \pi}$	П-ФВЧ, сх. №10; Т-ФНЧ, сх. №12	$\omega_н = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot L \cdot C}}, \ f_н = \frac{\omega_н}{2 \cdot \pi}$
Г-ПФ $\omega_{н,ПП} = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2 \cdot L \cdot C}}, \omega_{в,ПП} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2 \cdot L \cdot C}}, \omega_{0,ПП} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}, \ f_{i,ПП} = \frac{\omega_{i,ПП}}{2 \cdot \pi}$, *i={«н», 0, «в»}*			
Г-РФ $\omega_{н,ПЗ} = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2 \cdot L \cdot C}}, \ \omega_{в,ПЗ} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2 \cdot L \cdot C}}, \ \omega_{0,ПЗ} = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}, \ f_{i,ПЗ} = \frac{\omega_{i,ПЗ}}{2 \cdot \pi}$, *i={«н», 0, «в»}*			

$$\Delta f = f_в - f_н. \tag{3.6}$$

Для полосового и режекторного фильтров также требуется определить центральные частоты ω_0 и f_0 ПП или ПЗ с помощью соотношения

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_н \cdot \omega_в} \ \text{ и } \ f_0 = \sqrt{f_н \cdot f_в}, \tag{3.7}$$

в общем виде и численно.

Результаты расчётов пункта 3.1.4 – $f_н$, $f_в$, Δf и f_0 – фиксируете в первую строку таблиц К.1, К.2, К.3 или К.4 (в зависимости от типа фильтра) приложения К.

3.1.5 Далее требуется вывести выражения АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ от выражения комплексного коэффициента передачи

$$\mathbf{H_U}(\mathbf{f}) = \frac{\mathbf{U2}}{\mathbf{U1}}, \tag{3.8}$$

Примеры расчёта комплексной частотной характеристики (3.8), АЧХ и ФЧХ – в приложении Л.

В таблице 3.4 – комплексные частотные характеристики для ваших фильтров. Используя их, вы должны получить выражения АЧХ и ФЧХ – $K_U(w)$ и $\Delta\varphi(w)$ соответственно. Можете воспользоваться методиками примеров пункта 2.2.7 раздела 2.2 предыдущей лабораторной работы, но – не увлекайтесь.

3.1.5.1 При построении диаграммы АЧХ – $Ku(2\cdot\pi\cdot f)$ – использовать логарифмический масштаб и по оси *x*, и по оси *y*. Рекомендуемый диапазон частот в MathCad-е:

- для ФНЧ

$$f:=0.1\cdot f_в,\ 0.11\cdot f_в\ ..\ 10\cdot f_в; \tag{3.9}$$

- для ФВЧ

$$f:=0.1\cdot f_н,\ 0.11\cdot f_н\ ..\ 10\cdot f_н; \tag{3.10}$$

- для ПФ или РФ

$$f:=0.1\cdot f_Н,\ 0.11\cdot f_Н\ ..\ 10\cdot f_в. \tag{3.11}$$

Если в MathCad-е выражение АЧХ описана как функция $\omega – Ku(\omega)$, при построении графика АЧХ в качестве аргумента (вместо ω в скобочках) подставляете выражение $2\cdot\pi\cdot f$. В противном случае, если АЧХ описана как $Ku(f)$ – подставляете обыкновенную переменную *f*.

Таблица 3.4 – Выражения частотных характеристик *LC*-фильтров

Г-ФНЧ, R1=0	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{R2}{R2\left(1-w^2C1\cdot L1\right)+i\cdot w\cdot L1}$$
Г-ФНЧ, R1=R2	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{R2}{R2\left(2-w^2C1\cdot L1\right)+i\cdot w\left(C1\cdot R2^2+L1\right)}$$
Г-ФВЧ, R1=0	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{i\cdot R2\cdot C1\cdot L1\cdot w^2}{w\cdot L1+i\cdot R2\left(2w^2C1\cdot L1-1\right)}$$
Г-ФВЧ, R1=R2	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{i\cdot R2\cdot C1\cdot L1\cdot w^2}{w\left(C1\cdot R2^2+L1\right)+i\cdot R2\left(2w^2C1\cdot L1-1\right)}$$
Г-ПФ, R1=0	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{-i\cdot R2\cdot C\cdot L\cdot w^2}{L\cdot w\left(w^2C\cdot L-1\right)+i\cdot R2\left(C^2L^2w^4-3w^2C\cdot L+1\right)}$$
Г-ПФ, R1=R2	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{-i\cdot C\cdot L\cdot R1\cdot w^2}{w\left(w^2C\cdot L-1\right)\left(R1^2C+L\right)+i\cdot R1\left(C^2L^2w^4-4w^2C\cdot L+1\right)}$$
Г-РФ, R1=0	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{i\cdot R2\cdot\left(C\cdot L\cdot w^2-1\right)^2}{L1\cdot w\left(w^2C\cdot L-1\right)+i\cdot R2\left(C^2L^2w^4-3w^2C\cdot L+1\right)}$$
Г-РФ, R1=R2	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{i\cdot R1\cdot\left(C\cdot L\cdot w^2-1\right)^2}{w\left(w^2C\cdot L-1\right)\left(R1^2C+L\right)+i\cdot R1\left(2\cdot C^2L^2w^4-5w^2C\cdot L+2\right)}$$
П-ФНЧ, сх. №9	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{R2}{2\cdot R2\left(1-w^2C\cdot L\right)+i\cdot w\cdot\left(L+R2^2C-C^2L\cdot R2^2w^2\right)}$$
П-ФВЧ, сх. №10	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{i\cdot R2\cdot L^2C\cdot w^3}{L\cdot w^2\cdot\left(L+R2^2C\right)-R2^2+i\cdot 2\cdot L\cdot R2\cdot w\left(w^2C\cdot L-1\right)}$$
Т-ФНЧ, R1=0, сх. №8	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{R2}{R2\left(1-2\cdot w^2C\cdot L\right)+i\cdot 2\cdot w\cdot L\left(1-w^2C\cdot L\right)}$$
Т-ФНЧ, R1=R2, сх. №8	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{R2}{\left(R2+i\cdot w\cdot L\right)\cdot\left(2-3\cdot w^2C\cdot L+3\cdot C\cdot R2\cdot w\cdot i\right)}$$
Т-ФВЧ, R1=0, сх. №7	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{i\cdot R2\cdot L\cdot C^2w^3}{2\cdot\left(w^2C\cdot L-1\right)+i\cdot R2\cdot C\cdot w\left(w^2C\cdot L-2\right)}$$
Т-ФВЧ, R1=R2, сх. №7	$$\mathbf{H_U}(w)=\frac{-R2\cdot L\cdot C^2w^3}{2\cdot\left(1+i\cdot w\cdot C\cdot R2\right)\cdot\left(C\cdot R2\cdot w+i\cdot\left(w^2C\cdot L-1\right)\right)}$$

3.1.5.2 При построении диаграммы ФЧХ – $\Delta\varphi(2\cdot\pi\cdot f)$ – по оси x использовать логарифмический масштаб, по оси y – линейный. Рекомендуемый диапазон частот – тот же, (3.9) или (3.11).

3.1.5.3 Для построения диаграммы ЛАЧХ описываете в MathCad-е функцию

$$K_{dB}(f):=20\cdot\log(Ku(2\cdot\pi\cdot f)), \tag{3.12}$$

где функция log в MathCad-е – десятичный логарифм (вместо lg).

Опять же, подстановка в (3.12) в аргумент *Ku* выражения $2\cdot\pi\cdot f$ справедлива только тогда, когда в MathCad-е выражение АЧХ описана как $Ku(\omega)$. Емли описана как $Ku(f)$ – подстановка должна быть простой.

3.1.5.4 По диаграмме ЛАЧХ $K_{dB}(f)$ определить по уровню α=-3 дБ относительно установившегося значения в ПП (для ПФ – относительно значения $K_{dB}(f_0)$):

- граничную частоту $f_в$ ПП для ФНЧ или $f_н$ ПП для ФВЧ;

- граничные частоты $f_н$ и $f_в$ ПП для ПФ или ПЗ для РФ;

- для ПФ или РФ с помощью (3.6) и (3.7) вычислить ширину и центральную частоту ПП или ПЗ.

Результаты подпункта 3.1.5.4 зафиксировать в таблицу К.1, К.2, К.3 или К.4. Сравните их с результатами определения границ ПП по критериям (3.2) - (3.3).

3.1.5.5 По диаграмме ЛАЧХ $K_{дБ}(f)$ вычислить её неравномерность ΔH в ПП как разность между максимальным и минимальным значениями ЛАЧХ в ПП. Результат зафиксировать в таблицу К.1, К.2, К.3 или К.4.

3.1.5.6 По полученным аналитическим диаграммам ЛАЧХ сделать экспертное заключение о качестве фильтрации по следующим критериям:

- по степени неравномерности в полосе пропускания;
- по скорости затухания ЛАЧХ в ПЗ.

3.2 Экспериментальная часть работы

3.2.1 Подготовка к измерениям. Вычислить значения частот контрольных точек по соотношениям:

- из таблицы М.1 приложения М – для ФНЧ или ФВЧ;

- из таблицы М.2 – для ПФ или РФ.

Результаты вычислений зафиксировать в соответствующий столбец той же таблицы после знака «=».

3.2.2 Рекомендации измерения частотных характеристик по точкам.

3.2.2.1 В зависимости от конструкции лабораторного макета, собираете схему своего фильтра либо с помощью «джампиков», либо устанавливая детали фильтра на беспаечной макетной плате.

3.2.2.2 Подключить к генератору вход фильтра и канал «А» осциллографа.

3.2.2.3 Подключить канал «Б» осциллографа к выходу фильтра.

3.2.2.4 Установить в настройках амплитуды DDC-генератора значение 2 В, на осциллографе при этом должна получиться амплитуду $U1_m$ = 1 В.

3.2.2.5 Для каждой частоты из таблицы вашего фильтра определить экспериментальные значения АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ:

a) измеряете амплитуды выходного сигнала $U2m_i$ (если забыли как, смотрите рекомендации подпункта 1.3.1.9), вычисляете значения АЧХ и ЛАЧХ

$$Kue_i := U2m_i \,/\, U1m_i\,,$$

$$KdBe_i := 20\cdot\log(Kue_i);$$

b) измерить разность фаз $\Delta\phi_i$ (рекомендации подпункта 1.3.1.10);

c) результаты измерений и вычислений зафиксировать в соответствующую таблицу (М.1 или М.2).

3.2.2.6 В программной среде MathCad построить диаграммы экспериментальных АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ на тех же графиках, где построены аналитические ЧХ.

3.2.3 Измеряем экспериментальные избирательные характеристики.

3.2.3.1 Пользуясь рекомендациями подпункта 3.1.5.4 по экспериментальным диаграммам ЛАЧХ определить границы ПП по уровню α=-3 дБ.

Результаты зафиксировать в таблицу К.1, К.2, К.3 или К.4.

3.2.3.2 Пользуясь рекомендациями подпункта 3.1.5.5 определить неравномерность ΔH экспериментальной ЛАЧХ в ПП. Результат зафиксировать в таблицу К.1, К.2, К.3 или К.4.

3.3 Содержание отчёта

Оформлять работу в электронном виде в программной среде Microsoft Word, согласно правилам оформления лабораторных работ. Ниже – содержание отчёта.

3.3.1 Цель работы, схема фильтра, значения параметров элементов.

3.3.2 Выводы по решению задач 3.1.1.1 и 3.1.1.2 аналитической части (словами, кратко изложить результаты анализа).

3.3.3 Результаты решения задачи 3.1.1.4 аналитической части – АЧХ и ФЧХ.

3.3.4 Диаграммы аналитических и экспериментальных АЧХ, ФЧХ и ЛАЧХ.

3.3.5 Численные результаты измерения частотных характеристик – таблицу М.1 или М.2.

3.3.6 Результаты вычислений и измерений параметров (таблицу К.1).

Лабораторная работа №4. Переходные процессы

Цель работы: аналитическое и экспериментальное исследование переходных процессов в линейных цепях на примере неразветвлённых *RC-, RL-* и *RLC*-цепочек.

Выполнению данной работы должна предшествовать предварительная подготовка, состоящая в изучении (повторении) теоретического материала в объеме материала лекций и учебных пособий. При подготовке обратить внимание на следующие основные вопросы:

1) методы решения однородных и неоднородных линейных дифференциальных уравнений;

2) закономерности протекания переходных процессов (ПП) в линейных реактивных электрических цепях с сосредоточенными параметрами;

3) методы анализа ПП в линейных цепях (пример – в приложении Н);

4) основные переходные и импульсные характеристики цепей, параметры переходных характеристик;

5) изучение устройства приборов лабораторного рабочего места: макета монтажного поля для сборки исследуемых схем, DDS-генератора прямоугольных импульсов и осциллографа С1-114/1 (С1-114).

4.1 Постановка задач

В таблице 4.1 представлены схемы простейших *RC*-, *RL*- и *RLC*-цепей и параметры их элементов для каждого варианта.

Задачи аналитической части:

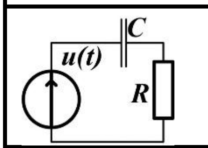
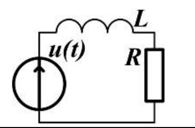
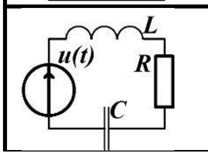
1) качественно нарисуйте на бумаге диаграммы переходных процессов (ПП) для напряжений всех элементов указанных цепей при периодически повторяющихся двух «коммутациях» – при последовательно следующими друг за другом положительном и отрицательном перепадах напряжения $u(t)$ на входе (рисунок 4.1);

2) рассчитать длительности ПП с погрешностью менее 5%;

3) выполнить экспериментальный анализ ПП;

4) дома или в оставшееся время в аудитории вычислить аналитические выражения ПП для напряжений всех элементов указанных цепей *только при двух* указанных выше «коммутациях.

Таблица 4.1 – Варианты параметров элементов цепей

Схема	Параметры	№10	№11	№12	№13	№14	№20	№21	№22	№23	№24
	*C*, нФ	110	10	220	2.2	6.8	11	47	110	22	68
	R, кОм	1.5	1	0,150	1,6	2	1,5	1	0,150	1,6	2
	*L*, мГн	5,3	90	4,6	7,3	2,6	5,3	90	5,2	7,3	2,6
	R, кОм	1,5	1	0,150	1,6	2	1,5	1	0,150	1,6	2
	*C*, нФ	110	10	220	2,2	6,8	11	47	110	22	68
	L мГн	5,3	90	4,6	7,3	2,6	5,3	90	5,2	7,3	2,6
	R, кОм	0,047	1	0,047	1,6	0,1	1,5	1	0,1	0,16	2

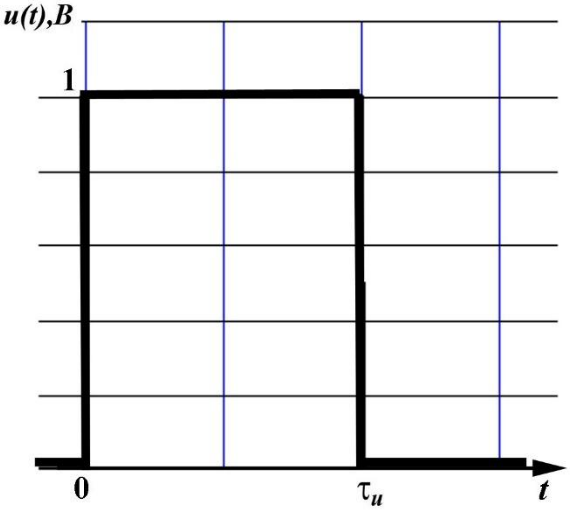


Рисунок 4.1 – Форма входного напряжения

5) построить диаграммы рассчитанных переходных процессов;

6) графическим способами определить длительности и динамические параметры переходных процессов.

4.2 Качественный анализ переходного процесса в RC-цепи

Исследуемая цепь – на рисунке 4.2.

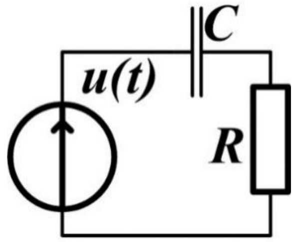


Рисунок 4.2 – RC-цепочка

4.2.1 На бумаге нарисуйте два периода импульсного воздействия $u(t)$ рисунка 4.1. Масштаб по оси Оу произвольный, но рекомендуется в дальнейшем его соблюдать. Длительность импульса $\tau_и$ – 5 клеток. Длительность паузы должна совпадать с длительностью импульса $\tau_и$, период импульсов $T=2\cdot\tau_и$.

4.2.2 Под диаграммой $u(t)$ нарисуйте заготовки координатных осей для диаграмм $u_C(t)$ и $u_R(t)$. Начала координат всех трёх диаграмм должны совпадать. Проведите тонкие или пунктирные вертикальные линии, соответствующие фронтам (скачкообразным перепадам) импульсного напряжения $u(t)$.

4.2.3 Постриение диаграмм ПП для $u_R(t)$ и $u_C(t)$ при положительном ($0 \le t < \tau_и$) скачке напряжения $u(t)$ (рисунок 4.1). Считаем, что длительность импульса $\tau_и$ значительно больше длительности ПП.

4.2.3.1 Ориентируясь на алгоритм анализа ПП (приложение Н) для разветвленных цепей 1-го порядка нарисуйте *послекоммутационную* схему замещения (после скачка) в *установившемся режиме* ($t \gg 0$, *но* $t < \tau_и$). Во что превратится конденсатор? *Сколько вольт на входе RC-цепи при этом – 0 или 1 В?*

4.2.3.2 Для полученной резистивной цепи постоянного тока определите (допускается интуитивно), какой в ней может протекать ток. Затем определите значения установившихся искомых напряжений $u_{C,уст}$ и $u_{R,уст}$.

4.2.3.3 По мере установления переходного процесса (в идеале при $t \gg 0$, на практике, то есть на ваших графиках, при $t\to\tau_и$ *и* $t\to\tau_и+T$) ваши напряжения $u_C(t)$ и

$u_R(t)$ стремятся к определённым выше $u_{C,уст}$ и $u_{R,уст}$. Поэтому на диаграммах можете нарисовать короткие отрезочки прямых на высоте по оси Оу, соответствующей …. (догадаться самим, чему). Заканчиваться они должны в определённых точках времени, которые тоже угадаете – если не понятно, в этом же абзаце есть подсказка.

4.2.3.4 Нарисуйте схему замещения в установившемся режиме, но до скачка. При рисовании решите для себя вопросы: чем заменяется конденсатор, чему равно напряжение на входе, что нарисовать вместо источника $u(t)$, если $u(t) = 0$?

4.2.3.5 *Определение независимого напряжения* $u_C(0^-)$. По нарисованной схеме определите напряжение конденсатора до коммутации $u_C(0^-)$. Но если докоммутационное напряжение $u_C(0^-)$ вы можете определить интуитивно, пункт 4.2.3.4 выполнять нет необходимости.

4.2.3.6 Определить напряжение конденсатора $u_C(0^+)$ непосредственно после положительного скачка. По второму закону коммутации напряжение на ёмкости скачком измениться не может

$$u_C(0^+) = u_C(0) = u_C(0^-),$$

поэтому на диаграмме $u_C(t)$ можете отметить точки $u_C(0^+)$ для моментов времени $t=0$ и $t=T$, то есть, соответствующих положительным скачкам $u(t)$.

4.2.3.7 *Напряжение резистора* $u_R(0^+)$ *непосредственно после положительного скачка*. Определить его можете, воспользовавшись пунктом «*Расчёт зависимых начальных условий*» приложения Н. При этом решаете вопросы: какая схема должна получится при $t = 0^+$ (это уже после скачка!!!), чем заменить конденсатор, какое в этот момент напряжение на входе $u(0^+)$; затем по схеме определить $u_R(0^+)$.

4.2.3.8 На диаграмме $u_R(t)$ отметьте точки $u_R(0^+)$ для моментов $t=0$ и $t=T$.

4.2.3.9 Точки «начальных» значений и отрезки «установившегося режима» соединяете ***плавными*** кривыми. Перед указанным построением ответьте себе на вопросы, какая элементарная функция должна участвовать в описании кривых? Как кривые рисовать, выпуклостью вниз или вверх? *Имейте ввиду, что кривая ПП должна плавно переходить в отрезок «установившегося режима», никаких разрывов и изломов не должно быть.*

4.2.4 Расчёт при отрицательных скачках напряжения ($\tau_u \le t < 2\cdot\tau_u$).

4.2.4.1 Опять же ориентируясь на алгоритма приложения Н нарисуйте *послекоммутационную* схему замещения (после отрицательного скачка) в *установившемся режиме* ($t \gg \tau_и$, *но* $t < 2\cdot\tau_и$). Во что превратится конденсатор, вы знаете. Сколько вольт на входе RC-цепи теперь? Чем можно заменить в таком случае источник?

4.2.4.2 Для полученной резистивной цепи вы уже знаете, полагаю, величину тока. Теперь определите значения установившихся напряжений $u_{C,уст}$ и $u_{R,уст}$. Надеюсь, их значения будут для вас очевидны.

4.2.4.3 По мере установления переходного процесса (в идеале при $t \gg \tau_и$, а на ваших графиках при $t \to T$ и $t \to 2\cdot T$) ваши напряжения $u_C(t)$ и $u_R(t)$ стремятся к определённым $u_{C,уст}$ и $u_{R,уст}$. Поэтому на диаграммах можете нарисовать короткие отрезки прямых, на какой высоте по оси напряжений – догадаетесь сами. Заканчиваться они должны в определённых точках времени, которые тоже определите самостоятельно – в абзаце об них уже сказано.

4.2.4.4 *Определение независимого напряжения* $u_C(\tau_и^-)$. Докоммутационная схема замещения в установившемся режиме до отрицательного скачка у вас уже нарисована в подпункте 4.2.3.1 – при $0 \le t < \tau_и$. По ней вам уже известно установившееся напряжение конденсатора при предыдущем скачке, оно и будет соответствовать докоммутационному для отрицательного скачка независимому напряжению конденсатора $u_C(\tau_и^{--})$.

4.2.4.5 *Напряжение конденсатора* $u_C(\tau_и^+)$ *непосредственно после отрицательного скачка*, согласно закону коммутации останется равным $u_C(\tau_и^-)$

$$u_C(\tau_и^+)=u_C(\tau_и)=u_C(\tau_и^-),$$

поэтому на диаграмме $u_C(t)$ можете отметить точки $u_C(\tau_и^+)$ для моментов времени $t=\tau_и$ и $t=\tau_и + T$, соответствующих отрицательным скачкам $u(t)$.

4.2.4.6 *Напряжение резистора* $u_R(\tau_и^+)$ *непосредственно после отрицательного скачка* можете, воспользовавшись пунктом «Зависимые начальные условия» приложения Н. При решении обращаем внимание на следующее:

- чем замениться конденсатор – проводником или источником ЭДС;

- если источником, то где у него «+» и «-»;
- какое в этот момент напряжение на входе $u(\tau_u^+)$, чем его источник можно заменить.

Затем по полученной схеме определяем $u_R(\tau_u^+)$, обращаем внимание на его полярность, сравниваем эту полярность с полярностью $u_R(0^+)$, делаем по результатам сравнения вывод о знаке $u_R(\tau_u^+)$.

4.2.4.7 На диаграмме $u_R(t)$ отметьте точки $u_R(\tau_u^+)$ для $t=\tau_u^+$ и $t=\tau_u^+ + k\cdot T$.

4.2.4.8 Точки «начальных» значений и отрезки «установившегося режима» соединяете ***плавными*** кривыми. Ещё раз вспомните элементарную функцию этих кривых, о выпуклостях и вогнутостях, об условии *плавного перехода кривой ПП в отрезок «установившегося режима».*

4.2.5 Вычислить значение постоянной переходного процесса *RC*-цепи

$$\tau_{RC} = R\cdot C,$$

и времени переходного процесса

$$t_{п}^{+} = t_{п}^{-} = 3\cdot\tau_{RC}.$$

Результаты зафиксировать в таблицу П.1 приложения П в строчку «расчёт».

4.3 Качественный анализ переходного процесса в *RL*-цепи

Исследуемая цепь на – рисунке 4.3.

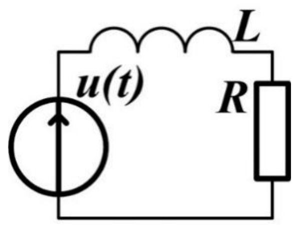


Рисунок 4.3 – *RL*-цепочка

4.3.1 Опять же нарисуйте два периода импульсного воздействия $u(t)$ рисунка 4.1. Под диаграммой $u(t)$ нарисуйте заготовки координатных осей для $u_R(t)$ и $u_L(t)$. Взаимное расположение начал координат и разлиновка аналогичная пункту 4.2.2.

4.3.2 Опять же, считая длительность импульса $\tau_и$ значительно большей длительности ПП, нарисуйте диаграммы $u_R(t)$ и $u_L(t)$ при положительном ($0 \le t < \tau_и$) скачке (рисунок 4.1).

4.3.2.1 Пользуясь рекомендациями алгоритма приложения Н нарисуйте *послекоммутационную* схему замещения (после скачка) в *установившемся режиме* ($t \gg 0$, *но* $t < \tau_и$). Во что превратится катушка и сколько вольт на входе RL-цепи?

4.3.2.2 Полученная цепь – резистивная, постоянного тока. Определите в ней значения установившихся напряжений $u_{L,уст}$ и $u_{R,уст}$.

4.3.2.3 На диаграммах рисуете соответствующие значениям $u_{L,уст}$ и $u_{R,уст}$ короткие отрезки прямых.

4.3.2.4 Нарисуйте схему замещения в установившемся режиме, но до скачка, при $t = 0^-$. Что в ней должно отличаться?

4.3.2.5 *Определение независимого тока* $i_L(0^-)$. По нарисованной схеме определите указанный ток. Но если его вы можете определить интуитивно, пункт 4.3.2.4 выполнять нет необходимости.

4.3.2.6 *Ток катушки* $i_L(0^+)$ *непосредственно после положительного скачка.* Согласно закона коммутации ток катушки скачком измениться не может и

$$i_L(0^+) = i_L(0) = i_L(0^-).$$

4.3.2.7 *Начальные напряжения резистора* $u_R(0^+)$ *и катушки* $u_L(0^+)$ *непосредственно после положительного скачка*. Определить их можете, нарисовав схему замещения для $t=0^+$. На основании закона коммутации выше катушку нужно заменить источником тока, номинал которого соответствует значению $i_L(0^+)$. Если $i_L(0^+)=0$, *то источник тока заменяется …* (чем – вспоминаем резистивные цепи прошлого семестра). Какое в этот момент напряжение на входе $u(0^+)$ – догадаетесь самостоятельно. Затем, по полученной схеме определить $u_R(0^+)$ и $u_L(0^+)$.

4.3.2.8 На диаграммах $u_R(t)$ и $u_L(t)$ отметьте точки $u_R(0^+)$ и $u_L(0^+)$ для моментов времени $t=0$ и $t=0+T$.

4.3.2.9 Точки «начальных» значений и отрезки «установившегося режима» соединяете ***<u>плавными</u>*** кривыми.

4.3.3 Расчёт при отрицательных скачках напряжения ($\tau_и \leq t < 2\cdot\tau_и$).

4.3.3.1 Пользуясь алгоритма приложения Н нарисуйте *послекоммутационную* схему замещения после отрицательного скачка в *установившемся режиме* ($t \gg \tau_и$, *но* $t < 2\cdot\tau_и$). Во что превратится катушка, вы уже знаете. Сколько вольт на входе *RL*-цепи и чем можно заменить источник напряжения?

4.3.3.2 В полученной резистивной цепи определяете очевидные значения установившихся напряжений $u_{L,уст}$ и $u_{R,уст}$.

4.3.3.3 На диаграммах отмечаете соответствующие $u_{L,уст}$ и $u_{R,уст}$ отрезочки.

4.3.3.4 *Определение независимого тока* $i_L(\tau_и^-)$. Докоммутационная схема замещения в установившемся режиме до отрицательного скачка у вас уже нарисована в расчёте 4.3.2.1 – при $0 \leq t < \tau_и$. По ней вам нужно определить выражение для тока катушки при предыдущем скачке, оно и будет соответствовать докоммутационному для отрицательного скачка независимому току $i_L(\tau_и^-)$.

4.3.3.5 *Ток катушки* $i_L(\tau_и^+)$ *непосредственно после отрицательного скачка*, согласно закона коммутации, останется равным $i_L(\tau_и^-)$

$$i_L(\tau_и^+) = i_L(\tau_и) = i_L(\tau_и^-).$$

4.3.3.6 *Начальные напряжения резистора* $u_R(\tau_и^+)$ *и катушки* $u_L(\tau_и^+)$ *непосредственно после отрицательного скачка*. Определяем его, нарисовав схему замещения для $t = \tau_и^+$. На основании закона коммутации выше катушку нужно заменить источником тока, номинал которого соответствует значению $i_L(\tau_и^+)$. Какое в этот момент напряжение на входе $u(\tau_и^+)$? По полученной схеме определить $u_R(\tau_и^+)$ и $u_L(\tau_и^+)$.

4.3.3.7 На диаграммах $u_R(t)$ и $u_L(t)$ отметьте точки $u_R(\tau_и^+)$ и $u_L(\tau_и^+)$ для моментов времени $t = \tau_и^+$ и $t = \tau_и^+ + T$.

4.3.3.8 *Точки* «начальных» значений и отрезки «установившегося режима» соединяете ***плавными*** кривыми.

4.3.4 Вычислить значение постоянной переходного процесса *RL*-цепи

$$\tau_{RL} = \frac{L}{R},$$

и времени переходного процесса

$$t_{п}^{+} = t_{п}^{-} = 3 \cdot \tau_{RL}.$$

Результаты зафиксировать в таблицу П.2 приложения П в строчку «расчёт».

4.4 Качественный анализ переходного процесса в RLC-контуре

Исследуемый контур – на рисунке 4.4.

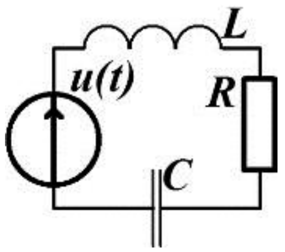


Рисунок 4.4 – Последовательная RLC-цепочка

4.4.1 На бумаге нарисуйте два периода импульсного воздействия $u(t)$ рисунка 4.1. Рекомендуемая длительность импульса τ_u – 7 клеток. Длительность паузы должна совпадать с длительностью импульса и период импульсов $T=2\cdot\tau_u$. Масштаб по оси ***Oy*** произвольный, но для всех напряжений одинаковый.

4.4.2 Ниже диаграммы $u(t)$ нарисуйте заготовки координатных осей для диаграмм $u_C(t)$, $u_L(t)$ и $u_R(t)$. Начала координат всех 4-х диаграмм должны совпадать. Проведите тонкие или пунктирные вертикальные линии, соответствующие фронтам (скачкообразным перепадам) импульсного напряжения $u(t)$.

4.4.3 Анализ при положительном скачке ($0 \le t < \tau_u$).

4.4.3.1 По схеме замещения для установившегося режима *после положительного скачка* (смотри алгоритм приложения Н), определите установившиеся напряжения $u_{C,уст}$, $u_{L,уст}$ и $u_{R,уст}$.

4.4.3.2 На диаграммах для времён, соответствующих последним 2-м клеткам импульсов, отметьте короткие отрезки, соответствующие $u_{C,уст}$, $u_{L,уст}$ и $u_{R,уст}$.

4.4.3.3 *Определение независимых величин – тока $i_L(0^-)$ и $u_C(0^-)$* – по докоммутационной схеме замещения в установившемся режиме, *до положительного скачка*.

4.4.3.4 *Ток катушки* $i_L(0^+)$ *и напряжение ёмкости* $u_C(0^+)$ *непосредственно после положительного скачка*, по закону коммутации, скачком измениться не могут

$$i_L(0^+) = i_L(0) = i_L(0^-),$$
$$u_C(0^+) = u_C(0) = u_C(0^-).$$

4.4.3.5 *Начальные напряжения резистора* $u_R(0^+)$ *и катушки* $u_L(0^+)$ *непосредственно после положительного скачка* можете определить, нарисовав схему замещения для $t=0^+$. На основании закона коммутации катушку нужно заменить источником тока, номинал которого соответствует значению $i_L(0^+)$. Если $i_L(0^+)=0$ *или* $u_C(0^+)=0$, *то источник тока превращается* ***в …***, *источник напряжения* ***в ….*** Учитывайте, что на входе $u(0^+)$ **= ….** (определите по графику $u(t)$ *при* $t=0^+$). Затем, по полученной схеме определить $u_R(0^+)$ и $u_L(0^+)$.

4.4.3.6 На диаграммах $u_R(t)$ и $u_L(t)$ отметьте точки $u_R(0^+)$ и $u_L(0^+)$ для моментов времени $t=0$ и $t=T$.

4.4.3.7 *Составляете характеристический полином, приводите его к виду*

$$D(p) = p_2 + 2\alpha{\cdot}p+w_0^2 \equiv 0. \qquad (4.1)$$

Для этого:

- формируете выражение для входного операторного сопротивления

$$\underline{Z}_{in} = \underline{Z}_L + \underline{Z}_C + R, \qquad (4.2)$$

где $\underline{Z}_L = p{\cdot}L$, $\underline{Z}_C = 1/(p{\cdot}C)$;

- подводите полученное выражение (4.2) под общий знаменатель;
- выписываете затем выражение числителя, приравниваете его к нулю;
- делите его на коэффициент при p^2 – получиться структура (4.1);
- половину коэффициента при p уже «поделённого» уравнения принимаете за *декремент затухания* α, корень квадратный из константы при p^0 – *за резонансную частоту* w_0.

Выражения и значения α *и* w_0 – в таблицу П.3.

4.4.3.8 *Решить* (4.1) – получить выражения и значения p_1 и p_2. По соотношению между α *и* w_0 (или по типу значений p_1 и p_2) *определить характер свободных процессов – апериодический (монотонный) или затухающий гармонический.*

4.4.3.9 Определение начального значения производной $u'_R(0^+)$. На основании соотношения между током и напряжением индуктивности

$$u_L\left(0^+\right) = L\frac{di_L}{dt} = L \cdot i'_L\left(0^+\right)$$

определяете выражение начального значение производной тока, затем, на основании закона Ома – выражение начального значения производной напряжения резистора

$$u'_R\left(0^+\right) = R \cdot i'_L\left(0^+\right).$$

4.4.3.10 Любым известным способом решаете систему уравнений

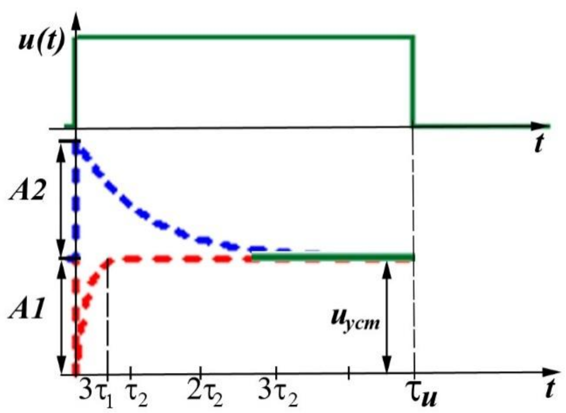
$$\begin{cases} A1_R + A2_R + u_{R,уст} = u_R\left(0^+\right), \\ A1_R \cdot p_1 + A2_R \cdot p_2 = u'_R\left(0^+\right). \end{cases}$$

При апериодическом характере ПП должны получиться вещественные коэффициенты, при затухающем гармоническом – комплексно-сопряжённые.

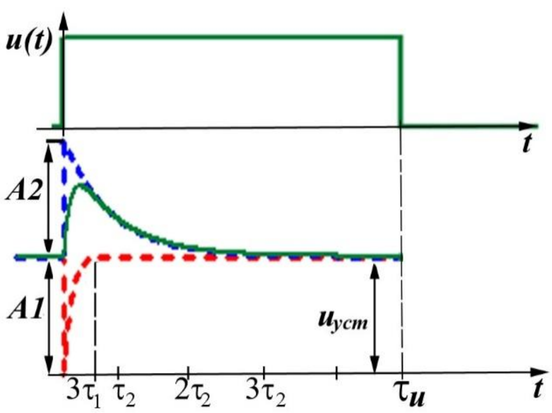
4.4.3.11 «Достроение» диаграммы $u_R(t)$ при положительном скачке.

При *апериодическом характере* на участке $t \in [0, \tau_u]$ *пунктиром или в тонких линиях* (рисунок 4.5,а) строите относительно $u_{R,уст}$ две экспоненты вида

$$A1_R \cdot e^{p1 \cdot t} + u_{R,уст} \ \text{ и } \ A2_R \cdot e^{p2 \cdot t} + u_{R,уст}.$$



а) Построение экспонент



б) Построение суммы экспонент

Предупреждение – не всё на рисунке соответствует действительному процессу $u_R(t)$. Проверяйте указанные на рисунке значения

Рисунок 4.5 – Вспомогательные построения при апериодическом характере ПП

Рекомендуется строить так. Условно считая, что

$$1\,\text{клетка по Ox} = \frac{1}{|p|_{\min}} = \tau_2,$$

«медленную» экспоненту (с наименьшей по модулю частотой $|p|_{min}$) «вписываете» в её «$5\cdot\tau_2$» – в 5 клеток. «Быстрая» экспонента вписывается в своё «5 тау ≈ $5\cdot\tau_1$» – во столько же раз более короткое, во сколько раз $|p|_{max} > |p|_{min}$. Результат приблизительного суммирования экспонент начинаете рисовать с начального значения $u_R(0^+)$ (рисунок 4.5,б). *Суммируете* без учёта $u_{R,уст}$. Результат суммы должен асимптотически стремиться к $u_{R,уст}$. По графику переходного процесса определите, по какой из постоянных – τ_1 *или* τ_2 определяется время $t_п^+$ («3 тау») переходного процесса

$$t_п^+ = 3\cdot\tau_1 \text{ или } t_п^+ = 3\cdot\tau_2\,?$$

Результаты – в таблицу П.3 приложения П в строку «Качественно».

При *затухающем гармоническом характере* на участке $t \in [0,\ \tau_u]$ *пунктиром или в тонких линиях* (рисунок 4.6,а) строите симметрично относительно $u_{R,уст}$ две экспоненциальные огибающие вида

$$\pm 2\cdot|A1_R|\cdot e^{-\alpha\cdot t} + u_{R.уст},$$

ограничивающие гармоническую функцию. Считая, что длительность импульса

$$1\text{ клетка} = 1/\alpha = \tau,$$

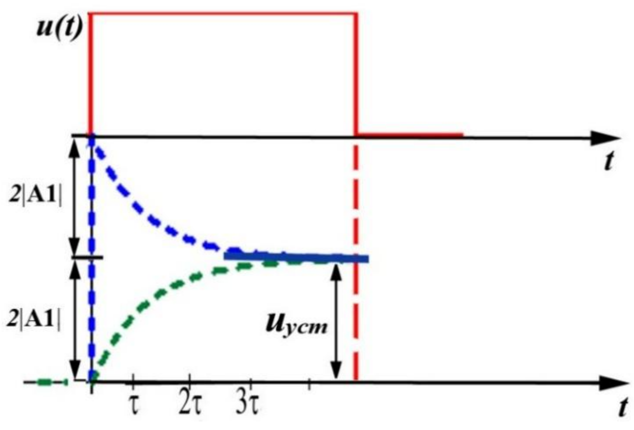
указанные экспоненты можете «затушить» через «3 клетки» ≈ $3\cdot\tau$. В полученное ограничение *вписываете* гармонический сигнал, начиная его график с рассчитанного вами начального значения $u_R(0^+)$ (рисунок 4.6,б). *Количество периодов, умещающееся в 3τ, приблизительно соответствует добротности*

$$Q = w0/(2\cdot\alpha).$$

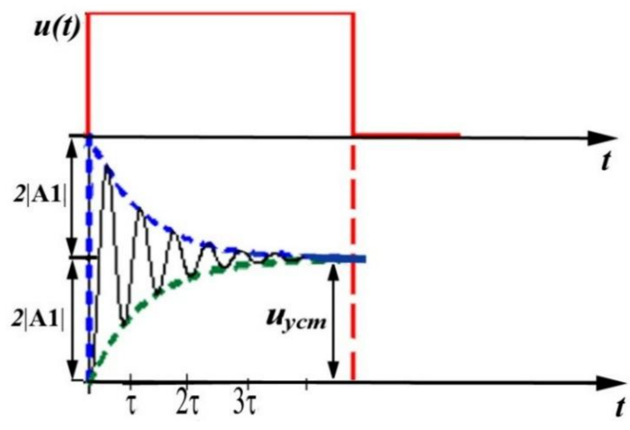
Определяется время ПП $t_п$ переходного процесса

$$t_п = 3\cdot\tau = 3/\alpha,$$

результаты зафиксируйте во все 6 столбиков строки «Качественный анализ» таблицы П.3 приложения П (и для $t_п^+$, и для $t_п^-$).



а) Построение огибающих



б) «Вписываем» функцию ПП

Предупреждение – не всё на рисунке соответствует действительному процессу $u_R(t)$. Проверяйте указанные на рисунке значения

Рисунок 4.6 – Вспомогательные построения при затухающем гармоническом ПП

4.4.3.12 Расчёт начального значения производной $u'_C(0^+)$

$$i_C = C\frac{dU_C}{dt} \Rightarrow u'_C\left(0^+\right) = \frac{i_C\left(0^+\right)}{C} = \frac{i_L\left(0^+\right)}{C}.$$

4.4.3.13 Расчет постоянных $A1_C$ и $A2_C$ выполняете аналогично 4.4.3.10.

4.4.3.14 «Достроение» графика $u_C(t)$ – аналогично 4.4.3.11. Если характер ПП – апериодический, определяете длительность ПП и фиксируете в таблицу П.3.

4.4.3.15 Расчёт начального значения производной $u'_L(0^+)$

$$u_L = u(t) - u_C - u_R \Rightarrow u'_L(0^+) = u'(0^+) - u'_C(0^+) - u'_R(0^+).$$

4.4.3.16 Расчет постоянных $A1_L$ и $A2_L$ выполняете аналогично 4.4.3.10.

4.4.3.17 «Достроение» графика $u_L(t)$ – аналогично 4.4.3.11. Если характер ПП – апериодический, определяете длительность ПП и фиксируете в таблицу П.3.

4.4.4 Анализ при отрицательном скачке – *при* $\tau_u \le t < T$.

4.4.4.1 По схеме замещения для установившегося режима *после отрицательного скачка* ($t \gg \tau_u$, $t \to 2\tau_u$) определите установившиеся напряжения $u_{C,уст}$, $u_{L,уст}$ и $u_{R,уст}$. В этом случае на входе $u(t)$=… (определите по графику $u(t)$ *при* $\tau_u < t < T$).

4.4.4.2 На диаграммах для времён, соответствующих последним 2-м клеткам пауз отметьте короткие отрезки на высоте $u_{C,уст}$, $u_{L,уст}$ и $u_{R,уст}$.

4.4.4.3 *Определение независимых величин – тока $i_L(\tau_и^-)$ и $u_C(\tau_и^-)$* – по схеме замещения в установившемся режиме, но *до отрицательного скачка (в установившемся режиме при $u(t)=1$ В).*

4.4.4.4 *Опреляете независимые ток катушки $i_L(\tau_и^+)$ и напряжение конденсатора $u_C(\tau_и^+)$ после отрицательного скачка* из закона коммутации

$$i_L(\tau_и^+)=i_L(\tau_и)=i_L(\tau_и^-),$$

$$u_C(\tau_и^+)= u_C(\tau_и)= u_C(\tau_и^-).$$

4.4.4.5 *Начальные напряжения резистора $u_R(\tau_и^+)$ и катушки $u_L(\tau_и^+)$ непосредственно после отрицательного скачка*. Определить их можете, нарисовав схему замещения для $t=\tau_и^+$. На основании закона коммутации выше катушку нужно заменить источником тока, номинал которого соответствует значению $i_L(\tau_и^+)$. Если $i_L(\tau_и^+)=0$ *или $u_C(\tau_и^+)=0$, то источник тока превращается в …, источник напряжения в ….* Учитывайте, что на входе $u(\tau_и^+)$ = …. (определите по графику $u(t)$ *при* $t=\tau_и^+$). Затем, по полученной схеме определить $u_R(\tau_и^+)$ и $u_L(\tau_и^+)$.

4.4.4.6 На диаграммах $u_R(t)$ и $u_L(t)$ отметьте точки $u_R(\tau_и^+)$ и $u_L(\tau_и^+)$ для моментов времени $t=\tau_и$ и $t=\tau_и + T$.

4.4.4.7 *Определение* начальных производных $u'_R(\tau_и^+)$, $u'_C(\tau_и^+)$ и $u'_L(\tau_и^+)$ *выполняется так же, как и в* подпунктах 4.4.3.9, 4.4.3.12 и в 4.4.3.15, постоянные интегрирования для тех же напряжений – как в подпункте 4.4.3.10.

4.4.4.8 Качественное «достроение» диаграмм $u_R(t)$, $u_C(t)$ и $u_L(t)$ при *отрицательном* скачке выполняете аналогично подпункту 4.4.3.11. Также определяете длительности ПП $t_п^-$ (если характер ПП – апериодический) для каждой величины и фиксируете в соответствующие столбики строки «качественный анализ» таблицы П.3.

4.5 Экспериментальное исследование переходных процессов в *RC*-цепи

4.5.1 На макетном стенде найти *RC*-цепочку (рисунок 4.7).

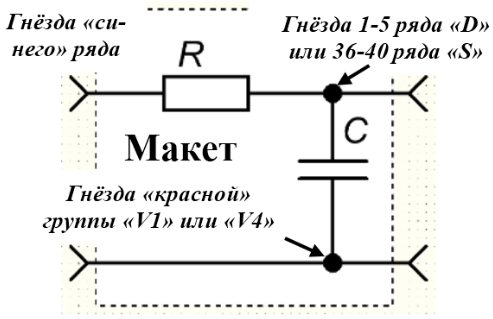


Рисунок 4.7 – *RC*-цепочка на макетном стенде

4.5.2 Проверить регулировки, переключатели и кнопки осциллографа С1-114.

4.5.3 Подключить к цепочке DDS-генератор JDS6600 и осциллограф С1-114 (рисунок 4.8) придерживаясь следующих рекомендаций:

a) проверить целостность высоковольтных сетевых кабелей, вилок, розеток;

b) генератор «кабелем 2» подключить к входу *RC*-цепочки и к «каналу А»;

c) проконтролировать – «земля» генератора должна быть подключена к свободному зажиму выходного элемента – конденсатора (рисунок 4.8);

d) «канал Б» осциллографа «кабелем 3» подключить к выходному элементу RC-цепи (штырёк «земля» осциллографа должен быть подключен к его свободному зажиму, либо не подключен вообще).

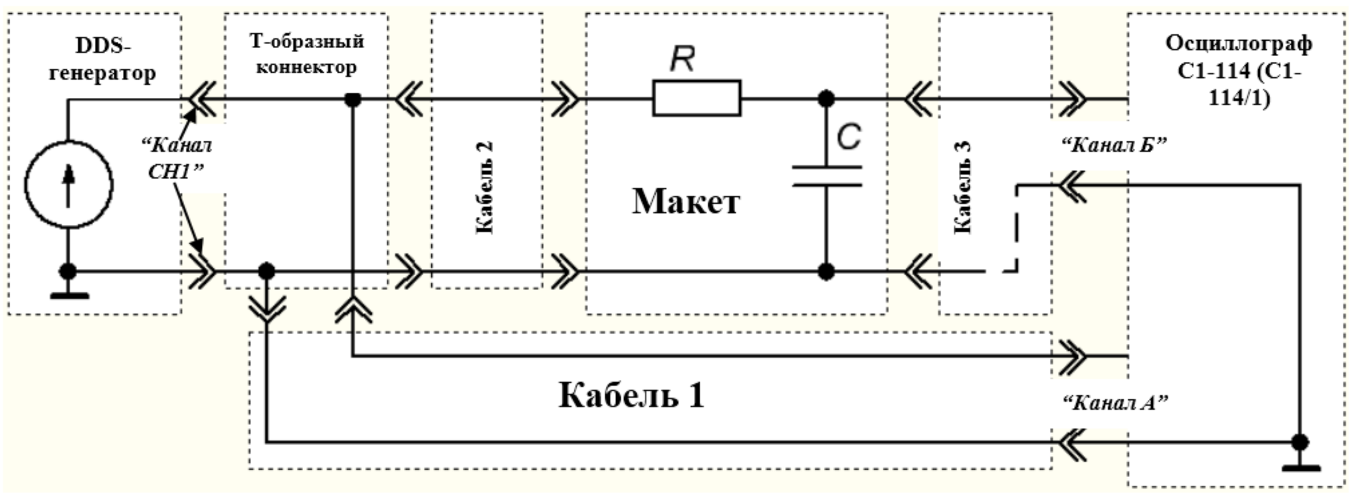


Рисунок 4.8 – Схема для исследования переходных процессов ёмкости *RC*-цепи

4.5.4 Настроить генератор импульсов:

a) включите DDS-генератор и осциллограф;

b) включите канал CH1 DDS-генератора;

c) нажав «WAVE», кнопками «◄» или «►» установить формируемый сигнал «SQUARE» (прямоугольные импульсы);

d) в настройке «Amplitude» подстроить примерно 1 В, добившись 2 больших деления по оси Оу на осциллографе при цене деления «.5 В»;

e) в настройке «OFFS» установить вертикальное смещение 0,5 В, или половину амплитуды импульса *U/2*;

f) убедиться, что получись строго однополярные импульсы с амплитудой в целое количество клеток на осциллографе (рисунок 4.9);

g) настроить частоту импульсов $f_и$ согласно условию

$$f_и \le 0{,}1/\tau_{RC},$$

округлив её значение в меньшую сторону.

4.5.5 Настроить осциллограф так, чтобы на экране получилось 1-2 периода импульсного сигнала $u(t)$ и выходного напряжения $u_C(t)$ (рисунок 4.9).

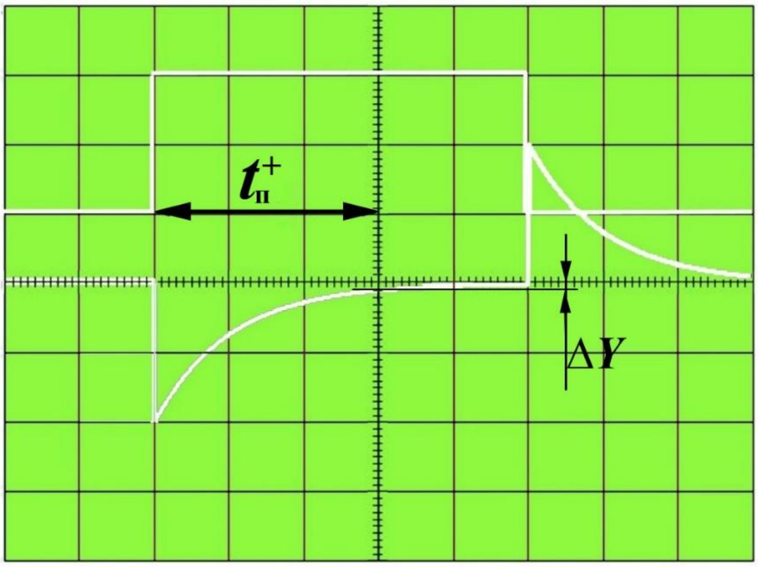


Рисунок 4.9 – Пример осциллограммы ПП (не в *RC*-цепи)

4.5.6 По осциллограмме измерить по 5-ти процентному критерию экспериментальные значения $t_п^+$ и $t_п^-$, придерживаясь следующих рекомендаций:

а) вычислите величину ΔY в делениях осциллографа, соответствующую 5 % от амплитуды ПП (например, для ПП рисунка 4.9 ΔY=0.1 от большого деления);

b) подкрутите регулятор «↕» так, чтобы начало и конец исследуемого ПП (от положительного или отрицательного перепада) и установившиеся значения находились на горизонтальных линиях разметки экрана осциллографа (рисунок 4.9);

с) подкрутите регулятор «↔» так, чтоб расстояние от пересечения траектории ПП с осью *Oy* до установившегося значения составило величину *ΔY* (рисунок 4.9);

d) измерьте интервал времени $t_п^+$ от начала ПП до оси *Oy* (рисунок 4.9).

При корректных измерениях значения $t_п^+$ и $t_п^-$ должны незначительно отличаться друг от друга (не более, чем на 10 %) и от расчётного значения (не более, чем на 20 %). Зафиксировать измеренные значения в таблицу П.1.

4.5.7 Зафиксировать полученные диаграммы $u(t)$ и $u_C(t)$ в отчёт, соблюдая и фиксируя масштабы по *Ox* и *Oy*.

4.5.8 Для измерения ПП напряжения резистора $u_R(t)$ поменять местами штыри «кабеля 2» на макете. Если была подключена «земля» «кабеля 3» – переключить её на крайний зажим резистора. В итоге должна получиться схема рисунка 4.10.

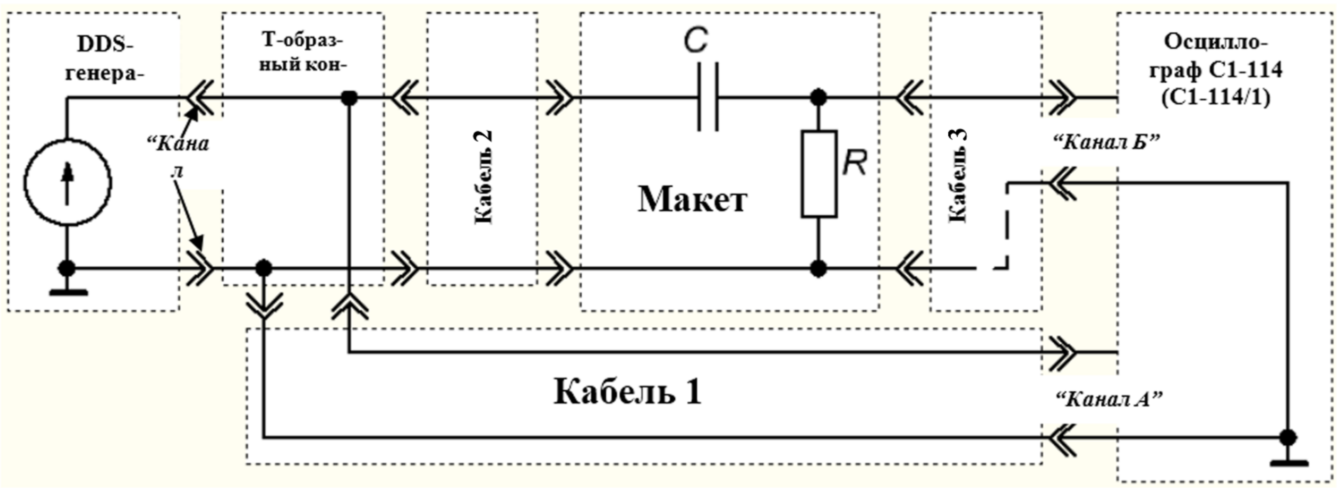


Рисунок 4.10 – Схема для исследования переходных процессов резистора *RC*-цепи

4.5.9 Пользуясь рекомендациями 4.5.5…4.5.7 настоящего подраздела, исследовать ПП напряжения резистора $u_R(t)$.

4.6 Экспериментальное исследование переходных процессов в *RL*-цепи

4.6.1 Собрать на макетном стенде *RL*-цепочку (схема рисунка 4.11).

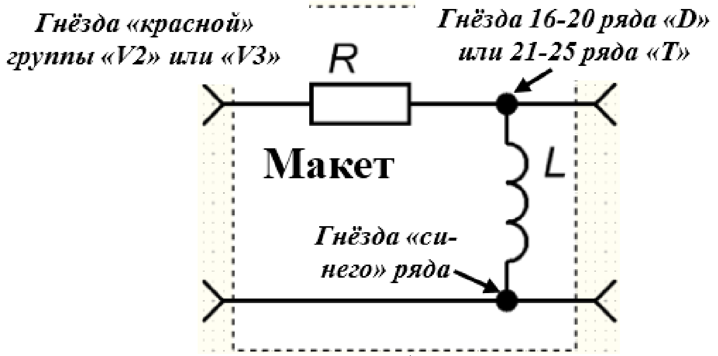


Рисунок 4.11 – *RL*-цепочка на макетном стенде

4.6.2 Выполняя действия, аналогичные действиям подраздела **Ошибка! Источник ссылки не найден.**, исследовать переходные процессы для $u_L(t)$ и $u_R(t)$ *RL*-цепи. Результаты аналогичных измерений зафиксировать в таблицу П.2.

4.7 Экспериментальное исследование переходных процессов в *RLC*-цепи

4.7.1 Собрать на стенде последовательную *RLC*-цепочку (схема рисунка 4.12).

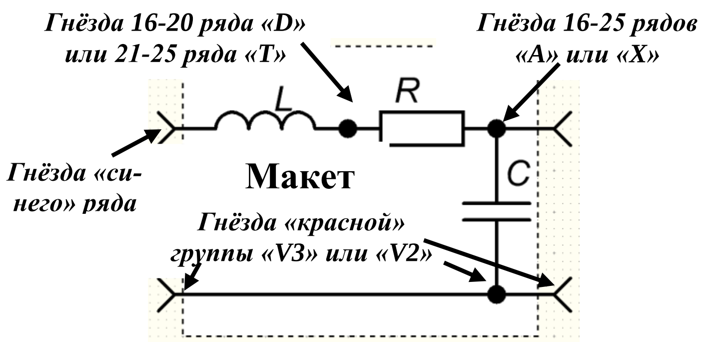


Рисунок 4.12 – RLC-цепочка на макетном стенде

4.7.2 Пользуясь рекомендациями пункта 4.5.3 раздела 4.5, подключить к макетному стенду генератор импульсов и осциллограф. Выходное напряжение – $u_C(t)$.

4.7.3 Пользуясь рекомендациями пункта 4.5.4 подраздела 4.5, настроить DDS-генератор. Частоту импульсов установить, ориентируясь на соотношение

$$f_и \le 0{,}3/t_п^+, \tag{4.3}$$

округлив её в меньшую сторону. В (4.3) $t_п^+$ – время ПП, определённое при качественном анализе.

4.7.4 Получить на осциллографе 1 - 2 периода импульсного сигнала и выходного напряжения $u_C(t)$ (рисунок 4.13).

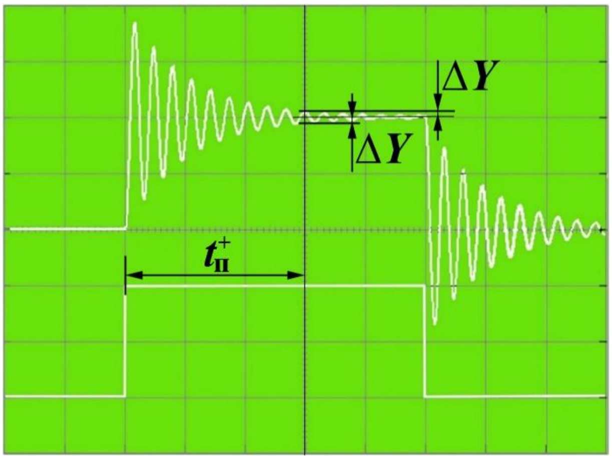


Рисунок 4.13 – Пример осциллограммы ПП

4.7.5 По осциллограмме измерить по 5-ти процентному критерию экспериментальные значения t_n^+ и t_n^-. придерживаясь следующих рекомендаций:

a) выполните действия a) и **Ошибка! Источник ссылки не найден.**b) пункта REF _Ref469863969 \r \h 4.5.6;

b) если характер ПП апериодический – подкручиваете регуляторы «↔» так же, как и при действии c) пункта 4.5.6;

c) при затухающем гармоническом характере ПП подстраиваете «↔» так, чтобы его осциллограмма в точке пересечения с осью *Oy* последний раз *пересекала коридор значений* $Y \in (Y\text{-}\Delta Y,\ Y+\Delta Y)$ (рисунок 4.13);

d) измерьте интервал времени t_n от начала ПП до оси *Oy* (рисунок 4.13) (при корректных измерениях значения $t_п^+$ и $t_п^-$ должны отличаться не более, чем на 10 % друг от друга и не более, чем на 20 % от расчётного значения);

e) зафиксировать измеренные значения в таблицу П.3.

4.7.6 Зафиксировать в отчёт осциллограммы, записав масштабы по *Ox* и *Oy*.

4.7.7 Для исследования ПП $u_R(t)$ на макетном стенде поменять местами конденсатор и резистор. В итоге должна получиться измерительная схема рисунка 4.14.

4.7.8 Пользуясь рекомендациями 4.7.4…4.7.6 исследовать ПП для напряжения резистора $u_R(t)$. Измеренные длительности ПП – в таблицу П.3.

4.7.9 Для анализа ПП $u_L(t)$ поменять местами выводы «кабеля 2» на макетном стенде (рисунок 4.15). Если был подключен штырёк «земля» «кабеля 3» – переключить её на крайний зажим катушки. Сигнальный штырь «кабеля 3» переключить на соединение катушки и соседнего элемента (на рисунке 4.15 – конденсатора).

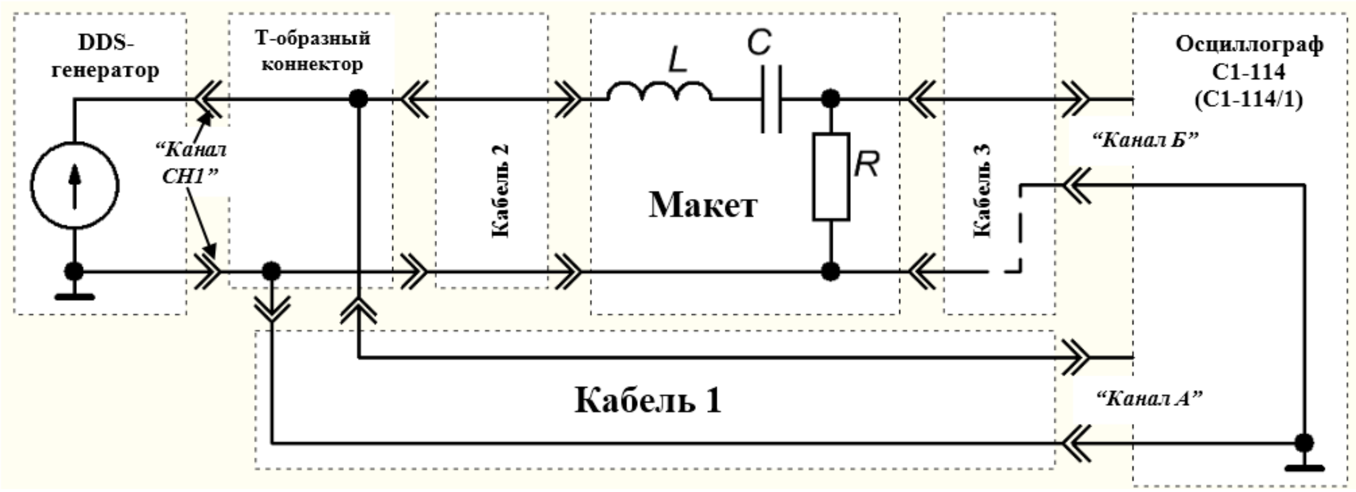


Рисунок 4.14 – Измерительная схема для анализа ПП напряжения $u_R(t)$

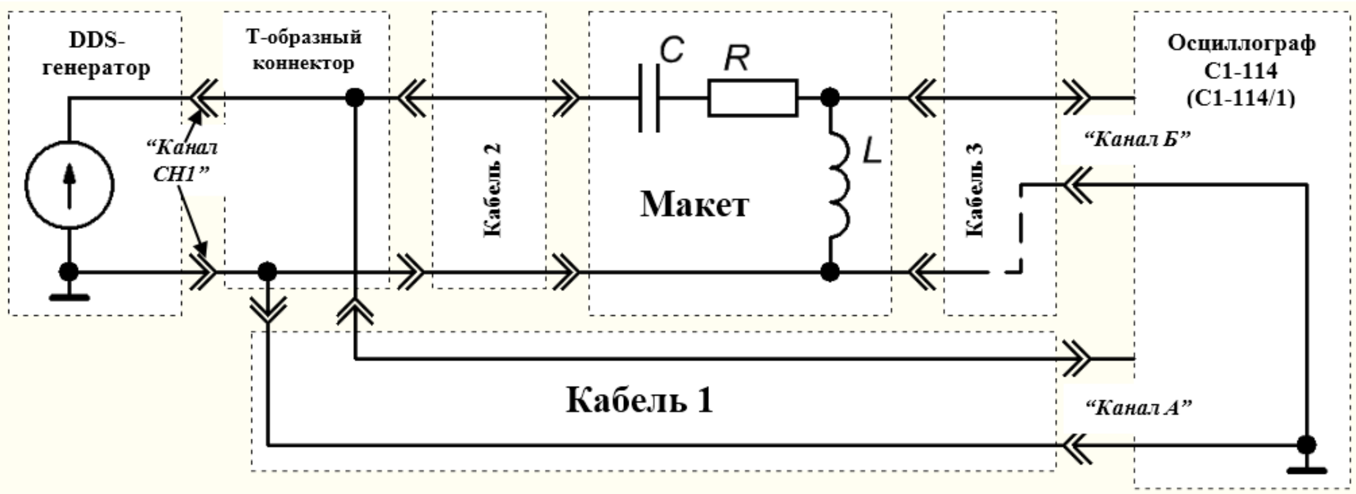


Рисунок 4.15 – Измерительная схема для анализа ПП напряжения $u_L(t)$

4.7.10 Пользуясь рекомендациями 4.7.4…4.7.6 исследовать ПП для катушки – $u_L(t)$. Результаты измерений длительностей ПП – в таблицу П.3.

4.8 Расчёт переходного процесса в *RC*-цепи

4.8.1 Пользуясь алгоритмом анализа ПП (приложение Н) для цепей 1-го порядка и результатами качественного анализа (установившимися и начальными значениями, постоянной времени ПП) определите функции ПП $u_R(t)$ и $u_C(t)$ *RC-цепи* (рисунок 4.16) при положительном ($0 \le t < \tau_u$) и отрицательном ($t \ge \tau_u$) скачках напряжения $u(t)$ (рисунок 4.1). Остаётся досчитать собственные частоты и постоянные интегрирования, записать выражения. Считать длительность импульса $\tau_u \ge 5 \cdot \tau_{RC}$.

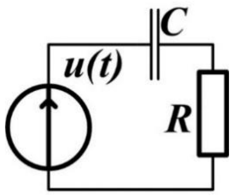


Рисунок 4.16 – *RC*-цепочка

4.8.2 В программной среде Маткад построить диаграммы рассчитанных ПП:

a) введите в программную среду Маткад полученные выражения ПП при положительном – $u1_R(t)$, $u1_C(t)$, и при отрицательном – $u2_R(t)$, $u2_C(t)$ перепадах входного напряжения;

b) введите в Маткад диапазон времени для построения диаграмм

$$t := 0, 0.1 \cdot \tau_{RC} .. 10 \cdot \tau_{RC};$$

c) введите функции для построения графиков (рисунок 4.17).

$$u_C(t) := \begin{vmatrix} u1_C(t) & \text{if } 0 \le t < 5 \cdot \tau_{RC} \\ u2_C(t - 5 \cdot \tau_{RC}) & \text{otherwise} \end{vmatrix} \qquad u_R(t) := \begin{vmatrix} u1_R(t) & \text{if } 0 \le t < 5 \cdot \tau_{RC} \\ u2_R(t - 5 \cdot \tau_{RC}) & \text{otherwise} \end{vmatrix}$$

Рисунок 4.17 – Функции для построения

4.8.3 По построенным диаграммам оценить с погрешностью менее 5 % время ПП $t_п^+$ и $t_п^-$ для обоих скачков.

4.8.4 Результаты измерений сравнить с расчётным значением $t_п$ и зафиксировать в таблицу П.1 в строчку «графика».

4.9 Расчёт переходного процесса в *RL*-цепи

Выполняете те же операции, что и в предыдущем разделе 4.8, изменив индексы переменных. Результаты аналогичных вычислений и графических измерений зафиксируйте в таблицу П.2.

4.10 Расчёт переходного процесса в последовательном *RLC*-контуре

4.10.1 Используя алгоритм анализа ПП для цепей *n*-го порядка классическим методом, вы уже многое рассчитали при качественном анализе ПП. Вам остаётся досчитать постоянные интегрирования $A1_i$ и $A2_i$, затем записать аналитические выражения $u_R(t)$, $u_L(t)$ и $u_C(t)$ при том же воздействии $u(t)$ рисунок 4.1).

4.10.2 Выполнить оценку времени наблюдения ПП *t5* с помощью следующих рекомендуемых соотношений:

- при апериодическом характере ПП

$$t5 = 5 / |p2|,$$

где *p2* – значение собственной частоты с положительным корнем дискриминанта;

- при затухающем гармоническом характере ПП

$$t5 = 5/\alpha \,.$$

4.10.3 Оценить шаг построения диаграммы ПП с помощью соотношений:

- при апериодическом характере ПП

$$\Delta t = 0{,}01/ |p1|,$$

где *p1* – значение собственной частоты со знаком «-» перед корнем дискриминанта;

- при затухающем гармоническом характере ПП

$$\Delta t = 0{,}01 \cdot T,$$

где

$$T=2\cdot\pi/w0.$$

4.10.4 Для построения диаграмм ПП:

а) введите в программную среду Маткад полученные выражения ПП при положительном – $u1_R(t)$, $u1_L(t)$ и $u1_C(t)$, а также при отрицательном – $u2_R(t)$, $u2_L(t)$ и $u2_C(t)$ перепадах входного напряжения;

b) введите диапазон времени:

$$t := 0, \Delta t .. t5;$$

c) введите в Маткад функции для построения графиков (рисунок 4.18).

$$u_R(t) := \begin{cases} u1_R(t) & \text{if } 0 \le t < t5 \\ u2_R(t - t5) & \text{otherwise} \end{cases} \quad u_C(t) := \begin{cases} u1_C(t) & \text{if } 0 \le t < t5 \\ u2_C(t - t5) & \text{otherwise} \end{cases} \quad u_L(t) := \begin{cases} u1_L(t) & \text{if } 0 \le t < t5 \\ u2_L(t - t5) & \text{otherwise} \end{cases}$$

Рисунок 4.18 – Функции для построения

4.10.5 По построенным диаграммам оценить с погрешностью менее 5% длительности ПП $t_п^+$ и $t_п^-$ для обоих скачков.

4.10.6 Результаты измерений – в таблицу П.3 в строчку «графика».

4.11 Выводы и заключения

Сделать экспертное заключение:

- о соотношении между постоянными времени τ_{RC} и τ_{RL} и экспериментальными значениями времени установления ПП соответствующих цепей;

- о соотношении между собственными частотами p_1, p_2, декрементом затухания α, резонансной частотой w_0 и экспериментальным временем установления ПП в резонансном контуре.

4.12 Содержание отчёта

4.12.1 Цель лабораторной работы.

4.12.2 Электрические схемы исследуемых цепей.

4.12.3 Сканы (фото) качественных диаграмм ПП (в нормальном качестве).

4.12.4 Фото осциллограмм ПП.

4.12.5 Домашние расчёты ПП и их диаграмм в программной среде Маткад.

4.12.6 Таблицы П.1, П.2 и П.3 с результатами вычислений и измерений.

4.12.7 Выводы и заключения.

4.13 Примерные контрольные вопросы и задачи к защите

4.13.1 Понятие переходного процесса в реактивных цепях.

4.13.2 Законы коммутации. Какие электрические величины – независимые?

4.13.3 Какие начальные условия называются зависимыми.

4.13.4 Какой ПП – свободный? Аналитическое представление свободного ПП.

4.13.5 Подходы к определению установившейся составляющей.

4.13.6 Разновидности ПП в цепях высокого порядка. Параметры ПП.

4.13.7 Задачи на анализ ПП в реактивных цепях 1-го и 2-го порядков.

Лабораторная работа 5. Нелинейные цепи. Вольтамперные характеристики

Цели работы:

1) изучение и закрепление графоаналитических методов расчёта вольтамперных характеристик (ВАХ) сложных нелинейных двухполюсников;

2) изучение экспериментального метода построения ВАХ на экране осциллографа простых м сложных нелинейных двухполюсников;

3) закрепление экспериментальных методов измерения параметров нелинейных двухполюсников с помощью ВАХ.

5.1 Введение в графоаналитический метод расчёта ВАХ сложных цепей

5.1.1 Построение входной ВАХ последовательного соединения. Два элемента *R1* и *R2* последовательно соединены (рисунок 5.1).

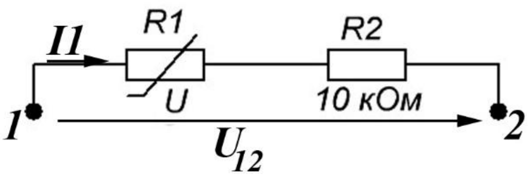


Рисунок 5.1 – Последовательная цепь с нелинейным элементом

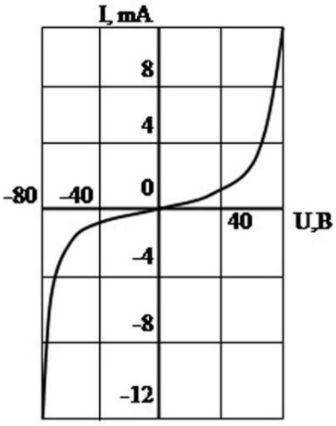
ВАХ нелинейного резистора *R1* (варистора) известна (рисунок 5.2,а). ВАХ линейного *R2* определяется законом Ома (рисунок 5.2,б)

$$U_{R2}(I) = I \cdot R2. \tag{5.1}$$

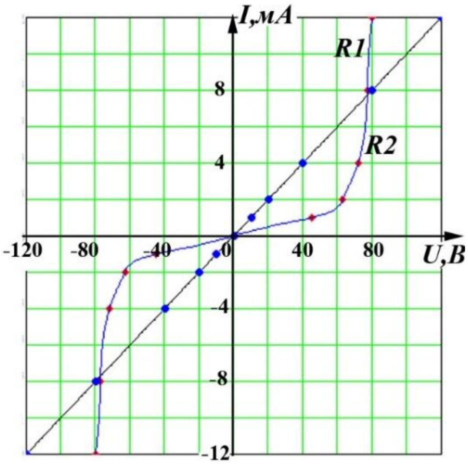
Для построения ВАХ (5.1) хвати двух крайних точек (для избытка точности – трёх) при токе из того же диапазона, что и для ВАХ *R1* – при *I*= {-12, 0, 12} мА.

При этом закон функции (5.1) использовался для координаты “*x*”. Для *симметричных монотонных* ВАХ это неважно, как задавать их функции – *x(y)* или *y(x)*. Для ВАХ резистора *R2* возможно воспользоваться и обратной функцией

$$I_{R2}(U) = U/R2.$$



а) ВАХ нелинейного R1 (варистора)



б) … и ВАХ линейного резистора $R2=10$ *кОм*

Рисунок 5.2 – ВАХ элементов R1 и R2

Через *R1* и *R2* протекает один и тот же ток *I1* (рисунок 5.1). *Для каждого значения тока* $I1_i$ *общее напряжение указанной цепи получим, определив по ВАХ каждого элемента значения* $U_{R1,i}$ *и* $U_{R2,i}$ *и затем их сложив. То есть, входная ВАХ последовательно соединённых элементов получаются сложением их ВАХ по напряжению*

$$U_{12,i}(I1) = U_{R1,i}(I1_i) + U_{R2,i}(I1_i).$$

Для суммарной ВАХ рисунка 5.3 взято одиннадцать точек. «Частота» выбора точек следующая – на интервалах, где ВАХ «круче», берём отсчёты чаще, где ВАХ почти линейна или постоянна – реже. На рисунке 5.3 – пример графического получения одной точки суммарной ВАХ $U_9(I1)$. В таблице 5.1 – все результаты.

Таблица 5.1 – Результаты расчётов входной ВАХ последовательного соединения

$I1_i$, *мА*	-12	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8	12
$U_{R1,i}$, *В*	-80	-77,2	-71,9	-63	-44,8	0	44,8	63	71,9	77,2	80
$U_{R2,i}$, *В*	-120	-80	-40	-20	-10	0	10	20	40	80	120
$U_{12,i}$, *В*	-200	-157,2	-111,9	-83	-54,8	0	54,8	83	111,9	157,2	200

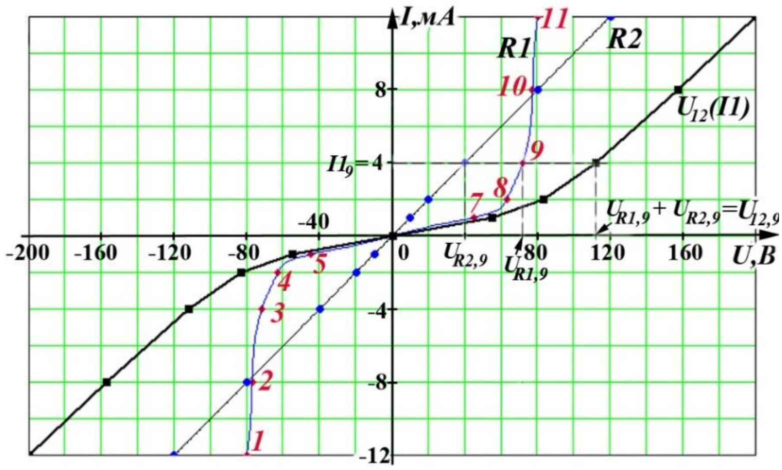


Рисунок 5.3 – Суммирование ВАХ «по напряжению»

5.1.2 Построение входных ВАХ параллельного соединения. Теперь те же элементы *R1* и *R2* соединены параллельно (рисунок 5.4).

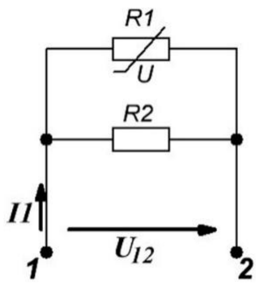


Рисунок 5.4 – Параллельная цепь с нелинейным элементом

Их напряжения одинаковы, соответствуют входному U_{12}. *Для каждого значения напряжения* $U_{12,i}$ *общий ток I1 всей цепи можем получить, определив по их ВАХ значения токов* $I_{R1,i}$ *и* $I_{R2,i}$ *и затем их сложив. Таким образом, входная ВАХ параллельно соединённых элементов получают сложением ВАХ по току*

$$I_i = I_{R1,i}(U_{12,i}) + I_{R2,i}(U_{12,i}).$$

Для получения суммарной ВАХ рисунка 5.5 взяты одиннадцать точек при тех же напряжениях ВАХ варистора *R1*. Показан пример графического получения одной точки суммарной ВАХ $I1(U_{12})$. В таблице 5.2 – численные результаты расчётов.

5.1.3 Входные ВАХ последовательных резистивно-диодных цепей.

Пример 1 – На рисунке 5.6 – последовательная цепь с германиевым диодом. На его ВАХ (рисунок 5.7) видно, что при напряжении, меньше порогового

$$U_{VD} \le U_{пор} = 0{,}2\ В \rightarrow I_{VD} = 0.$$

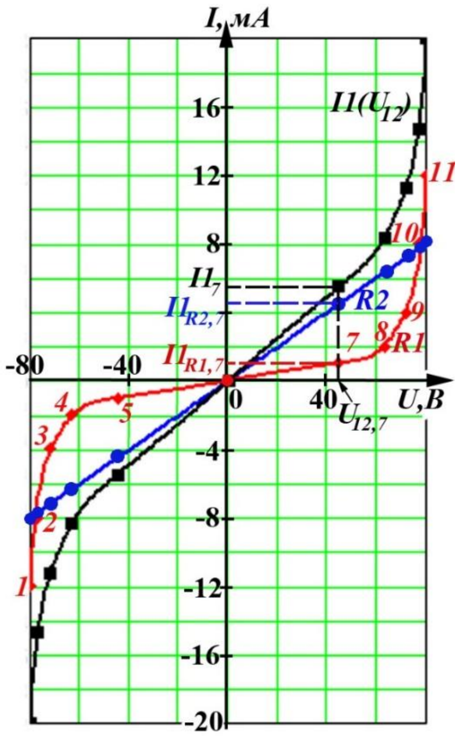


Рисунок 5.5 – Суммирование ВАХ «по току»

Таблица 5.2 – Результаты расчётов суммарной ВАХ параллельного соединения

$U_{12,i}$, В	-80	-77,2	-71,9	-63	-44,8	0	44,8	63	71,9	77,2	80
$I_{R1,i}$, мА	-12	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8	12
$I_{R2,i}$, мА	-8	-7,72	-7,19	-6,3	-4,48	0	4,48	6,3	7,19	7,72	8
$I1_i$, мА	-20	-15,72	-11,19	-8,3	-5,48	0	5,48	8,3	11,19	15,72	20

В действительности через закрытый *p-n* переход ток протекает (обратный), но он на 3…4 порядка меньше прямого – учитывать его нет смысла.

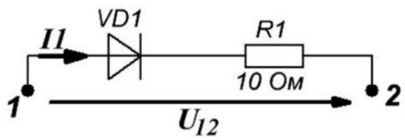


Рисунок 5.6 – Последовательная цепь с нелинейным вентильным элементом

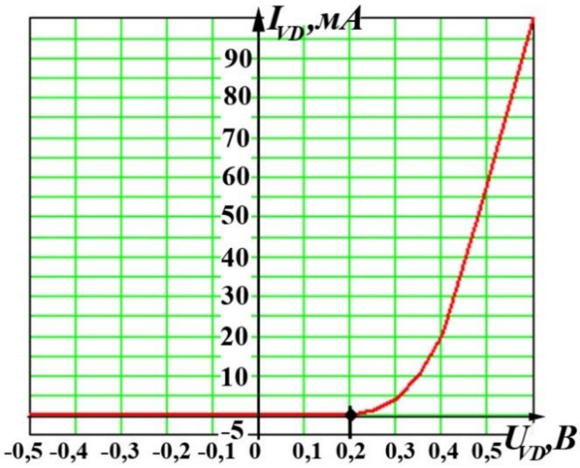


Рисунок 5.7 – ВАХ германиевого диода

При напряжениях

$$U_{VD} > U_{пор} = 0{,}2\ В.$$

цепь рисунка 5.6 аналогична цепи рисунка 5.1, и метод получения ВАХ – сложением абсцисс – аналогичен (суммарная ВАХ рисунка 5.8).

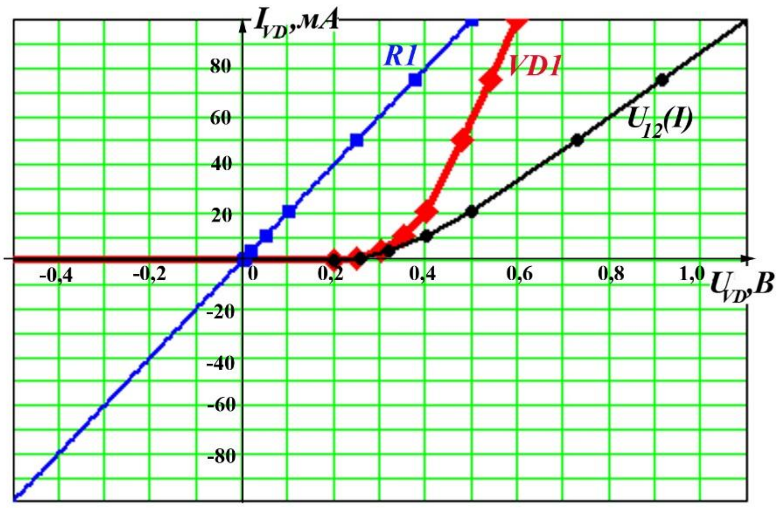


Рисунок 5.8 – Получение ВАХ последовательной цепи с вентильным элементом

При напряжении

$$U_{VD} \in (-\infty \ldots U_{пор}]$$

диодный вентиль закрыт, разомкнут (схема рисунка 5.9), поэтому на резисторе *R1* напряжение нулевое, всё входное напряжение U_{12} падает на зажимах диода. Общее ВАХ цепи определится только вольтамперной характеристикой диода (рисунок 5.8)

$$при\ U_{VD} \in (-\infty \ldots U_{пор}\ ] \rightarrow U_{12} = U_{VD}\ и\ I1 = 0.$$

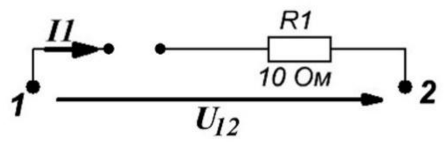


Рисунок 5.9 – Схема замещения при закрытом вентиле

Итоговая ВАХ – «красная» диаграмма на рисунке 5.8.

Кроме рассмотренного случая встречаются нелинейные элементы с участками ВАХ, также с бесконечным дифференциальным сопротивлением, но ненулевым током (ВАХ базо-коллекторного перехода БП-транзистора, фотодиода). В таком случае нелинейный элемент вместо «обрыва» замещается источником тока, общее входное напряжение определиться уравнением по 2-му правилу Кирхгоффа. В рамках настоящей лабораторной работы с такими случаями вы не столкнётесь.

Пример 2 – Рассмотрим ещё один, более сложный пример с двумя вентильными элементами – тем же диодом VD1 и кремниевым стабилитроном VD2 ($U_{пор2} = \varphi_k = 0,6$ В, с выдуманным напряжением стабилизации $U_{cm}=1,15$ В).

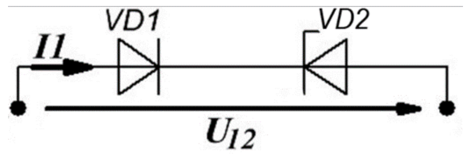


Рисунок 5.10 – Схема с двумя вентилями

На ВАХ стабилитрона наблюдается уже два пороговых напряжения – контактная разность потенциалов p-n-перехода $U_{пор2}=\varphi_k=0,6$ В, и максимальное по модулю напряжение электрического пробоя $U_{пор3}= 1,0$ В (рисунок 5.11).

Поэтому между указанными напряжениями

$$U_{VD2} \in [-U_{пор3} \ldots U_{пор2}] \rightarrow I_{VD2} = 0$$

стабилитрон находится в состоянии обрыва.

Перед расчётом, при построении элементарных ВАХ (каждого) необходимо учесть, что выбранное направление напряжения U_{12} для стабилитрона VD2 является обратным, то есть график рисунка 5.11 необходимо развернуть на 180° относительно начала координат («красный» график рисунка 5.12).

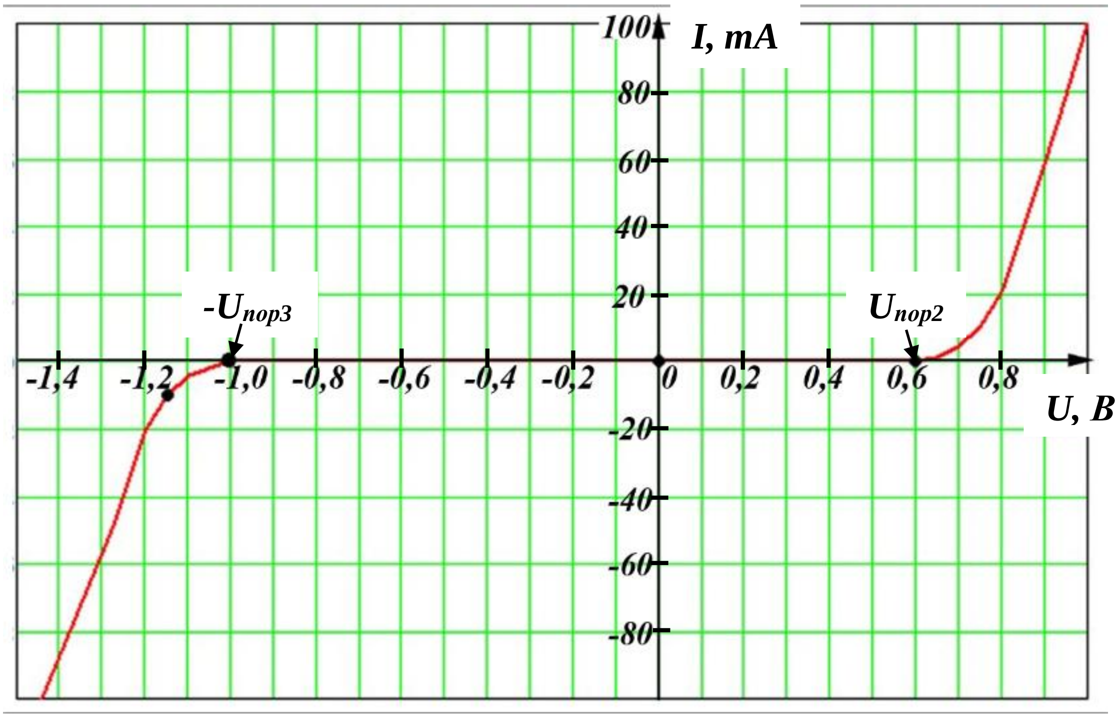


Рисунок 5.11 – ВАХ стабилитрона

Построить попробуем поэтапно. Сначала складываем ВАХ *VD1* и *VD2* по напряжению при положительном U_{12}. Для этого задаёмся токами при напряжениях любого из элементов (*VD1* или *VD2*), больших его порогового напряжения. Например, токами стабилитрона при напряжениях

$$U_{VD2} \geq U_{пор3}$$

в отмеченных на ветви *EF* точках

$$I = \{0, 1, 4, 10, 20, 50, 76, 100\}\ мА.$$

Сложив напряжения ветвей *CD* и *EF* при указанных токах, получим ветвь *GH*.

Следующий этап. Очевидно, что при напряжениях

$$-U_{пор2} \leq U_{12} < U_{пор1} + U_{пор3} \qquad (5.2)$$

закрыты оба вентиля. А при напряжениях

$$U_{12} < -U_{пор2} \tag{5.3}$$

закрытый диод *VD1* не даст открыться стабилитрону. Поэтому при (5.2) и (5.3)

$$I=0.$$

Итоговая ВАХ – «чёрная» линия *I, G, H* (рисунок 5.12).

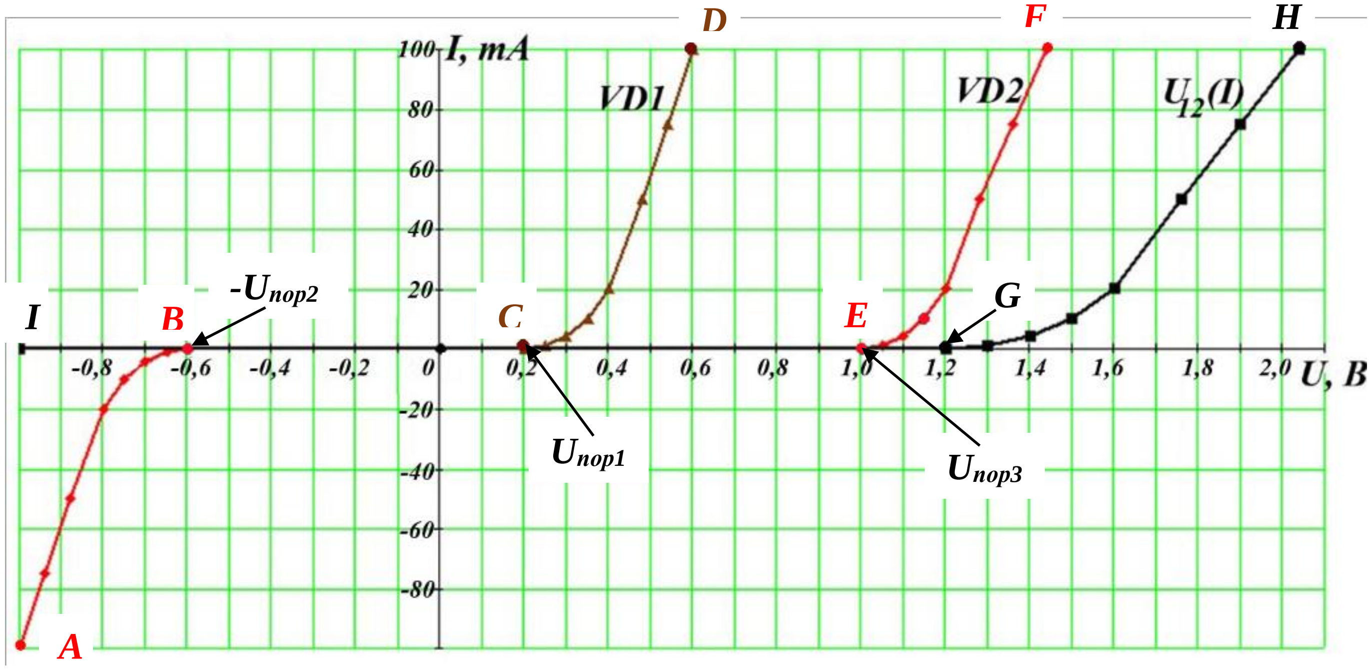
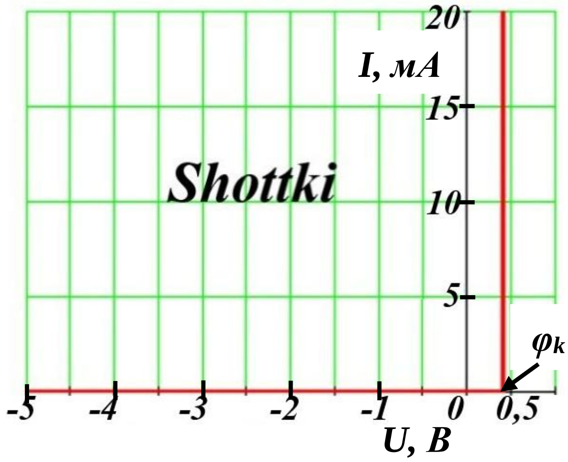


Рисунок 5.12 – Построение ВАХ с двумя вентилями

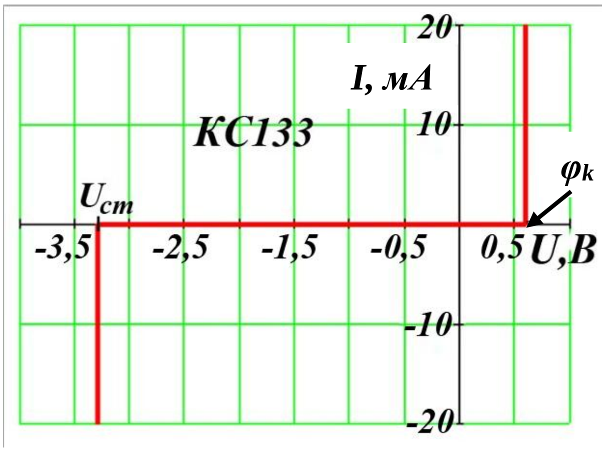
5.1.4 ВАХ идеализированных элементов. В учебной литературе [2, стр. 68-73] рассматриваются ВАХ идеализированных элементов – источников напряжения, источников тока, идеального диода (с нулевым напряжением отпирания), а также способы представления реальных нелинейных двухполюсников с помощью перечисленных элементов и расчёт их ВАХ.

В рамках настоящей работы вместо подробных ВАХ диодов (как на рисунке 5.7) и стабилитронов (как на рисунках 5.11 или 5.12) будете использовать упрощённые (идеализированные, аппроксимированные) ВАХ указанных приборов.

В отличие идеализированного диода в ВАХ диода рисунка 5.13,а учитывается ненулевая контактная разность потенциалов φ_k – пороговое напряжение отпирания.



а) Диод (Шоттки)



б) Стабилитрон КС133

Рисунок 5.13 – Аппроксимированные ВАХ диодов и стабилитрона

В таблице 5.3 приведены вероятные диапазоны её значений для p-n-переходов различных типов. Значения φ_k для конкретных диодов можете определить по показаниям цифрового мультиметра при «прозвонке» p-n-перехода.

Таблица 5.3 – Контактная разность потенциалов разных p-n-переходов

Тип P-N-перехода	Контактная разность потенциалов φ_k, В
Кремниевый (Si)	0,4…0,7
Германиевый (Ge)	0,1…0,3
Переход металл-полупроводник (переход Шоттки)	0,15…0.5

Стабилитронам (рисунок 5.13, б) характерны два порога – контактная разность потенциалов $\varphi_к$ кремниевого p-n перехода и напряжение стабилизации $U_{ст}$.

5.2 Расчёт вольтамперной характеристики сложной нелинейной цепи

Задачи расчёта – построить упрощённые ВАХ участков цепей одного из двухполюсников рисунка 5.14 (в зависимости от варианта бригады):

- последовательного соединения диода *VD1* и резистора *R1*;
- последовательного соединения стабилитрона *VD2* и резистора *R2*;
- всего двухполюсника в целом.

а) б)

Рисунок 5.14 – Варианты сложных нелинейных резистивных цепей

5.2.1 В таблице 5.4 – варианты нелинейных элементов, сопротивлений *R1* и *R2*.

Таблица 5.4 – Варианты параметров элементов цепей

Поз.	№20	№21	№22	№23	№24	№10	№11	№12	№13	№14
VD1	1N5819	Д9, Ge	Д503	КД522	КД522	1N4148	1N4148	1N5819	Д9, Ge	Д9, Ge
VD2	КС168	КС133	Д814А1	КС170	1N4732	1N4733	RC133	КС168	1N4735	КС162
VD3	КД522	КД521	1N5819	Д9	Д9	1N5819	Д9	1N4148	1N4148	1N4148
R1=R2, Ом	220	220	220	220	150	150	200	220	270	100
Схема рисунка 5.14	б)	а)	а)	б)	а)	а)	а)	б)	а)	б)

5.2.2 Прозванивая p-n-переходы диодов и стабилитрона мультиметром в прямом направлении, определите их контактные разности потенциалов $\varphi_к$, результаты сравните со значениями таблицы 5.3 и зафиксируйте в таблицу 5.5.

5.2.3 Напряжение стабилизации $U_{ст}$ для VD2 определите по справочникам или datasheet из интернета. Найденное значение – в таблицу 5.5.

5.2.4 Используя полученные данные, построить в разных системах координат аппроксимированные ВАХ для диода и стабилитрона.

5.2.5 Используя правила построения общих ВАХ последовательных соединений, построить ВАХ цепочек *R1-VD1* и *R2-VD2* рисунка 5.14 своего варианта.

5.2.6 Используя правила построения общих ВАХ параллельных соединений, на отдельном графике построить ВАХ всей цепи рисунка 5.14.

5.3 Задачи экспериментальной части

Экспериментальные задачи – измерение осциллографом ВАХ:

- диодов *VD1* и *VD3* с разными типами p-n переходов;
- стабилитрона;
- последовательного соединения диода VD1 и резистора R1 (рисунок 5.14);
- последовательного соединения стабилитрона VD2 и резистора R2;
- полной цепи рисунка 5.14.

При измерениях используются:

- DDS-генератор Cleqee (или JDS6600);
- осциллограф – либо аналоговый С1-114, либо цифровой UTD2102CEX.

5.4 Подготовка приборов к работе

5.4.1 *При работе с осциллографом С1-114.*

5.4.1.1 Переключить осциллограф С1-114 в режим формирования горизонтальной развёртки от внешнего сигнала (от входа «X»):

- переключатель «ВРЕМЯ/ДЕЛ» перевести в положение «$\overset{\ominus}{x}$»;
- включить внешнюю синхронизацию – кнопка на правой панели, внизу.

5.4.1.2 Получить горизонтальную развёртку от источника калибровочных импульсов «0.5V» (или «0.6V»), оценить цену деления Δu_x по горизонтали в вольтах.

5.4.1.3 Учитывая, что сопротивление токового шунта $R_ш = 5\ Ом$, вычислить цену деления по горизонтали в амперах:

$$\Delta i = \Delta u_x / R_ш. \qquad (5.4)$$

5.4.1.4 Временно подключив DDS-генератор к входу «Y» осциллографа, настроить амплитуду гармонических колебаний $U_m \leq 5\ В$ или размах $2{\cdot}U_m \leq 5\ В$.

5.4.2 *При работе с осциллографом UTD2102CEX0*

5.4.2.1 Вызвать меню «Display» (кнопка «DISPLAY»).

5.4.2.2 Кнопкой «F2» сменить формат «YT» на «XY».

5.4.2.3 Если указатель «1» не светится (рисунок 5.15) – нажать кнопку «CH1».

Рисунок 5.15 – Дисплей осциллографа UTD2102CEX0

5.4.2.4 Подкручивая «малую» рукоятку «VERTICAL POSITION» установить нулевое положение указателя «1» по оси Ох.

5.4.2.5 Нажать кнопку «CH2» – «засветится» указатель «2» (рисунок 5.15).

5.4.2.6 Подкручивая «малую» рукоятку «VERTICAL POSITION» установить нулевое положение указателя «2» по оси Оу.

5.4.2.7 Рекомендуемые начальные масштабы Δu_x (CH1) – 500 мВ …1 В, Δu_y (CH2) – 100…200 мВ. Учитывайте, что цену деления шкалы тока Δi (здесь ось Оу, Ch2) потребуется вычислять с помощью выражения, аналогичного (5.4).

$$\Delta i = \Delta u_y / R_ш. \tag{5.5}$$

5.4.3 *При работе с функциональным DDS-генератором JDS6600*

5.4.3.1 Нажав сенсорную кнопку «сеть» слева внизу, включить генератор.

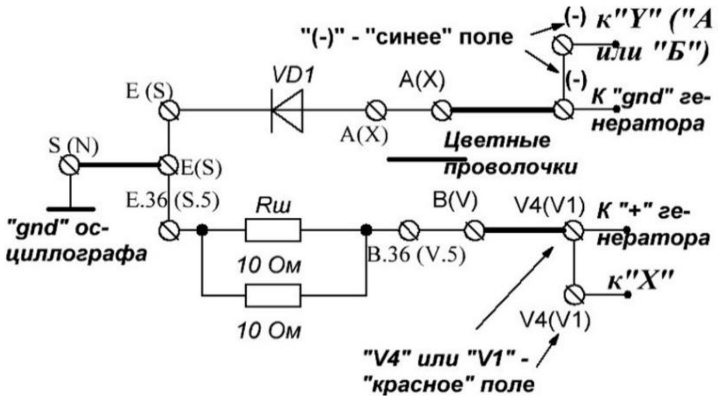
5.4.3.2 Нажав кнопку «WAVE», выбрать треугольный сигнал канала CH1.

5.4.3.3 Настроить частоту от 1 до 2 кГц.

5.4.3.4 Установить амплитуду 15…20 В.

5.5 Исследование вольтамперной характеристики диодов

5.5.1 Соединить на макетной плате диод VD1 с шунтом *Rш* и подключить стенд к осциллографу и генератору (рисунки 5.16 или 5.17). Потребуется три кабеля.



Жирными линиями показаны перемычки, они с цветной изоляцией.
Расшифровка координат гнёзд:

- буква в первой позиции указывает положение ряда гнёзд по вертикали;
- число во второй позиции – номер гнезда по горизонтали;
- координаты в скобках – альтернативный вариант расположения;
- если указаны только буквы (A, B E, S, (X), (V), (S), (N)) – можно использовать все гнёзда ряда в поле – 36…40 (1…5), они замкнуты;
- буквами V4 или V1 обозначены «красные» поля из 10 замкнутых гнёзд.

Рисунок 5.16 – Схема для исследования ВАХ диода осциллографом С1-114

5.5.2 Получение ВАХ на осциллографе. На экране С1-144 оно повёрнуто на 90° (рисунок 5.18,а), на цифровом – отзеркалено по горизонтали (рисунок 5.18,б). Для получения полной ВАХ – появления на экране её перегиба – плавно подкручивайте размах сигнала генератора, но не более 20 В.

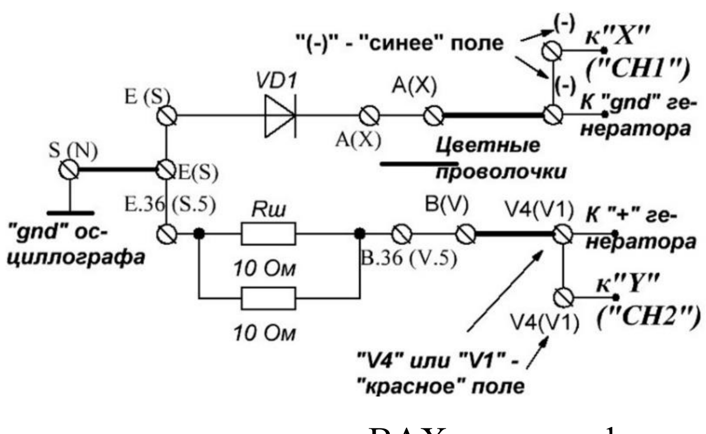
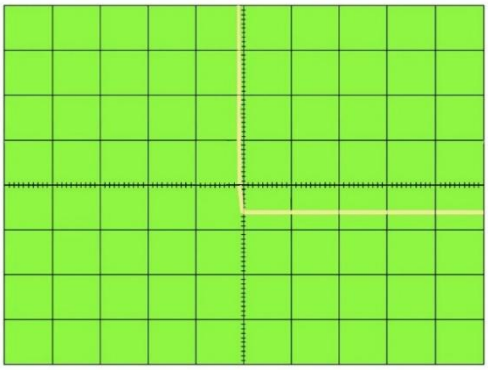


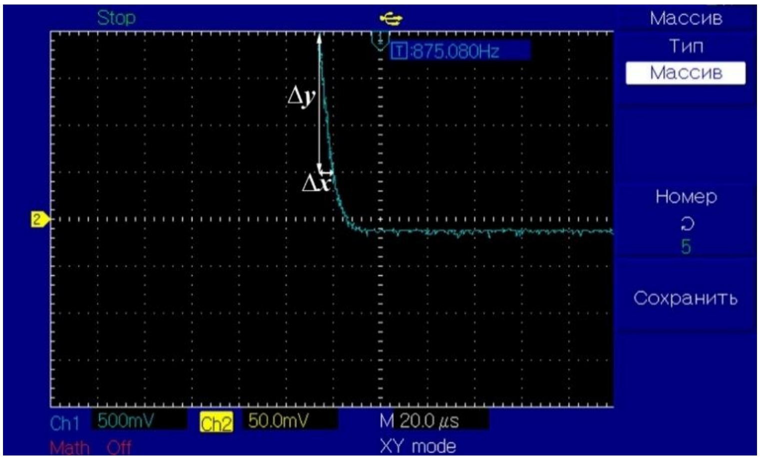
Рисунок 5.17 – Схема для исследования ВАХ диода цифровым осциллографом

5.5.3 Уточнить начало координат (для С1-114 – нажимая кнопку «земля» и замыкая вход «X» на землю, на цифровом – перемещая указатели «нуля»).

5.5.4 Подкручивая масштабы осей UTD2102CEX0 или масштаб по Оу для С1-114, добейтесь наиболее полного, но умещающегося на экране изображения ВАХ.



а) ВАХ на экране С1-114



б) ВАХ на дисплее цифрового осциллографа

Рисунок 5.18 – Примеры осциллограмм ВАХ диода

5.5.5 Изображение сфотографировать или записать на USB-flash.

5.5.6 Оценить по осциллограмме ВАХ прямое пороговое напряжение открывания диода $\varphi_{к,VD1}$. Результат – в таблицу 5.5.

Таблица 5.5 – Характеристики нелинейных элементов

Способ измерения	Порог открывания (контактная разность потенциалов), мВ			$U_{ст}$, В	Дифференциальное сопротивление, Ом			
	$\varphi_{к,VD1}$	$\varphi_{к,VD3}$	$\varphi_{к,VD2}$		$r_{д,VD1}$	$r_{д,VD3}$	$r_{д,VD2}$	$r_{ст}$
$\varphi_к$ – мультиметром, $U_{ст}$ – по справочникам								
Осциллографом								

5.5.7 Измерить дифференциальное сопротивление $r_{\partial,VD1}$ *линейного участка ВАХ* в открытом состоянии диода. $r_{\partial,VD1}$ вычисляете, мысленно построив на самом протяженном линейном участке ВАХ прямоугольный треугольник с катетами Δx и Δy (рисунок 5.18). Вычислить сопротивление можете так:

для осциллографа С1-114

$$r_{\partial,VD1} = \frac{\Delta y \cdot \Delta u_y}{\Delta x \cdot \Delta i},$$

для цифрового UTD2102CEX

$$r_{\partial,VD1} = \frac{\Delta x \cdot \Delta u_x}{\Delta y \cdot \Delta i},$$

где Δi – цена деления оси токов, определённая с помощью (5.4) или (5.5).

Либо так: для С1-114

$$r_{\partial,VD1} = \frac{\Delta y \cdot \Delta u_y}{\Delta x \cdot \Delta u_x} \cdot R_ш,$$

для UTD2102CEX

$$r_{\partial,VD1} = \frac{\Delta x \cdot \Delta u_x}{\Delta y \cdot \Delta u_y} \cdot R_ш.$$

Результаты – в таблицу 5.5.

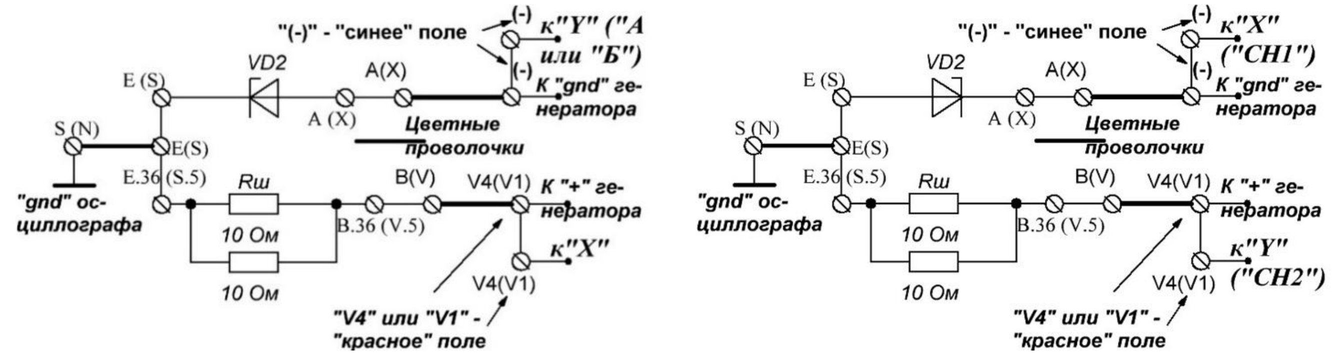
5.5.8 Аналогичную работу (пунктов 5.5.1…5.5.7) выполнить с диодом VD3 (вытащив диод VD1 из гнёзд и вставив VD3 в те же гнёзда). Измеренные контактную разность потенциалов $\varphi_{к,VD3}$ и дифференциальное сопротивления $r_{\partial,VD3}$ – в таблицу 5.5.

5.6 Исследование вольтамперной характеристики стабилитрона

5.6.1 Соединить на макетной плате стабилитрон с шунтом *Rш* (рисунок 5.19).

5.6.2 Плавно подкручивая амплитуду или размах сигнала генератора, получить на осциллографе полную ВАХ с двумя точками перегиба.

5.6.3 Подстройте начало координат и масштабы осей для наиболее полного, но неограниченного и наименее зашумлённого изображения ВАХ.



а) для С1-114 б) для цифрового осциллографа

Рисунок 5.19 – Схемы для исследования ВАХ стабилитрона

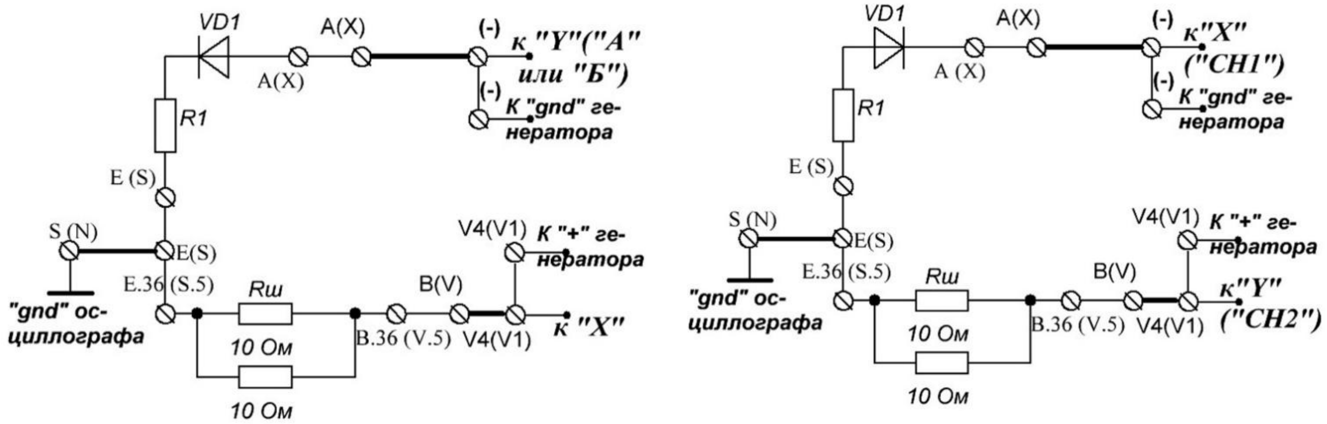
5.6.4 Сфотографировать или записать картинку на USB-flash для отчёта.

5.6.5 По осциллограмме ВАХ измерить и зафиксировать в таблицу 5.5 прямое напряжение открывания $\varphi_{к,VD2}$ и напряжение стабилизации $U_{ст}$.

5.6.6 Вычислить дифференциальные сопротивления прямой ветви $r_{д,VD2}$ и пробоя $r_{ст}$ на самых протяженных линейных участках. Способ измерения аналогичен способу пункта 5.5.7 подраздела 5.5. Результаты вычислений – в таблицу 5.5.

5.7 Исследование входной ВАХ цепи *R1-VD1*

5.7.1 Цепочку *R1-VD1* соедините с шунтом *Rш* (рисунок 5.20).



а) для С1-114 б) для цифрового осциллографа

Рисунок 5.20 – Схема для исследования ВАХ *R1-VD1*

5.7.2 Подключить стенд к осциллографу и генератору (рисунок 5.20).

5.7.3 Получить на экране осциллографа изображение ВАХ, сравнить с расчётной и зафиксировать её фото.

5.7.4 По осциллограмме ВАХ определить и зафиксировать в таблицу 5.6 напряжение в точке перегиба U_1. Какому напряжению оно должно соответствовать?

5.7.5 По ВАХ определить и записать в таблицу 5.6 дифференциальное сопротивление $r_{\partial,1}$ при открытом *VD1*. Какому значению оно должно соответствовать?

Таблица 5.6 – Характеристики исследуемых нелинейных цепей

Цепь	Напряжения перегиба, В			Дифференциальные сопротивления, Ом		
	U_1	U_2	U_3	$r_{\partial 1}$	$r_{\partial 2}$	$r_{\partial 3}$
R1-VD1						
R2-VD2						
Полный двухполюсник						

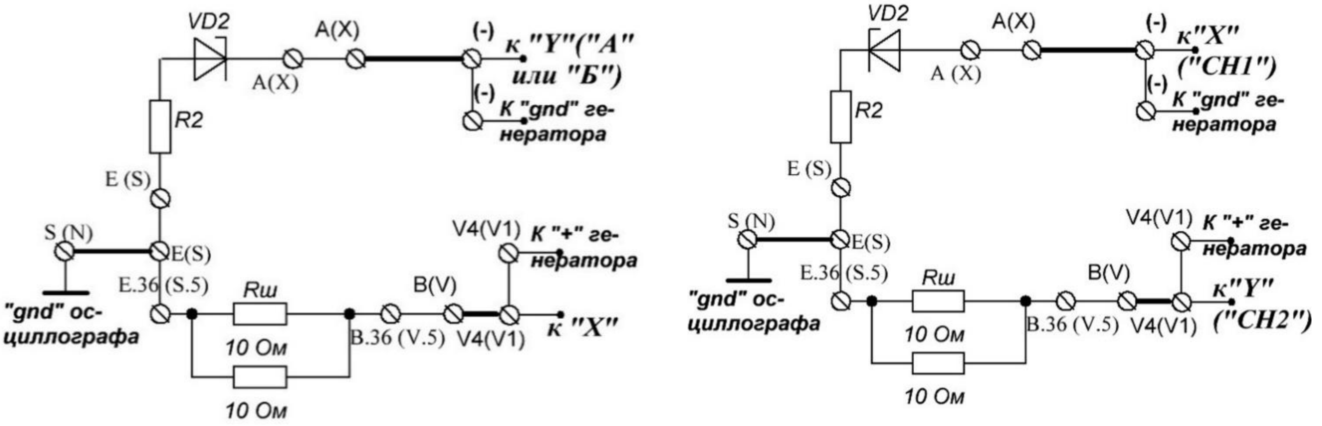
5.8 Исследование входной ВАХ цепи *R2-VD2*

5.8.1 Отключите от шунта $R_ш$ цепь R1-VD1, подсоедините последовательную цепочку *R2-VD2* (рисунок 5.21).

5.8.2 Получить на экране осциллографа изображение ВАХ, сравнить с расчётной и зафиксировать на фото.

5.8.3 По осциллограмме ВАХ определить и зафиксировать в таблицу 5.6 напряжения в точках перегиба U_1 и U_2. Каким напряжениям они должно соответствовать?

5.8.4 По осциллограмме ВАХ определить и зафиксировать в таблицу 5.6 дифференциальные сопротивления $r_{\partial,1}$ и $r_{\partial,2}$ при открытом *p-n* переходе и после пробоя. Каким сопротивлениям они соответствуют?

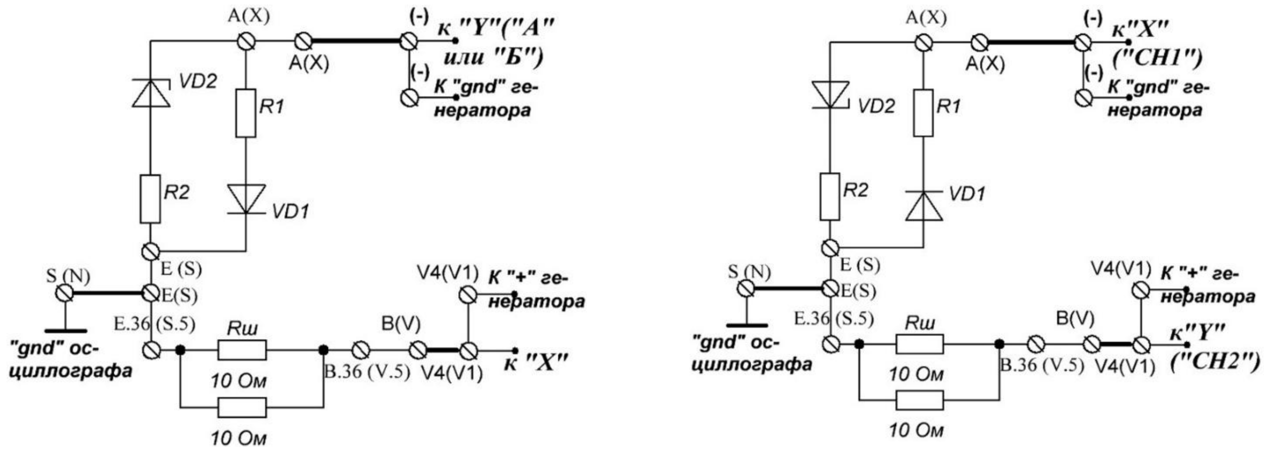


а) для С1-114 б) для цифрового осциллографа

Рисунок 5.21 – Схема для исследования ВАХ *R2-VD2*

5.9 Исследование общей входной ВАХ цепи

5.9.1 Подключите к шунту $R_ш$ цепи *R1-VD1* и *R2-VD2* (рисунок 5.22).



а) для С1-114 б) для цифрового осциллографа

Рисунок 5.22 – Схема для измерения общей входной ВАХ

5.9.2 Получить осциллограмму ВАХ, сравнить с расчётом, сфотографировать.

5.9.3 На ВАХ найти и записать в таблицу 5.6 напряжения $U_{3.i}$ в точках перегиба. Сколько их должно быть и каким напряжениям они должно соответствовать?

5.9.4 По ВАХ рассчитать и записать в таблицу 5.6 дифференциальные сопротивления $r_{д,3.i}$ наклонных участков. Сколько их и каким значениям сопротивлений они должны соответствовать?

5.10 Содержание отчёта

5.10.1 Цели лабораторной работы.

5.10.2 Схемы цепей *R1-VD1*, *R2-VD2* и общей рисунка 5.14.

5.10.3 Результаты построения входной ВАХ указанных цепей. Допускается вставка качественных разборчивых фотографий графиков (рисунков на листах бумаги) ВАХ.

5.10.4 Для каждой точки перегиба определить причину, определить связь с пороговыми параметрами диода и стабилитрона.

5.10.5 Осциллограммы ВАХ диода, стабилитрона и цепи рисунка 5.14. В подписях рисунков «осциллограмм» указать цены делений по осям токов и напряжений.

5.10.6 Таблицы 5.5 и 5.6.

5.11 Примеры контрольных вопросов и задач

5.11.1 Дайте сравнительную характеристику (по результатам измерений) параметров кремниевых и германиевых p-n-переходов – пороговых напряжений отпирания (контактных разностей потенциалов).

5.11.2 Что представляет собой переход Шоттки? Сравните его напряжение отпирания с p-n переходами. Почему его быстродействие (скорость перехода из открытого в закрытое состояние и обратно) выше обычных?

5.11.3 Перечислите основные виды пробоев. Объясните физику процессов каждого из них. Какие из них обратимы, какие нет?

5.11.4 На каком пробое работает стабилитрон, для чего применяется?

Лабораторная работа 6. Нелинейные цепи в гармоническом режиме

Цели работы:

1) графоаналитический расчёт электрических процессов в нелинейных электрических цепях при гармоническом воздействии;

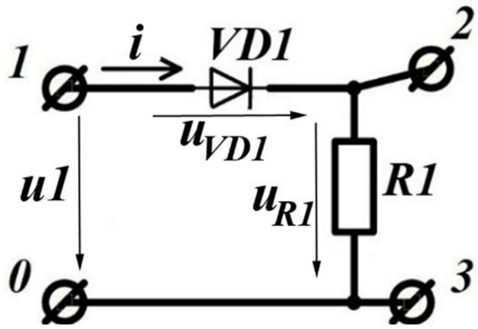
2) экспериментальное исследование тех же процессов.

6.1 Задачи аналитического расчёта

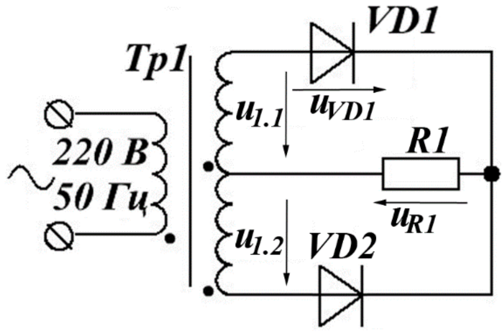
В настоящей лабораторной работе исследуются диаграммы токов и напряжений диодов и резисторов двух типов нелинейных цепей:

1) одного из выпрямителей (рисунок 6.1, а, б, в), в зависимости от варианта;

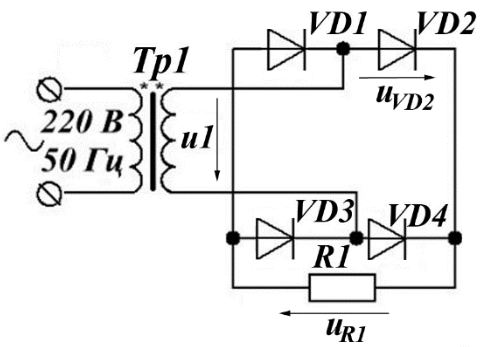
2) ограничитель напряжения (рисунок 6.1, г).



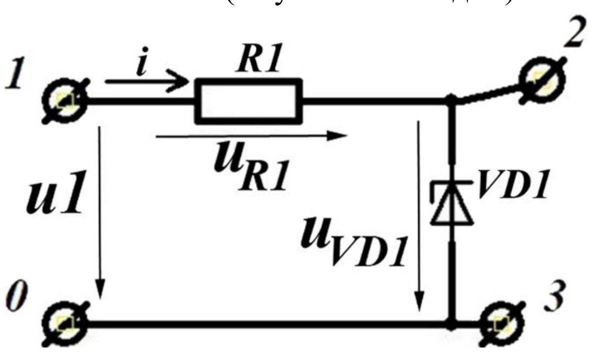
a) – Однополупериодный выпрямитель



b) – Двухполупериодный выпрямитель со средней точкой (с нулевым выводом)



c) Двухполупериодный мостовой выпрямитель



d) – Ограничитель напряжения

Рисунок 6.1 – Исследуемые цепи

Таблица 6.1 – Варианты элементов и параметров входного сигнала

Идентификатор стенда	Диод	Стабилитрон	*R1, Ом*	$U1_m$ ($U1_d$)	*f, Гц*
№20	1N5819	КС168	100	$\{1,2..1,5\}\cdot U_{ст}$	100
№21	Д9	КС133	220	<->	200
№22	Д503	Д814А1	220	<->	150
№23	КД522	КС170	220	<->	100
№24	КД522	1N4732	150	<->	50
№10	1N4148	1N4733	150	<->	50
№11	1N4148	КС133	200	<->	200
№12	1N5819	КС168	220	<->	50
№13	Д9	1N4735	220	<->	300
№14	Д9	КС162	150	<->	50
№1-№5	1N5819, 1N4007, FR103		270, 680	(7 В, 32 В)	50

6.2 Построение диаграмм сигналов выпрямителя

6.1.1.1 Сбор исходных данных

1 Марку диода, значение резистора R1 перенести из таблицы 6.1 в таблицу 6.2.

2 Для диода однополупериодного выпрямителя (рисунок 6.1,а) переписать из таблицы 5.5 в таблицу 6.2 контактную разность потенциалов $\varphi_к$. У диодов двухполупериодных выпрямителей (стенды №1 - №5) – измерьте $\varphi_к$ мультиметром.

3 Вычислить амплитуду $U1_m$. Для первых 10 стендов берется любое значение

$$U1_m = \{1,2\ldots1,5\}\cdot U_{ст}, \qquad (6.1)$$

определённое с точностью единиц, либо до десятых вольта. $U_{ст}$ – из таблицы 5.5.

Для двухполупериодных выпрямителей амплитуда вычисляется так

$$U1_m = \sqrt{2}\cdot U1_d\,,$$

где $U2_d$ – действующее напряжение вторичной обмотки. Результаты – в таблицу 6.2

Таблица 6.2 – Характеристики входного сигнала выпрямителя

Вид работы	Диод	*R1, Ом*	$\varphi_к$, *мВ*	$U1_m$, *В*	U_{R1}, *В*	$U_{VD,обр}$, *В*	$U_{VD,пр}$, *В*	$I_{VD,пр}$, *mA*
Построения								
Эксперимент								

6.1.1.2 Диаграммы процессов при идеальных диодах (пороговое напряжение $u_{пор} = 0$, открытый диод – короткое замыкание (КЗ), закрытый – обрыв).

Получить на миллиметровке или бумаге в клетку диаграммы напряжений u_{R1} и всех диодов u_{VDi} своего выпрямителя при входном напряжении $u1(t)=U1_m \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot t)$. Ниже – рекомендации по построению.

1 Начертить 2 – 3 периода $u1(t)$ требуемой амплитуды (рисунок 6.2). Для двухполупериодного выпрямителя со средней точкой рисуются два напряжения – $u_{1.1}(t)$ и $u_{1.2}(t)$. $u_{1.2}(t)$ сдвинуто относительно $u_{1.1}(t)$ на 180°.

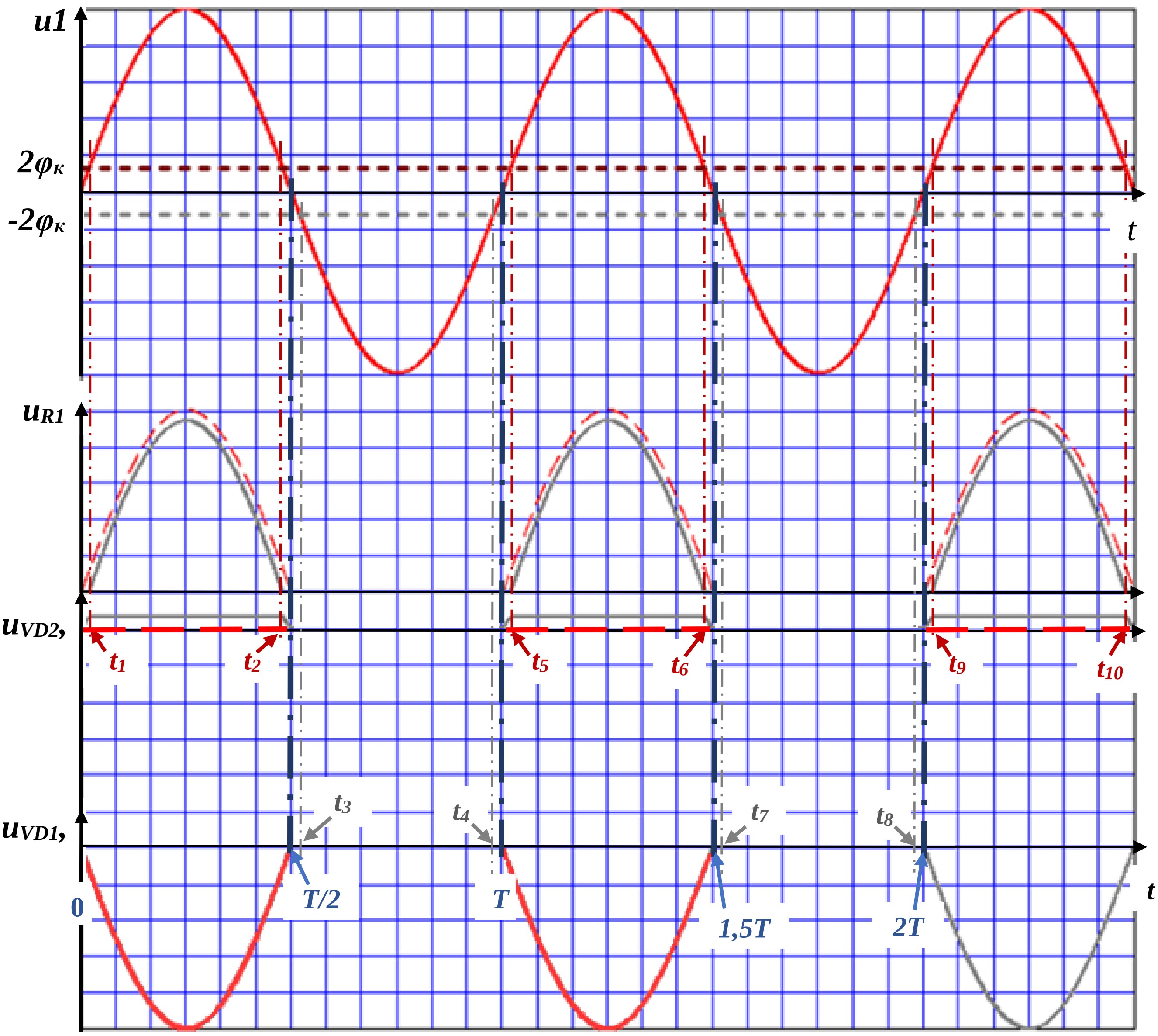


Рисунок 6.2 – ***Неполная*** диаграмма процессов мостового выпрямителя

2 Начертить строго под $u1(t)$ координатные оси для $u_{R1}(t)$ и для диодов u_{VDi}. Для моста диаграммы диодов совмещены (рисунок 6.2).

3 Анализируя схемы выпрямителей, выяснить, какие диоды открываются при положительной полуволне, какие (если таковые есть) – при отрицательной. ***Для идеальных диодов переключения происходят при переходе u1(t) через 0*** – в моменты 0, *T/2*, *T*, *…*, *5T/2* на рисунке 6.2. Для двухполупериодных выпрямителей обращать внимание на направления тока i_{R1} и напряжения u_{R1}) при обеих полуволнах.

4 Нарисовать схемы замещения выпрямителей при положительной полуволне, заменив открытые диоды – КЗ, закрытые – разрывом (рисунок 6.3).

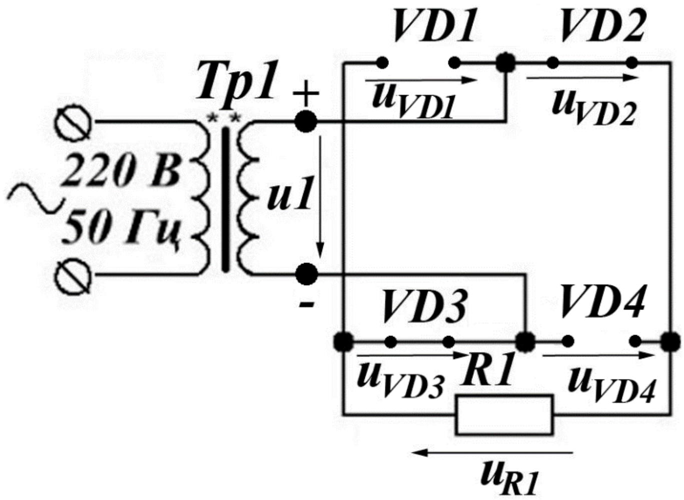


Рисунок 6.3 – Диодный мост при положительной полуволне

5 Подключен ли на рисунке 6.3 источник *u1* к резистору *R1*? Посмотрите – подключен ли источник к *R1* при положительных полуволнах у вас? Если да, то

$$u_{R1}(t) = u1(t)$$

(пунктирные линии на диаграмме u_{R1} рисунка 6.2).

6 Каковы напряжения $u_{VD,\text{пр}}$ на открытых диодах (на КЗ)? Не бред ли нарисован на диаграммах u_{VD2}, u_{VD3} рисунка 6.2 при положительных полуволнах (пунктирные отрезки)? Начертить у себя свои версии отрезков.

7 Подключен ли источник к резистору *R1* в вашем выпрямителе при отрицательной полуволне? Если «да» – разберитесь, $u_{R1} > 0$ или $u_{R1} < 0$? Если «нет», то чему равен ток источника? Чему равно u_{R1}? Изобразите результат на диаграмме u_{R1}.

8 При положительной полуволне в мостовом выпрямителе диоды *VD1* и *VD4* подключаются напрямую к источнику *u1*, и его напряжение для этих диодов обратное – $u_{VD1} = u_{VD4} = -u1$ (***сплошные*** отрицательные полуволны на рисунке 6.2). Есть ли у вас закрытые диоды при положительной полуволне? Если да – какие источники и сколько источников подключаются к ним? Какое из условий выполняется – $u_{VD} > 0$ или $u_{VD} < 0$? На диаграмме закрытых диодов начертите результат.

9 При отрицательных полуволнах у вас точно есть закрытые диоды. Решите для них задачи, аналогичные пункту 8.

Исходную схему и схемы замещения, диаграммы сфотографировать в отчёт. Максимальный модуль обратного напряжения $u_{обр}$ диаграмм диодов – в таблицу 6.2.

6.1.1.3 Диаграммы процессов при ненулевом пороговом напряжении $u_{\text{пор}}>0$

Решить задачи пункта 6.1.1.2, считая, что диоды открываются при $u_{VD}>\phi_к$.

1 На графике *u1* начертить уровни порогов $u_{\text{пор}}$ открывания выпрямителей:

- для однополупериодного и двухполупериодного со средней точкой выпрямителей – один уровень $U_{\text{пор}} = \varphi_к$ (рисунок 6.2);

- для двухполуперодного мостового – два уровня $U_{\text{пор}} = 2\cdot \varphi_к$ и $U_{\text{пор}} = -2\cdot \varphi_к$.

2 Через точки пересечения пороговых линий с диаграммой *u1(t)* провести вертикальные проецирующие линии (штрихпунктирные на рисунке 6.2).

3 Подкорректировать диаграммы u_{VD} в открытом состоянии. Теперь на открытых диодах не ноль вольт, а $u_{VD} = \varphi_к$. Открыты они в течение не всей полуволны, а только при $|u1(t)| > U_{\text{пор}}$ (интервал $t_1 \ldots t_2$ и далее). От точек перехода *u1* через ноль до точек открывания диодов на них падает $u_{VD} = |u1(t)| < \varphi_к$ для однополупериодного и двухполупериодного со средней точкой, и $0{,}5\cdot|u1(t)|$ для мостового (рисунок 6.2).

4 Максимальное прямое напряжение диодов $U_{пр}$ зафиксировать в таблицу 6.2.

5 Подкорректировать диаграммы u_{R1}. По 2-му закону Кирхгоффа, напряжение резистора при открытых диодах уменьшится (рисунок 6.2)

$$u_{R1}(t) = |u1(t)| - U_{\text{пор}}. \tag{6.2}$$

При отрицательных результатах вычислениях (6.2) $u_{R1}(t) = 0$ (рисунок 6.2).

6 Амплитуду полученных полуволн U_{R1} зафиксировать в таблицу 6.2.

Результаты построений сфотографировать и вставить в отчёт.

6.1.1.4 Диаграммы токов диодов (при ненулевом пороговом напряжении)

Рискните получить диаграммы самостоятельно. Результаты – также в отчёт, амплитуду полуволн токов $I_{пр}$ – в таблицу 6.2.

6.3 Построение диаграмм сигналов ограничителя

6.1.2.1 Сбор исходных данных для схемы ограничителя рисунка 6.1,г

1 Марку стабилитрона, значение резистора R1 внести в таблицу 6.3.

2 Переписать из предыдущей лабораторной работы в таблицу 6.3 напряжение стабилизации $U_{\text{ст}}$ и контактную разность $\varphi_{к,\text{ст}}$ стабилитрона ($\varphi_{к,VD2}$ из таблицы 5.5).

3 Найти и записать в таблицу 6.3 допустимый ток $I_{\text{ст,max}}$ стабилизации.

4 С помощью чертежей ВАХ стабилитрона и линии балластного сопротивления *R1*, проходящей через точку с током $I_{\text{ст,max}}$, определить максимально допустимое входное напряжение $U1_{\max}$. Результат проверить расчётами по закону Ома

$$U1_{\max} = U_{\text{ст}} + I_{\text{ст,max}} \cdot R1.$$

$U1_{\max}$ зафиксировать в таблицу 6.3. Графические построения – в отчёт.

5 Амплитуда $U1_{m,1}$ входного сигнала *u1* для первого опыта – вычислена с помощью (6.1). Если же ваш выпрямитель двухполупериодный – вычислите её.

6 Выберете амплитуду $U1_{m,2}$ для второго опыта из диапазона

$$U1_{m,2} = \{0{,}5\ldots0{,}9\} \cdot U_{\text{ст}},$$

округлив результат до единиц, либо до десятых вольта. Убедитесь, что $U1_{m,2} > \varphi_{к,\text{ст}}$.

Таблица 6.3 – Исходные данные для ограничителя

Марка стабилитрона	$U_{\text{ст}}$, В	$\varphi_{к,\text{ст}}$, В	*R1, Ом*	$I_{ст,max}$, *мА*	$U1_{max}$,*В*	$U1_{m,1}$,*В*	$U1_{m,2}$,*В*

6.1.2.2 Построение диаграмм $u_{R1}(t)$ и $u_{VD1}(t)$ при $U1_m = U1_{m,1} > U_{ст}$.

1 Начертить 2 – 2,5 периода $u1(t)$ амплитудой $U1_{m,1}$ (рисунок 6.4).

2 Начертить строго под $u1(t)$ координатные оси для $u_{VD1}(t)$ и $u_{R1}(t)$.

3 Нарисовать уровни $\varphi_{к,ст}$ и $U_{ст}$ (рисунок 6.4). Почему $U_{ст} > 0$, а $\varphi_{к,ст} < 0$?

4 Определить интервалы времени, когда стабилитрон закрыт, открыт, пробит.

5 Чем заместить закрытый стабилитрон? Какого напряжение резистора при закрытом *VD1*? Чьё напряжение на стабилитроне? Начертить результаты на соответствующих интервалах диаграмм рисунка 6.4.

6 Какие напряжения на *VD1* в пробитом и открытом состояниях? Напряжение на резисторе определите по 2-му закону Кирхгоффа. Начертите результаты.

Результаты построений сфотографировать и вставить в отчёт.

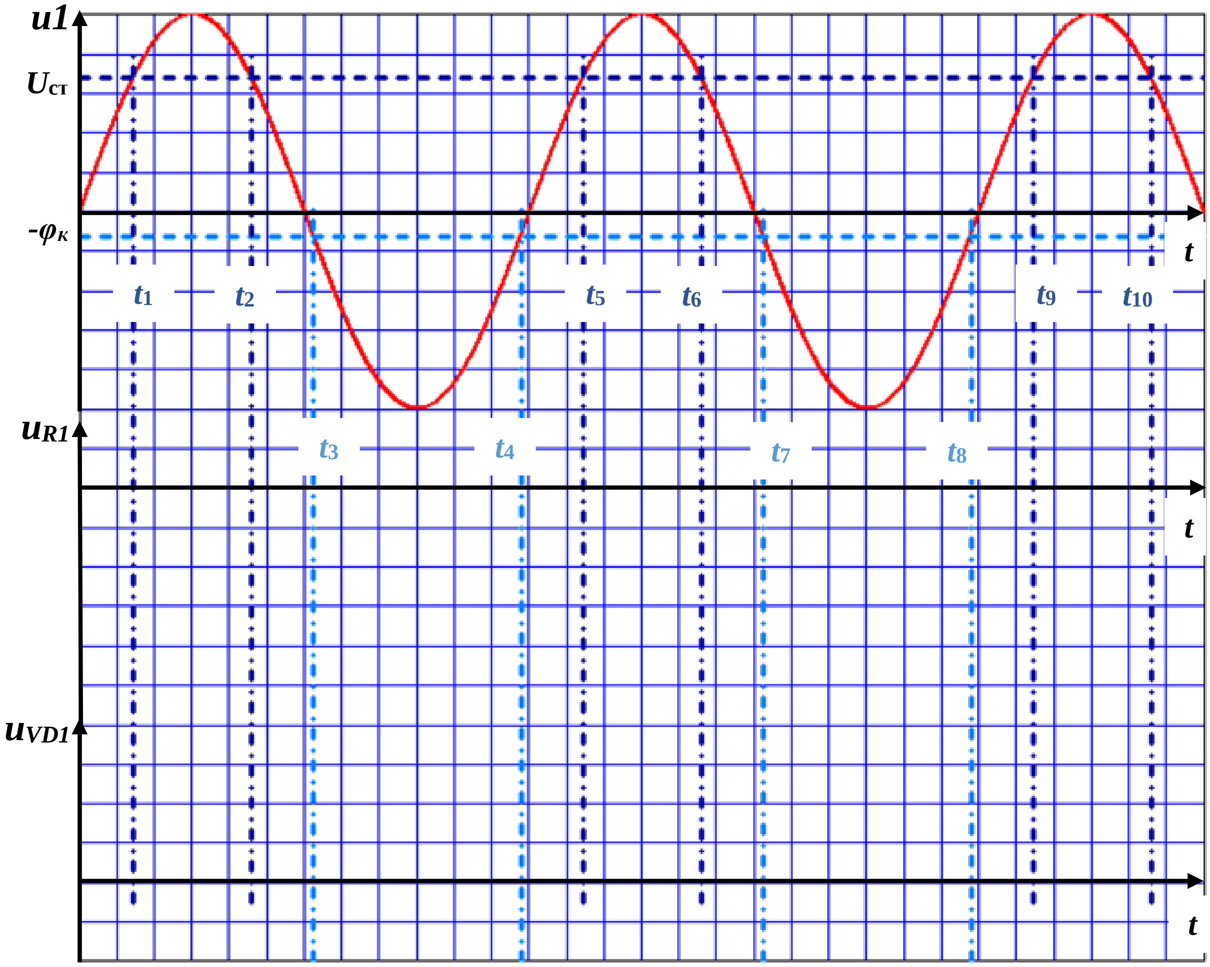


Рисунок 6.4 – Для построения диаграмм напряжений ограничителя

6.1.2.3 Построение диаграмм $u_{R1}(t)$ и $u_{VD1}(t)$ при $U1_m = U1_{m,2} < U_{\text{ст}}$.

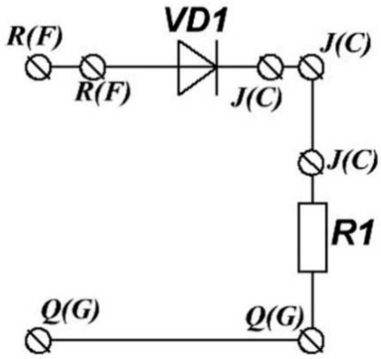
При $U1_m < U_{\text{ст}}$ построения практически аналогичны. Только после построения уровней $\varphi_{\text{к,ст}}$ и $U_{\text{ст}}$ определитесь, в каком из состояний не будет находиться VD1?

Результаты построений сфотографировать и вставить в отчёт.

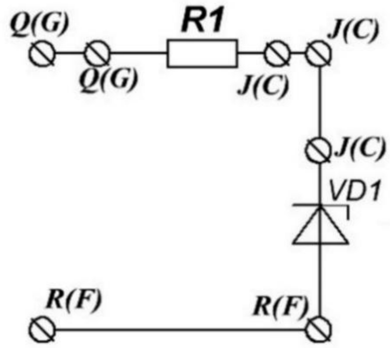
6.4 Исследование выпрямителей

6.4.1 Сборка и подключение.

6.4.1.1 Однополупериодный выпрямитель собрать на гнездовых панелях (рисунок 6.5,а). Двухполупериодные – на стендах №1 - №5 по инструкциям преподавателя.



a) – Однополупериодный выпрямитель



b) – Ограничитель напряжения

Расшифровка координат гнёзд:
- буква без скобок указывает первый вариант положение группы гнёзд;
- в скобках – альтернативный вариант.

Рисунок 6.5 – Электрические принципиальные схемы для измерений

6.4.1.2 Подключить выпрямители к источникам:

- однополупериодный выпрямитель – к DDS-генератору (группу «Q» или «G» – к «земле генератора», группу «R» или «F» – к сигнальному выводу генератора);

- мостовой выпрямитель – к вторичной обмотке (рисунок 6.1, в) с $U1 = U1_d$;

- двухполупериодный со средней точкой – к системе вторичных обмоток (рисунок 6.1, б) с $U_{1.1} = U_{1.2} = U1_d$.

6.4.1.3 Канал «А» осциллографа подключить:

- для однополупериодного – к DDS-генератору через Т-разветвитель;

- для двухполупериодного со средней точкой – к любой из вторичных обмоток («землю осциллографа» – к средней точке трансформатора);

- для мостового – к вторичной обмотке трансформатора.

6.4.2 Параметры входного гармонического напряжения *u1*.

6.4.2.1 Для однополупериодного выпрямителя у DDS-генератора настроить частоту f и, руководствуясь показаниями осциллографа – амплитуду $U_m \approx 2 \cdot U1_m$.

6.4.2.2 У двухполупериодных измерить амплитуду $U1_m$ осциллографом и эффективное значение $U1_d$ тестером. Сравнить с расчётными и исходными данными.

6.4.2.3 Значения $U1_m$ зафиксировать в таблицу 6.2. Если измерялось ещё и действующее значение $U1_d$ – его в ту же графу в скобках.

6.4.3 Измерение напряжения u_{R1} на нагрузке.

6.4.3.1 У мостового выпрямителя отключить канал А осциллографа от источника, «землю» канала «Б» подключить к точке соединения анодов (к «минусу»).

6.4.3.2 «Сигнальный» вывод канала «Б» подключить к нагрузке *R1*:

- для однополупериодного – к группе «J» (или «C»);

- для двухполупериодных – к точке соединения катодов диодов (к «плюсу»).

6.4.3.3 Полученную диаграмму u_{R1} сфотографировать и вставить в отчёт. Также зафиксировать масштабы по осям. Сравнить полученную диаграмму с построенной.

6.4.3.4 Измерить и зафиксировать в таблицу 6.2 амплитуду полуволн u_{R1}.

6.4.4 Измерение напряжений u_{VDi} диодов

6.4.4.1 Отключить канал «Б» от нагрузки.

6.4.4.2 Переключить (подключить) канал «А»:

- у однополупериодного с источника на диод: «землю» осциллографа подключить к катоду (группа J или C), «сигнальный» – к аноду (группа «R» или «F»);

- у двухполупериодного со средней точкой с источника на диод *VD1*: «землю» подключить к точке соединения катодов, сигнальный – к аноду *VD1*;

- у мостового подключить канал «А» к диоду *VD2*: «землю» к точке соединения катодов, сигнальный – к аноду *VD2*.

6.4.4.3 Подключение канала «Б»:

- у однополупериодного к нагрузке *R1,* но с другой полярностью – «сигнальный» – к «минусу» (группа «Q» или «G»), «землю» подключать необязательно, либо к «плюсу» (группа «J» или «С»);

- у двухполупериодного со средней точкой к диоду *VD2* – «сигнальный» к аноду, «землю» подключать необязательно, либо к катоду *VD2*;

- у мостового к диоду *VD4* – «сигнальный» к аноду, «землю» подключать необязательно, либо к катоду *VD4*;

6.4.4.4 Полученные осциллограммы сфотографировать для отчёта. Зафиксировать масштабы по осям. Сравнить осциллограммы с построенными диаграммами.

6.4.4.5 Измерить и записать в таблицу 6.2 максимальные обратное $U_{обр}$ и прямое $U_{пр}$ напряжения диодов. Сравнить их с результатами графоаналитического расчёта.

6.5 Экспериментальное исследование ограничителя напряжения

6.5.1 На гнездовой панели собрать схему ограничителя (рисунок 6.5,б).

6.5.2 Подключить DDS-генератор к входным гнёздам ограничителя (вывод «земля генератора» – к ряду «R» (или «F»), сигнальный вывод генератора – к ряду «Q» (или «G») и к каналу «А» осциллографа С1-114 (С1-114/1).

6.5.3 На генераторе настроить требуемую частоту *f*.

6.5.4 Руководствуясь показаниями осциллографа, настроить первое требуемое амплитудное значение $U_{m,1}$ гармонического сигнала.

6.5.5 Стабилитрон ограничителя подключить к каналу «Б» осциллографа. Сигнальный вывод осциллографа подключается к ряду «J» (или «С»), «земля» осциллографа – к ряду «R» (или «F») (необязательно). Зафиксировать полученную диаграмму u_{VD1} и масштабы по осям. Сравнить полученную диаграмму с расчётной.

6.5.6 Получить на осциллографе диаграмму u_{R1}. Для этого меняете на макетном стенде местами выводы генератора, «землю» осциллографа переключить на ряд «Q» (или «G») (если таковая была подключена). Полученную диаграмму u_{R1} и масштабы по осям зафиксировать. Сравнить диаграмму с расчётной.

6.5.7 Выполнить аналогичные исследования для амплитудного значения $U_{m,2}$.

6.6 Содержание отчёта

6.6.1 Цели лабораторной работы.

6.6.2 Схема своего выпрямителя.

6.6.3 Таблица 6.2.

6.6.4 Расчётные диаграммы u_{R1}, u_{VDi} и i_{VDi} выпрямителя.

6.6.5 Осциллограммы u_{R1} и u_{VDi} выпрямителя. В подписях осциллограмм указать масштабы по осям.

6.6.6 Схема ограничителя (рисунок 6.1,г).

6.6.7 Таблица 6.3.

6.6.8 Расчётные диаграммы u_{R1} и u_{VD1} ограничителя.

6.6.9 Осциллограммы u_{R1} и u_{VD1} ограничителя. В подписях осциллограмм указать масштабы по осям

Список использованных источников

1 Попов, В.П. Основы теории цепей : учеб. для вузов / В.П. Попов. – 4-е изд. испр. - М. : Высш. шк., 2003. - 575 с. : ил. - Предм. указ.: с.567-572. - Библиогр.: с. 573. - ISBN 5-06 / Г.И. 003949-8.

2 Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Нелинейные цепи. Электромагнитное поле: учебное пособие / Г.И. Атабеков, С.Д. Купалян, А.Б. Тимофеев, С.С. Хухриков. – Под ред. Г.И. Атпбекова. 6-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 432 с.

3 Атабеков Г.И. Теоретические основы электротехники. Линейные электрические цепи: учебное пособие / Г.И. Атабеков. – 7-е изд., стер. – СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 592 с.

Приложение А

(справочное)

Примеры задач на исследование резонансных систем

А.1 Пример 1

Определить выражения для резонансной частоты, входного резонансного сопротивления и параллельного колебательного контура рисунка А.1.

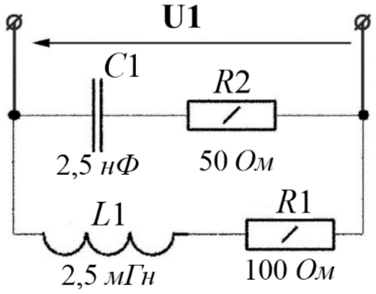


Рисунок А.1

Решение

А.1.1 Так как участки цепи с реактивными элементами разного рода соединены параллельно, резонансную частоту определим из условия:

$$\mathrm{Im}(\underline{Y}_{вх}) \equiv 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Y}_{вх} = \frac{1}{R1 + j\omega L1} + \frac{1}{R2 - j/\omega C1} = \frac{R1 - j\omega L1}{R1^2 + \omega^2 L1^2} + \frac{(R2\cdot\omega C1 + j)\omega C1}{R2^2\omega^2 C1^2 + 1} = \frac{R1 - j\omega L1}{R1^2 + \omega^2 L1^2} +$$

$$+ \frac{j\omega C1 + R2\omega^2 C1^2}{R2^2\omega^2 C1^2 + 1} = \frac{R1}{R1^2 + \omega^2 L1^2} + \frac{R2\omega^2 C1^2}{\omega^2 R2^2 C1^2 + 1} + j\omega\cdot\left(\frac{C1}{\omega^2 R2^2 C1^2 + 1} - \frac{L1}{R1^2 + \omega^2 L1^2}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{Y}_{вх} = \frac{R1}{R1^2 + \omega^2 L1^2} + \frac{R2\omega^2 C1^2}{\omega^2 R2^2 C1^2 + 1} + j\omega\cdot\left(\frac{C1}{\omega^2 R2^2 C1^2 + 1} - \frac{L1}{R1^2 + \omega^2 L1^2}\right) \Rightarrow \qquad (А.1)$$

$$\Rightarrow \mathrm{Im}(\underline{Y}_{вх}) = \omega\cdot\left(\frac{C1}{\omega^2 R2^2 C1^2 + 1} - \frac{L1}{R1^2 + \omega^2 L1^2}\right). \qquad (А.2)$$

Условие (А.2) разделяется на два:

$$\frac{C1}{\omega_{01}^2 R2^2 C1^2 + 1} \equiv \frac{L1}{R1^2 + \omega_{01}^2 L1^2} \quad \text{и} \quad \omega_{02} \equiv 0. \tag{А.3}$$

Второе решение нас не интересует. Из первого условия (А.3) следует

$$\frac{\omega_{01}^2 R2^2 C1^2 + 1}{C1} \equiv \frac{R1^2 + \omega_{01}^2 L1^2}{L1} \Rightarrow R2^2 \omega_{01}^2 C1 + \frac{1}{C1} \equiv \frac{R1^2}{L1} + \omega_{01}^2 L1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_{01}^2 \left(L1 - R2^2 C1 \right) \equiv \frac{1}{C1} - \frac{R1^2}{L1} = \frac{L1 - R1^2 C1}{L1 \cdot C1} \Rightarrow \omega_{01}^2 = \frac{L1 - R1^2 C1}{L1C1\left(L1 - R2^2 C1 \right)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L1C1}} \sqrt{\frac{L1 - R1^2 C1}{L1 - R2^2 C1}}, \tag{А.4}$$

$$\text{или} \quad \omega_{01} = \frac{1}{\sqrt{L1C1}} \sqrt{\frac{1 - \frac{R1^2 C1}{L1}}{1 - \frac{R2^2 C1}{L1}}} = \omega_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{R1^2}{\rho^2}}{1 - \frac{R2^2}{\rho^2}}}, \tag{А.5}$$

где $\omega_0 = 1/\sqrt{L1C1}$ – резонансная частота идеального параллельного контура (когда *R2 и R1* отсутствуют, вместо них – КЗ);

$\rho = \sqrt{L/C}$ – его характеристическое сопротивление.

Выражением (А.5) показано соотношение между резонансными частотами исследуемого и идеального параллельных контуров.

А.1.2 Входное *резонансное сопротивление* $R_{рез}$ какой-либо цепи – его *входное комплексное сопротивление* при *резонансной частоте*. Следовательно,

$$R_{рез} = \underline{Z}_{вх}(\omega_{01}) = \frac{1}{\underline{Y}_{вх}(\omega_{01})} = \frac{1}{\mathrm{Re}\left(\underline{Y}_{вх}(\omega_{01})\right)}.$$

Согласно (А.1)

$$\mathrm{Re}\left(\underline{Y}_{вх}(\omega_{01})\right) = \frac{R1}{R1^2 + \omega_{01}^2 L1^2} + \frac{R2\omega_{01}^2 C1^2}{\omega_{01}^2 R2^2 C1^2 + 1}. \tag{А.6}$$

Упростим (А.6), воспользовавшись первым тождеством соотношения (А.3)

$$\frac{C1}{R2^2 \omega_{01}^2 C1^2 + 1} \equiv \frac{L1}{R1^2 + \omega_{01}^2 L1^2} \Rightarrow R1^2 + \omega_{01}^2 L1^2 = \frac{L1}{C1}\left(R2^2 \omega_{01}^2 C^2 + 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{Re}\left(\underline{Y}_{вх}(\omega_{01})\right)=\frac{C1\cdot R1}{L1\cdot\left(R2^2\omega_{01}^2C1^2+1\right)}+\frac{R2\omega_{01}^2C1^2}{R2^2\omega_{01}^2C1^2+1}=\frac{R1\cdot\dfrac{C1}{L1}+R2\omega_{01}^2C1^2}{R2^2\omega_{01}^2C1^2+1}. \qquad (A.7)$$

Подставив в (А.7) вместо ω_{01} – выражение (А.4), получим

$$\Rightarrow \operatorname{Re}\left(\underline{Y}_{вх}(\omega_{01})\right)=\frac{R1\dfrac{C1}{L1}+R2\dfrac{\left(L1-R1^2C1\right)C1^2}{L1C1\left(L1-R2^2C1\right)}}{R2^2\dfrac{\left(L1-R1^2C1\right)C1^2}{L1C1\left(L1-R2^2C1\right)}+1}=\frac{\dfrac{C1}{L1}\dfrac{R1\left(L1-R2^2C1\right)+R2\left(L1-R1^2C1\right)}{L1-R2^2C1}}{\dfrac{L1\left(L1-R2^2C1\right)+R2^2C1\left(L1-R1^2C1\right)}{L1\left(L1-R2^2C1\right)}}=$$

$$=\frac{C1\{L1(R1+R2)-C1R1R2(R1+R2)\}}{R2^2C1L1-R2^2R1^2C1^2+L1^2-R2^2C1L1}=\frac{C1(R1+R2)\cdot(L1-C1\cdot R1\cdot R2)}{L1^2-R2^2R1^2C1^2}=\frac{C1(R1+R2)}{L1+C1\cdot R1\cdot R2}\Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{рез}=\frac{L1+C1\cdot R1\cdot R2}{C1(R1+R2)}. \qquad (A.8)$$

А.1.3 Определим добротность, используя либо (2.13), либо (2.14). Например, для (2.13) определим емкостную составляющую реактивной мощности:

$$\sum Q_C=Q_C=0{,}5\,|\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{1}}|^2\cdot\operatorname{Im}\left(\underline{Y}_{R2,C}\right), \qquad (A.9)$$

где $\underline{Y}_{R2,C}$ – проводимость последовательной цепи *R2,C1*

$$\underline{Y}_{R2,C}=\frac{1}{R2-j/\omega C1}=\frac{j\omega C1+R2\omega^2C1^2}{R2^2\omega^2C1^2+1}\Rightarrow \operatorname{Im}\left(\underline{Y}_{R2,C}(\omega_{01})\right)=\frac{\omega_{01}C1}{R2^2\omega_{01}^2C1^2+1}. \qquad (A.10)$$

Используя (А.8), определим активную мощность

$$P=0{,}5\,|\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{1}}|^2\ \operatorname{Re}\left(\underline{Y}_{вх}(\omega_{01})\right). \qquad (A.11)$$

Используем (А.7), (А.9), (А.10) и (А.11) для вычисления добротности

$$Q=\frac{0.5\cdot|\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{1}}|^2\ \operatorname{Im}\left(\underline{Y}_{R2,C}\right)}{0.5\cdot|\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{1}}|^2\ \operatorname{Re}\left(\underline{Y}_{вх}(\omega_{01})\right)}=\frac{\operatorname{Im}\left(\underline{Y}_{R2,C}\right)}{\operatorname{Re}\left(\underline{Y}_{вх}(\omega_{01})\right)}=\frac{\left(\dfrac{\omega_{01}C1}{R2^2\omega_{01}^2C1^2+1}\right)}{\dfrac{R1\dfrac{C1}{L1}+R2\omega_{01}^2C1^2}{R2^2\omega_{01}^2C1^2+1}}=\frac{\omega_{01}C1}{R1\dfrac{C1}{L1}+R2\omega_{01}^2C1^2}$$

Ответ: $\omega_{01} = \dfrac{1}{\sqrt{L1C1}}\sqrt{\dfrac{L1 - R1^2 C1}{L1 - R2^2 C1}}$, $R_{рез} = \dfrac{L1 + C1R1R2}{C1(R1 + R2)}$, $Q = \dfrac{\omega_{01}C1}{R1\dfrac{C1}{L1} + R2\omega_{01}^2 C1^2}$.

А.2 Пример 2

Определить резонансную частоту ω_0 контура на рисунке А.2, входное резонансное сопротивление и добротность при параметрах: L=10 мГн, C=220 нФ, $R2$=20 Ом, $R1$=4,7 кОм, $R3$=4,3 кОм.

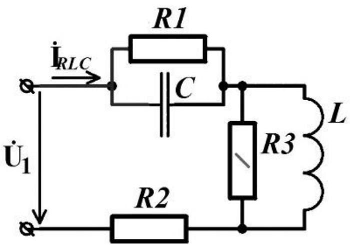


Рисунок А.2

Решение

А.2.1 Так как участки цепей, содержащие реактивные элементы разного характера, соединены последовательно, условия резонанса определим из условия:

$$\mathrm{Im}(\underline{Z}_{RLC}) \equiv 0, \tag{А.12}$$

где $\underline{Z}_{RLC}$ – общее сопротивление цепи ($R3 \| \underline{Z}_L$), ($R2 \| \underline{Z}_C$).

$$\underline{Z}_{RLC} = \frac{R3 \cdot \underline{Z}_L}{R3 + \underline{Z}_L} + \frac{R1 \cdot \underline{Z}_C}{R1 + \underline{Z}_C} = \frac{R3 \cdot j\omega L}{R3 + j\omega L} + \frac{R1\dfrac{1}{j\omega C}}{R1 + \dfrac{1}{j\omega C}} = \frac{R3\, j\omega L(R3 - j\omega L)}{R3^2 + \omega^2 L^2} + \frac{R1}{R1 j\omega C + 1} =$$

$$= \frac{R3\omega^2 L^2}{R3^2 + \omega^2 L^2} + \frac{R1}{R1^2\omega^2 C^2 + 1} + j\omega \cdot \left(\frac{R3^2 L}{R3^2 + \omega^2 L^2} - \frac{R1^2 C}{R1^2 \omega^2 C^2 + 1} \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{Re}(\underline{Z}_{RLC}) = \frac{R3\omega^2 L^2}{R3^2 + \omega^2 L^2} + \frac{R1}{R1^2 \omega^2 C^2 + 1}, \tag{А.13}$$

$$\mathrm{Im}(\underline{Z}_{RLC}) = \omega \cdot \left(\frac{R3^2 L}{R3^2 + \omega^2 L^2} - \frac{R1^2 C}{R1^2 \omega^2 C^2 + 1} \right). \tag{А.14}$$

Из выражения (А.14) следует, что условие (А.12) выполняется при

$$\frac{R3^2 L}{R3^2+\omega_0^2 L^2} \equiv \frac{R1^2 C}{R1^2\omega_0^2 C^2+1} \Rightarrow \frac{R3^2+\omega_0^2 L^2}{R3^2 L} \equiv \frac{R1^2\omega_0^2 C^2+1}{R1^2 C} \Rightarrow \frac{1}{L}+\frac{\omega_0^2 L}{R3^2} \equiv \omega_0^2 C+\frac{1}{R1^2 C} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_0^2\left(C-\frac{L}{R3^2}\right) \equiv \frac{1}{L}-\frac{1}{R1^2 C} \Rightarrow \omega_0^2\frac{R3^2 C-L}{R3^2} \equiv \frac{R1^2 C-L}{R1^2 C\cdot L} \Rightarrow \omega_0^2=\frac{1}{LC}\frac{R3^2}{R1^2}\frac{R1^2 C-L}{R3^2 C-L} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\frac{R3}{R1}\sqrt{\frac{R1^2 C-L}{R3^2 C-L}}. \qquad (А.15)$$

После подстановки значений параметров в (А.15):

ω_0 = 21324 рад/с.

А.2.2 Определяем $R_{рез}$. Подставив в (А.13) значения параметров и резонансной частоты ω_0, получим:

$$\mathrm{Re}(\underline{Z}_{RLC})=\frac{R3\cdot\omega_0^2 L^2}{R3^2+\omega_0^2 L^2}+\frac{R1}{R1^2\omega_0^2 C^2+1}=20{,}2\ \text{Ом}. \qquad (А.16)$$

Для резонансной частоты ω_0 наш контур преобразуется к схеме рисунка А.3.

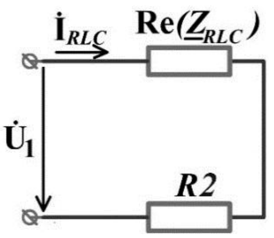


Рисунок А.3 - Эквивалентная схема контура в режиме резонанса

Из полученной схемы следует:

$$R_{рез}=R2+\mathrm{Re}(\underline{Z}_{RLC})=40{,}2\ \text{Ом}. \qquad (А.17)$$

А.2.3 Определяем добротность. Реактивная мощность катушки:

$$Q_L=0{,}5\,|\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{RLC}}|^2\ \mathrm{Im}(\underline{Z}_{R3,L}), \qquad (А.18)$$

где $$\mathrm{Im}\left(\underline{Z}_{R3,L}\right) = \mathrm{Im}\left(\frac{R3\,j\omega_0 L}{R3 + j\omega_0 L}\right) = \mathrm{Im}\left(\frac{R3^2\, j\omega_0 L + R3\omega_0^2 L^2}{R3^2 + \omega_0^2 L^2}\right) = \frac{R3^2\,\omega_0 L}{R3^2 + \omega_0^2 L^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{Im}\left(\underline{Z}_{R3,L}\right) = 212.7\ \text{Ом}.$$

Активная входная мощность:

$$P = 0{,}5\,|\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{RLC}}|^2 \cdot R_{рез}. \tag{А.19}$$

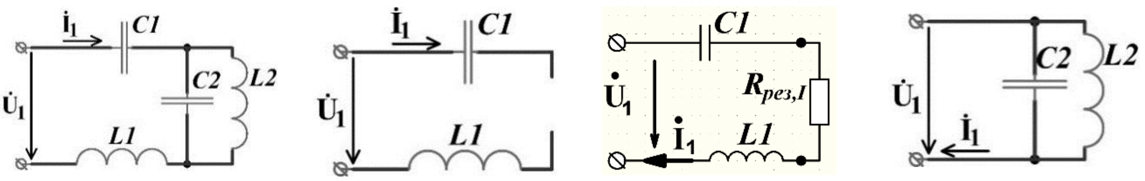
С учётом (А.18) и (А.19) вычислим добротность:

$$Q = \frac{Q_L}{P} = \frac{0{,}5\,|\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{RLC}}|^2\ \mathrm{Im}\left(\underline{Z}_{R3,L}\right)}{0{,}5\,|\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{RLC}}|^2\ R_{рез}} = \frac{\mathrm{Im}\left(\underline{Z}_{R3,L}\right)}{R_{рез}} = \frac{212{,}7}{40{,}2} = 5{,}3.$$

Ответ: $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}\dfrac{R3}{R1}\sqrt{\dfrac{L - R1^2 C}{L - R3^2 C}} = 21324$ рад/с, $R_{рез}$ = 40,2 Ом, Q = 5,3.

А.3 Пример 3

Определить условия резонанса (выражения для резонансных частот) для колебательной системы (рисунок А.4,а).



а) б) в) г)

Рисунок А.4 - Колебательная система в разных режимах

Решение: для рассматриваемой резонансной системы порядок более высок, чем для рассмотренных ранее – $n=4>2$. Поэтому в ней резонансные явления могут наблюдаться более, чем на одной частоте. Имеет смысл предварительно присмотреться к схеме на предмет наличия в ней участков цепи, представляющих собой простейшие колебательные контура. Действительно, в схеме рисунка А.4,а выделяются параллельный *L2-C2* и последовательный *L1-C1* колебательные контура. Выясним, наступит ли резонанс в системе вообще при резонансе в одном из контуров в отдельности.

А.3.1 На частоте $\omega_{0,I} = 1/\sqrt{L2 \cdot C2}$ в параллельном контуре *L2-C2* наступает резонанс токов, и контур представляет собой обрыв (рисунок А.4,б):

$$\underline{Z}_{L2,C2}(\omega_{0,I}) \to \infty \Rightarrow \underline{Z}_{вх}(\omega_{0,I}) \to \infty \Rightarrow \underline{Y}_{вх}(\omega_{0,I}) = 0\,. \tag{А.20}$$

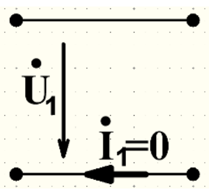
При соотношении (А.20) характер входной цепи определить невозможно. Не резистивный характер цепи можем показать из следующих соображений:

- все элементы цепи реактивные;

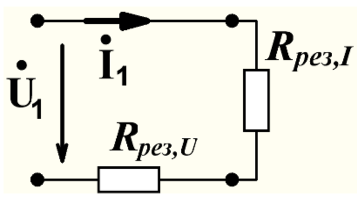
- для *реальных* конденсаторов характерно наличие постоянного тока утечки, который в схеме замещения ёмкости учитывается эквивалентным последовательным сопротивлением, аналогичным *R2* рисунка А.1. Реальные индуктивности имеют также ненулевое сопротивление постоянному току (сопротивление проволоки катушки), аналогичное *R1* рисунка А.1. Как показали результаты расчётов в 0, резонансное сопротивление в таком случае уже не бесконечное (рисунок А.4,в), и в общем случае характер цепи при $x_{L1} - x_{C1} \neq 0$ чисто резистивным не будет.

А.3.2 На частоте $\omega_{0,U} = 1/\sqrt{L1 \cdot C1} \neq \omega_{0,I}$ в последовательном контуре *L1-C1* наступает резонанс напряжений, контур превращается в короткое замыкание (КЗ) и схема состоит из параллельного контура *L2-C2* (рисунок А.4,г) с реактивным характером. Потому в целом в схеме резонанса не наступает.

А.3.3 Общий резонанс может наступить при условии, когда $\omega_{0,U} = \omega_{0,I}$. Если считать индуктивности и ёмкости идеальными, контур *L2-C2* превращается в обрыв, *L1-C1* – в короткое замыкание (рисунок А.5,а). С учётом потерь в катушках и емкостях схема превращается в резистивную (рисунок А.5,б).



а)



б)

Рисунок А.5 - Колебательная система при $\omega_{0,U} = \omega_{0,I}$

А.3.4 Определим теперь условие промежуточного резонанса между обоими контурами. Задачу несколько упростим, будем считать, что *L1=L2, C1=C2* , при этом автоматически выполниться $\omega_{0,U} = \omega_{0,I}$. Промежуточные резонансные частоты определим из условия $\mathrm{Im}(\underline{Z}_{вх}) \equiv 0$, так как контуры соединены последовательно:

$$\underline{Z}_{вх} = \underline{Z}_{L2} \parallel \underline{Z}_{C2} + \underline{Z}_{L1} + \underline{Z}_{C1} = \frac{j\omega \cdot L1 \dfrac{1}{j\omega \cdot C1}}{j\omega L1 + \dfrac{1}{j\omega \cdot C1}} + j\omega L1 + \frac{1}{j\omega C1} = j\left(\frac{\omega L1}{1-\omega^2 L1C1} + \frac{\omega^2 C1L1 - 1}{\omega \cdot C1}\right) =$$

$$= j\frac{\omega^2 L1 \cdot C1 - \left(1-\omega^2 L2 \cdot C2\right)^2}{\left(1-\omega^2 L1C1\right)\omega \cdot C1} = j\frac{\omega^2 L1 \cdot C1 - \omega^4 C1^2 \cdot L1^2 + 2 \cdot \omega^2 L1 \cdot C1 - 1}{\left(1-\omega^2 L1C1\right)\omega \cdot C1}.$$

$$\mathrm{Im}(\underline{Z}_{вх}) \equiv 0 \text{ при } \quad \omega^4 C1 \cdot L1 \cdot C2 \cdot L2 - 3 \cdot \omega^3 C1 \cdot L1 + 1 = 0. \qquad (А.21)$$

В биквадратном уравнении (А.21) примем $x = \omega^2 \cdot L1 \cdot C1$. Дискриминант:

$$D = (-3)^2 - 4 = 5$$

Решение биквадратного уравнения

$$x_1 = \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \quad x_2 = \frac{3+\sqrt{5}}{2},$$

$$\omega_{01,U} = \sqrt{\frac{x_1}{L1 \cdot C1}} = \sqrt{\frac{3-\sqrt{5}}{2 \cdot L1 \cdot C1}}, \; \omega_{02,U} = \sqrt{\frac{x_2}{L1 \cdot C1}} = \sqrt{\frac{3+\sqrt{5}}{2 \cdot L1 \cdot C1}}. \qquad (А.22)$$

Ответ: резонанс может наблюдаться: 1) при условии $L2 \cdot C2 = L1 \cdot C1$ на частоте $\omega_{0,U} = \omega_{0,I} = 1/\sqrt{L1 \cdot C1}$; 2) при условии *L2=L1* и *C2=C1* на частотах (А.22).

Приложение Б

(справочное)

Примеры расчёта коэффициента передачи по напряжению

Б.1 Пример 1

Нужно получить выражения АЧХ и ФЧХ коэффициента передачи по напряжению конденсатора *RC*-цепочки (рисунок Б.1,а), построить АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ.

а) б)

Рисунок Б.1

Решение. Представим заданную цепочку в виде четырёхполюсника (рисунок Б.1,б) – операция необязательная, если не затрудняетесь представить это «в уме». Схема простая – последовательная цепь, и ход расчёта аналогичен примеру 2.1.

Б.1.1 Входное и выходное напряжения $\dot{\mathbf{U}}_1$ и $\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{C}$ связаны с $\dot{\mathbf{I}}_1$ законом Ома:

$$\dot{\mathbf{U}}_\mathbf{C} = \dot{\mathbf{I}}_1 \cdot \underline{\mathbf{Z}}_\mathbf{C} = -\dot{\mathbf{I}}_1 \cdot j \cdot x_C = \frac{-j\dot{\mathbf{I}}_1}{\omega \cdot C}, \tag{Б.1}$$

$$\dot{\mathbf{U}}_1 = \dot{\mathbf{I}}_1 \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{вх}}, \tag{Б.2}$$

где

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{вх}} = R + \underline{\mathbf{Z}}_\mathbf{C} = R + \frac{1}{j\omega C} = \frac{j\omega CR + 1}{j\omega C} = \frac{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}}{j\omega C} e^{j \cdot arctg(\omega CR)}. \tag{Б.3}$$

С учётом (Б.1) - (Б.3) получим выражение для КЧХ

$$\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{U,C}}(\omega) = \dot{\mathbf{U}}_\mathbf{C} \Big/ \dot{\mathbf{U}}_1 = -j\dot{\mathbf{I}}_1 \Big/ \left(\dot{\mathbf{I}}_1 \cdot \omega C \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{вх}} \right) = \frac{-j}{\omega C \cdot \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{вх}}} = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 C^2 R^2 + 1}} e^{-j \cdot arctg(\omega CR)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{U,C}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{1}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}e^{-j\cdot arctg(\omega CR)}.$$

Б.1.2 Выражение для АЧХ:

$$K_{U,C}(\omega) = \left|\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{U,C}}(\boldsymbol{\omega})\right| = \frac{1}{\sqrt{\omega^2C^2R^2+1}}. \qquad (Б.4)$$

Б.1.3 Выражение для ФЧХ:

$$\Delta\varphi_{U,C}(\omega) = \arg\left(\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{U,C}}(\boldsymbol{\omega})\right) = -arctg(\omega CR). \qquad (Б.5)$$

Б.1.4 Выражение для построения ЛАЧХ:

$$K_{U_C,дБ}(\omega) = 20\lg(K_{U,C}(2\cdot\pi\cdot f)). \qquad (Б.6)$$

Б.1.5 Диаграммы (Б.4) - (Б.6) – на рисунке Б.2.

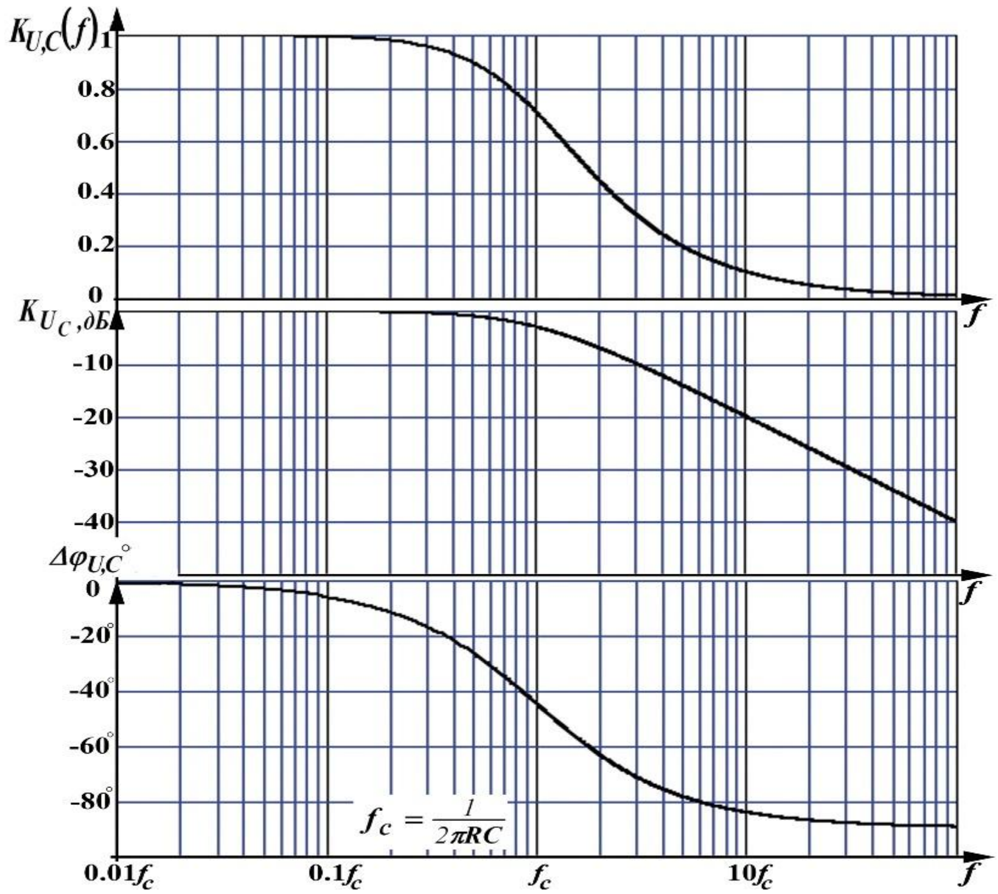


Рисунок Б.2 – Диаграммы АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ *RC*-цепочки

Б.2 Пример 2

Требуется определить выражения для КЧХ, АЧХ и ФЧХ для четырёхполюсника рисунка Б.3. Построить диаграммы АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ.

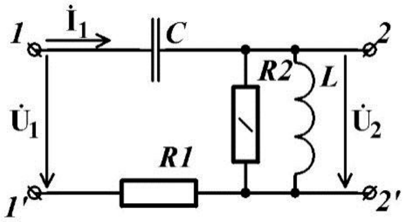


Рисунок Б.3

Решение

Схема рассматриваемого четырёхполюсника отличается структурой соединений от предыдущих, поэтому и ход решения будет отличен от «шаблонного», применённого в рассмотренных выше примерах.

Б.2.1 В первую очередь необходимо получить выражение для КЧХ, ***в общем виде (ни в одну из переменных, соответствующей параметрам пассивных элементов или частоте, ни в коем случае не подставлять числовые значения)***. Для этого можно воспользоваться одним из подходов, перечисленных ниже.

Б.2.1.1 Вывести выражение для $\dot{U}_2$ при заданном $\dot{U}_1 = 1\text{В}$. Полученное выражение совпадёт с КЧХ

$$\dot{\mathbf{H}}_U(\omega) = \dot{\mathbf{U}}_2 / \dot{\mathbf{U}}_1 = \dot{\mathbf{U}}_2 / 1 = \dot{\mathbf{U}}_2(\omega).$$

Б.2.1.2 Вывести выражение для напряжения $\dot{U}_1$ при заданном выходном $\dot{\mathbf{U}}_2 = 1\text{В}$. Выражение КЧХ тогда примет вид

$$\dot{\mathbf{H}}_U(\omega) = \dot{\mathbf{U}}_2 / \dot{\mathbf{U}}_1 = 1 / \dot{\mathbf{U}}_1(\omega).$$

Б.2.1.3 Вывести выражения для $\dot{U}_2$ и $\dot{U}_1$ при заданном выходном токе $\dot{\mathbf{I}}_{R2}$ = 1 А. В обоих выражениях выходное и входное напряжения пропорциональны току

$$\dot{\mathbf{U}}_1(\omega)=\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{12}}(\boldsymbol{\omega})\cdot\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{R2}}=\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{12}}(\boldsymbol{\omega}),\ \dot{\mathbf{U}}_2(\omega)=R2\cdot\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{R2}}=R2\Rightarrow\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{U}}(\boldsymbol{\omega})=\frac{\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{2}}}{\dot{\mathbf{U}}_1}.$$

Б.2.2 Получение КЧХ. Попробуем воспользоваться последним подходом с), применив так называемый метод «пропорциональных величин».

Итак,

$$\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{R2}}=1\text{А}.$$

Б.2.2.1 Напряжение на выходе

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{2}}=\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{R2}}=\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{L}}=1\cdot R2=R2. \tag{Б.7}$$

Б.2.2.2 Ток через катушку

$$\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}}=\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{2}}\Big/j\omega L=R2/\,j\omega L.$$

Б.2.2.3 Ток через *R1* и *C*

$$\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{1}}=\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}}+1=1+\frac{R2}{j\omega L}=(R2+j\omega L)/\,j\omega L.$$

Б.2.2.4 Суммарное напряжение сопротивления *R1* и ёмкости *C*:

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{R1C1}}=\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{1}}\cdot\left(R1+\frac{1}{j\omega C}\right)=\frac{j\omega C\cdot R1+1}{j\omega C}\cdot\frac{R2+j\omega L}{j\omega L}=\frac{-\omega^2L\cdot C\cdot R1+j\omega(C\cdot R1\cdot R2+L)+R2}{-\omega^2L\cdot C}$$

Б.2.2.5 Напряжение на входе:

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{1}}=\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{R1C1}}+\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{2}}=\frac{-\omega^2L\cdot C\cdot R1+j\omega(C\cdot R1\cdot R2+L)+R2}{-\omega^2L\cdot C}+R2=$$

$$=\frac{-\omega^2L\cdot C\cdot(R1+R2)+j\omega(C\cdot R1\cdot R2+L)+R2}{-\omega^2L\cdot C}. \tag{Б.8}$$

Б.2.2.6 С учётом (Б.7) и (Б.8) получим выражение КЧХ

$$\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{U}}(\boldsymbol{\omega})=\frac{\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{2}}}{\dot{\mathbf{U}}_1}=\frac{-\omega^2L\cdot C\cdot R2}{-\omega^2L\cdot C\cdot(R1+R2)+j\omega(C\cdot R1\cdot R2+L)+R2}. \tag{Б.9}$$

Б.2.3 Выражением АЧХ можем получить как отношение модулей числителя и знаменателя (Б.9)

$$K_U(\omega)=\left|\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{U}}(\boldsymbol{\omega})\right|=\frac{\omega^2 LC\cdot R2}{\sqrt{\left(R2-\omega^2 LC\cdot(R2+R1)\right)^2+\omega^2\left(L+C\cdot R1\cdot R2\right)^2}}.$$

Б.2.4 Выражение для ФЧХ – аргумент выражения (Б.9) – разность аргументов числителя и знаменателя

$$\Delta\varphi_U(\omega)=\arg\left(\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{U}}(\boldsymbol{\omega})\right)=\pi-arctg\left(\frac{\omega(L+C\cdot R1\cdot R2)}{R2-\omega^2 LC\cdot(R2+R1)}\right).$$

Б.2.5 На рисунке Б.4 – диаграммы АЧХ, ФЧХ, а также ЛАЧХ при значениях параметров элементов: *R1=150* Ом, *R2=1,5* КОм, *L=5* мГн, *C=11* нФ.

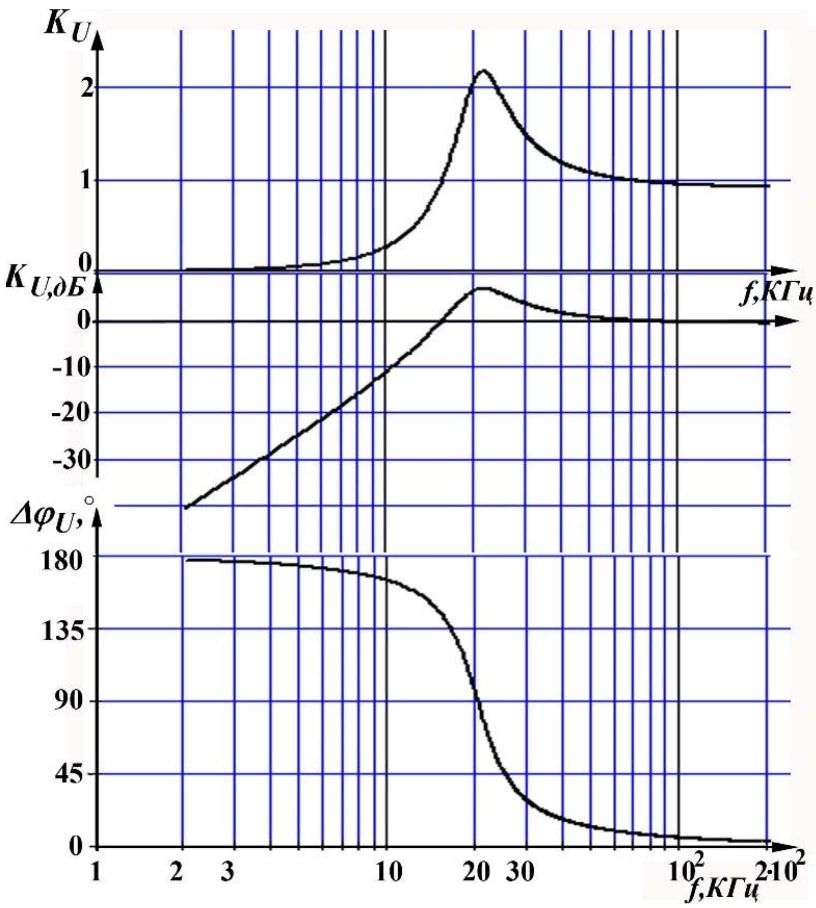


Рисунок Б.4 – Диаграммы АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ

Приложение В

(справочное)

Примеры расчётов ЧХ коэффициента передачи по току

В.1 Пример 1

Определить выражения ЧХ коэффициента передачи по току конденсатора параллельного *RLC*-контура (рисунок В.1). Построить диаграммы АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ при значениях параметров: *R2=15* кОм*, L=50* мГн*, C=110* нФ.

Решение.

В.1.1 Входной и выходной токи $\dot{\mathbf{I}}_1$ и $\dot{\mathbf{I}}_2$ связаны с $\dot{\mathbf{U}}_1$ законом Ома:

$$\dot{\mathbf{I}}_2 = \dot{\mathbf{U}}_1 \cdot \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{C}} = \dot{\mathbf{U}}_1 \cdot j \cdot \omega \cdot C, \qquad (В.1)$$

$$\dot{\mathbf{I}}_1 = \dot{\mathbf{U}}_1 \cdot \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{вх}}, \qquad (В.2)$$

где

$$\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{вх}} = \frac{1}{R} + \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{C}} + \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{L}} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \frac{j\omega \cdot L - \omega^2 LC \cdot R + R}{j\omega \cdot L \cdot R}. \qquad (В.3)$$

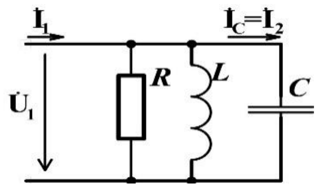


Рисунок В.1 – Исследуемый параллельный контур

В.1.2 С учётом (В.1) - (В.3) получим выражение для КЧХ

$$\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{I_C}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\dot{\mathbf{I}}_2}{\dot{\mathbf{I}}_1} = \frac{j\,\dot{\mathbf{U}}_1 \cdot \omega C}{\dot{\mathbf{U}}_1 \cdot \underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{вх}}} = \frac{j \cdot \omega C}{\underline{\mathbf{Y}}_{\mathbf{вх}}} = \frac{-\omega^2 L \cdot C \cdot R}{j\omega \cdot L - \omega^2 LC \cdot R + R}. \qquad (В.4)$$

В.1.3 Для получения АЧХ разделим модули числителя и знаменателя (В.4)

$$K_{I_C}(\omega)=\left|\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{I_C}}(\boldsymbol{\omega})\right|=\frac{\omega^2 L\cdot C\cdot R}{\sqrt{R^2\left(1-\omega^2 LC\right)^2+\omega^2\cdot L^2}}.$$

В.1.4 ФЧХ – разность аргументов числителя и знаменателя (В.4)

$$\Delta\varphi_{I_C}(\omega)=\arg\left(\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{I_C}}(\boldsymbol{\omega})\right)=\pi-arctg\left(\frac{\omega\cdot L}{R\left(1-\omega^2 LC\right)}\right).$$

В.1.5 Диаграммы АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ – на рисунке В.2.

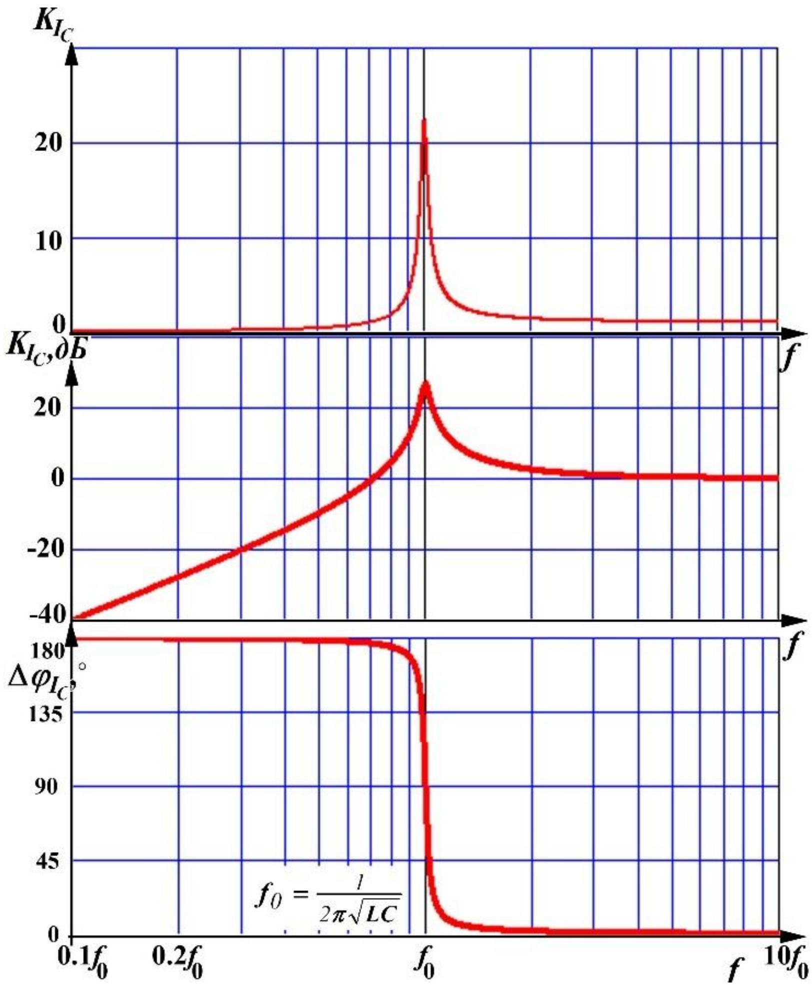


Рисунок В.2 – Диаграммы АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ

В.2 Пример 2

Определить выражения ЧХ коэффициента передачи по току LC-контура (рисунок В.3), считая выходным током – ток катушки. Построить диаграммы АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ при значениях параметров: $r=50$ Ом, $L=50$ мГн, $C=110$ нФ.

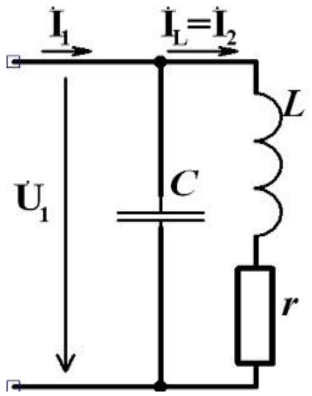


Рисунок В.3 – Исследуемый параллельный контур

Решение.

В.2.1 Применим метод «пропорциональных величин».

В.2.1.1 Предположим – задана комплексная амплитуда индуктивного тока $\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}}$.

В.2.1.2 Падение напряжения на идеальной катушке

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{L}} = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} \cdot j\omega L.$$

В.2.1.3 Падение напряжения на сопротивлении потерь катушки

$$\dot{\mathbf{U}}_{r} = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} \cdot r.$$

В.2.1.4 Входное напряжение, оно же – напряжение ёмкости

$$\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{1}} = \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{C}} = \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{L}} + \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{r}} = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} \cdot (r + j\omega L).$$

В.2.1.5 Ток ёмкости

$$\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{C}} = \dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{1}} \cdot j\omega \cdot C = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} \cdot (r + j\omega L) j\omega \cdot C = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} \cdot \left(j \cdot \omega Cr - \omega^2 LC\right).$$

В.2.1.6 Входной ток

$$\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{1}} = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{C}} + \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} \left(j \cdot \omega Cr - \omega^2 LC\right) + \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} = \dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} \left(1 + j \cdot \omega Cr - \omega^2 LC\right). \qquad (В.5)$$

В.2.2 С учётом (В.5) получим выражение КЧХ

$$\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{I}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{2}}}{\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{1}}} = \frac{\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}}}{\dot{\mathbf{I}}_{\mathbf{L}} \left(1 + j \cdot \omega Cr - \omega^2 LC\right)} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \omega^2 LC\right)^2 + \omega^2 C^2 r^2} \cdot e^{j \cdot arctg\left(\frac{\omega \cdot C \cdot r}{1 - \omega^2 L \cdot C}\right)}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{I}}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{e^{-j\cdot arctg\left(\frac{\omega\cdot C\cdot r}{1-\omega^2 L\cdot C}\right)}}{\sqrt{\left(1-\omega^2 LC\right)^2 + \omega^2 C^2 r^2}}.$$

Выражение для АЧХ

$$K_I(\omega) = \left|\dot{\mathbf{H}}_{\mathbf{I}}(\boldsymbol{\omega})\right| = \frac{1}{\sqrt{\left(1-\omega^2 LC\right)^2 + \omega^2 C^2 r^2}}.$$

В.2.3 Выражение для ФЧХ

$$\Delta\varphi_I(\omega) = \arg\left(\dot{\mathbf{K}}_{\mathbf{I}}(\boldsymbol{\omega})\right) = -arctg\left(\frac{\omega\cdot C\cdot r}{1-\omega^2 LC}\right).$$

На рисунке В.4 – диаграммы полученных АЧХ, ФЧХ, а также ЛАЧХ.

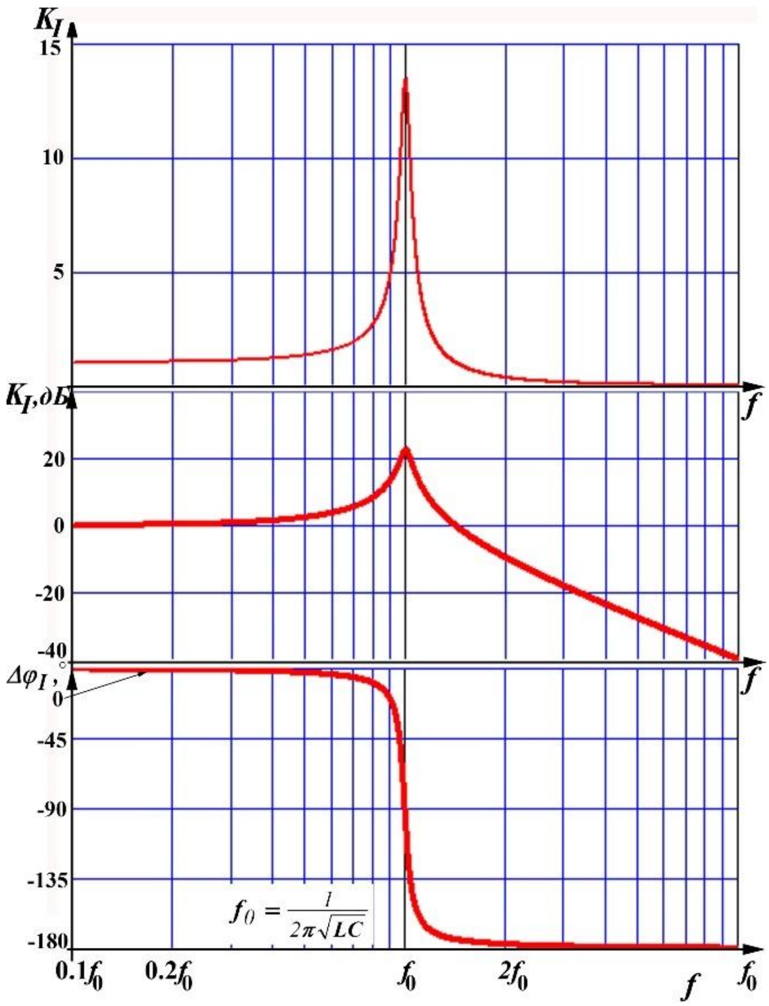


Рисунок В.4 – Диаграммы АЧХ, ЛАЧХ и ФЧХ

Приложение Г

(обязательное)

Таблица измеренных параметров колебательного контура

Таблица Г.1 – Измеренные параметры контура

<table>
<tr><th rowspan="2">Параметры, характеристики</th><th rowspan="2">f_0</th><th rowspan="2">$R_{рез}$</th><th rowspan="2">ρ</th><th rowspan="2">Q</th><th colspan="2">Границы полосы пропускания</th><th rowspan="2">Δf</th></tr>
<tr><th>$f_н$</th><th>$f_в$</th></tr>
<tr><td>Результаты вычислений</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Графо-аналитические измерения</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Экспериментальные измерения</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Приложение Д

(обязательное)

Таблица вычисленных и измеренных частотных характеристик

Таблица Д.1 – Частотная характеристика контура

f, Гц или кГц	$U1_m$	$U2_m$	$\Delta\varphi_U$		K_U		$K_{U,\text{дБ}}$
	эксп.	эксп.	расч.	эксп.	расч.	эксп.	расч.
$0{,}1 \cdot f_0 =$							
$f_0/3 =$							
$f_н =$							
$f_0 =$							
$f_в =$							
$3 \cdot f_0 =$							
$10 \cdot f_0 =$							

Приложение Е

(рекомендуемое)

Пример качественного построения частотных характеристик

Задача – для схемы фильтра рисунка Е.1 качественно построить диаграммы:

- АЧХ – $K_u(w) = U2_m / U_{\text{вх},m}$;
- и ФЧХ – $\Delta\varphi(w) = \varphi_{u2} - \varphi_{u,\text{вх}}$.

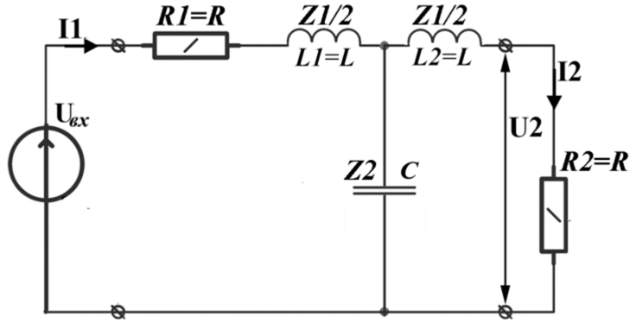


Рисунок Е.1 – Схемы фильтра

Решение: при качественном (интуитивном) построении АЧХ и ФЧХ достаточно определить значения указанных характеристик на низших частотах (при $\omega \to \infty$), в области высших частот (при $\omega \to \infty$), и в некоторых особых частотных точках. Последними являются, как правило, частоты, при которых наблюдаются резонансные явления в отдельных участках цепей фильтра.

Е.1 В области НЧ – при $\omega \to 0$

$$\begin{cases} \underline{Z2} = \dfrac{1}{j \cdot \omega \cdot C} \to -j\infty, \\ \underline{Z1}/2 = j \cdot \omega \cdot L \to 0. \end{cases}$$

Поэтому ёмкость заменяется «обрывом» (рисунок Е.2), индуктивность – «коротким замыканием» (КЗ). С учётом, что $R1$=$R2$=R, по схеме рисунка Е.2 получим

$$\mathbf{I1} = \mathbf{I}2 = \frac{\mathbf{U_{вх}}}{R1 + R2} \Rightarrow \mathbf{U2} = \mathbf{I2} \cdot R2 = \frac{\mathbf{U_{вх}} \cdot R2}{R1 + R2} = \frac{\mathbf{U_{вх}}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathbf{H_u}(\mathbf{0}) = \frac{\mathbf{U2}}{\mathbf{U_{вх}}} = \frac{\mathbf{U2}}{2\cdot\mathbf{U_{вх}}} = 0.5. \qquad (Е.1)$$

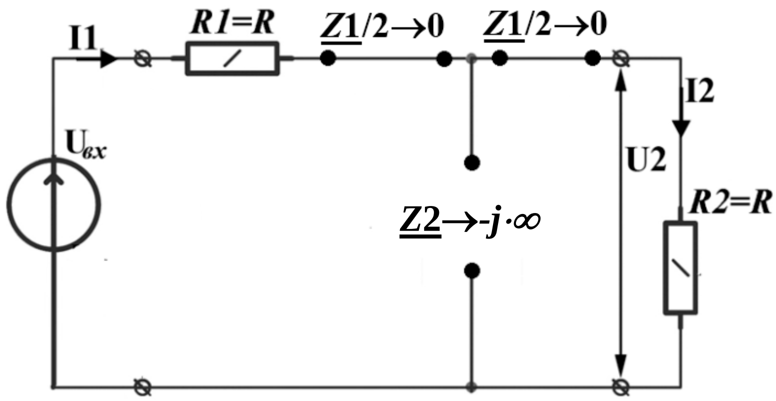


Рисунок Е.2 – Упрощённая схемы фильтра при $\omega \to 0$

Значение (Е.1) – чисто вещественное, и значение АЧХ с ним совпадает

$$K_u(0) = |\mathbf{H_u}(0)| = 0.5,$$

а значение ФЧХ – нулевое

$$\Delta\varphi(0) = 0$$

Е.2 В области ВЧ – при $\omega \to \infty$

$$\begin{cases} \underline{Z2} = \dfrac{1}{j\cdot\omega\cdot C} \to 0, \\ \underline{Z1}/2 = j\cdot\omega\cdot L \to \infty. \end{cases}$$

Поэтому ёмкость заменяется КЗ, индуктивность – «обрывом» (рисунок Е.3). Из полученной схемы видно, что входной ток и ток через нагрузку – нулевые, а вход второго контура *L2* – *R2* закорочен.

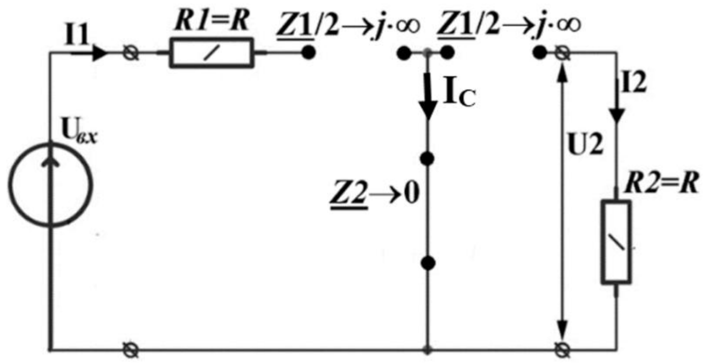


Рисунок Е.3 – Упрощённая схемы фильтра при $\omega \to \infty$

Следовательно, выходное напряжение

$$\mathbf{U2} = 0,$$

и значение модуля коэффициента передачи (или АЧХ) также нулевое

$$K_{u,\text{ВЧ}} \to 0.$$

Е.3 Для определения значения ФЧХ на высоких частотах воспользуемся построением векторной диаграммы (рисунок Е.4).

Е.3.1 Задаёмся единичным напряжением на входе $\mathbf{U}_{\text{вх}} = 1$ – откладываем единичный вектор на оси Ox (рисунок Е.4).

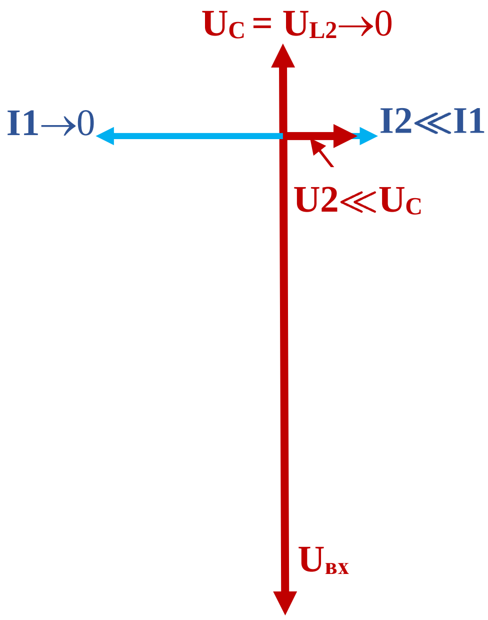


Рисунок Е.4 – Векторная диаграммы при высших частотах $\omega \to \infty$

Е.3.2 $0{,}5 \cdot \underline{Z1} \to \infty$, $\underline{Z2} \to 0 \Rightarrow$ почти весь *малый* ток **I1** течёт по цепи $\mathbf{U}_{\text{вх}} – R1 – L1 – C$, замкнутой конденсатором (рисунок Е.3).

Е.3.3 В этой цепи преобладает *индуктивное* $\underline{Z1}/2 \to \infty \Rightarrow$ **I1** относительно $\mathbf{U}_{\text{вх}}$ *отстаёт* на 90° (рисунок Е.4).

Е.3.4 Напряжение ёмкости $\mathbf{U}_\mathbf{C}\to 0$ отстаёт от $\mathbf{I}_\mathbf{C} = \mathbf{I1}$ на 90° и от $\mathbf{U}_{\text{вх}}$ на 180°.

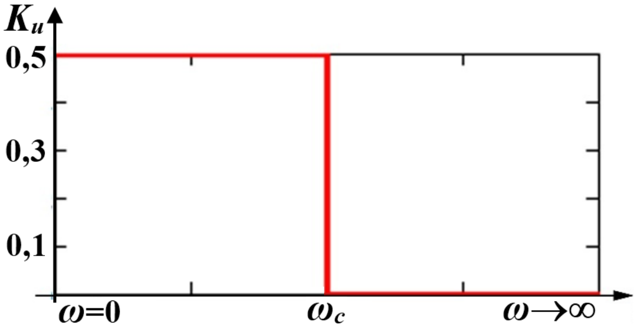
Е.3.5 То же $\mathbf{U}_\mathbf{C} \to 0$ приложено к контуру $L2$ - $R2$ и создаёт в нём ток $\mathbf{I2} \ll \mathbf{I1} \to 0$.

Е.3.6 Так как контур $L2–R2$ имеет индуктивный характер (индуктивное $0{,}5 \cdot \underline{Z1} \to \infty$), то ток **I2** отстаёт от $\mathbf{U}_\mathbf{C}$ на 90° и на 270° от $\mathbf{U}_{\text{вх}}$ (рисунок Е.4).

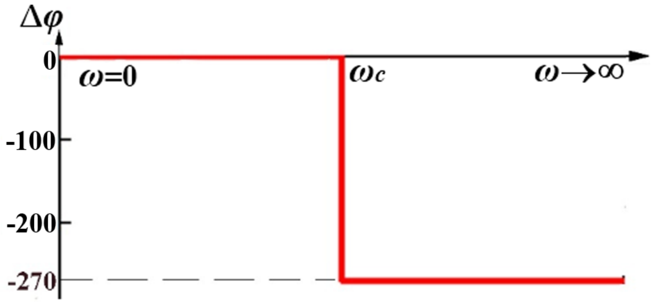
Е.3.7 В итоге током **I2** на *резисторе R2* создаётся выходное напряжение **U2**$\rightarrow$0, которое с **I2** в одной фазе $\Rightarrow$ **U2** на $\Delta\varphi_{\text{ВЧ}}$ = 270° от $\mathbf{U_{вх}}$ (рисунок Е.4).

Е.4 По результатам рассуждений строится диаграммы АЧХ и ФЧХ.

Е.4.1 Области НЧ и ВЧ при качественном анализе условно разделяются граничной частотой или частотой среза ω_c (рисунок Е.5).



а)



б)

Рисунок Е.5 – Интуитивно построенные диаграммы: а) АЧХ; б) ФЧХ

Е.4.2 Диапазон НЧ располагается от ω = 0 до ω = ω_c. Для его частот рисуем горизонтальные отрезки, соответствующие определённым вами уровням $K_u(0)$ на диаграмме АЧХ (рисунок Е.5,а) и $\Delta\varphi(0)$ – на диаграмме ФЧХ (рисунок Е.5,б).

Е.4.3 Аналогично, для диапазона ВЧ (от $\omega = \omega_c$ до $\omega \rightarrow\infty$) чертим горизонтальные прямые, соответствующие определённым вами уровням $K_{u,\text{ВЧ}}$ на диаграмме АЧХ (рисунок Е.5,а) и $\Delta\varphi_{\text{ВЧ}}$ – на диаграмме ФЧХ (рисунок Е.5,б).

Приложение Ж

(рекомендуемое)

Краткие сведения о характеристических параметрах

По определению мера передачи вычисляется с помощью выражения

$$g = \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{\mathbf{U1} \cdot \mathbf{I1}}{\mathbf{U2} \cdot \mathbf{I2}}\right)$$

в котором величины входных и выходных токов и напряжений измерены в согласованном режиме. В этом режиме должны выполняются следующие условия:

1) сопротивление нагрузки $\underline{Z2}$ совпадает с выходным характеристическим сопротивлением $\underline{Z2}_c$;

2) входное сопротивление фильтра $\underline{Z1}$ совпадает с входным характеристическим сопротивлением $\underline{Z1}_c$;

3) на выход передаётся максимальная часть входной мощности.

Мера передачи Г-образных фильтров рисунков 3.1,а и б обозначена как *g/2*

$$\frac{g}{2} = \frac{a}{2} + j \cdot \frac{b}{2}, \tag{Ж.1}$$

где b – коэффициент фазы.

Так как симметричные фильтры (рисунки 3.1,в и г) могут быть получены двумя разными комбинациями каскадного соединения Г-образного фильтра с Т-входом и Г-фильтра с П-входом (рисунок Ж.1).

Меры передачи при этом суммируются (удваиваются)

$$g_T = g_П = \frac{g}{2} + \frac{g}{2} = g = a + j \cdot b.$$

Меры затухания Г-образных и симметричных фильтров пропорциональны, поэтому условия

$$a/2 = 0 \quad \text{и} \quad a = 0$$

выполнимы для одних и тех же диапазонов частот. Поэтому условия определения границ ПП и для Г-образных, и для симметричных фильтров одинаковы.

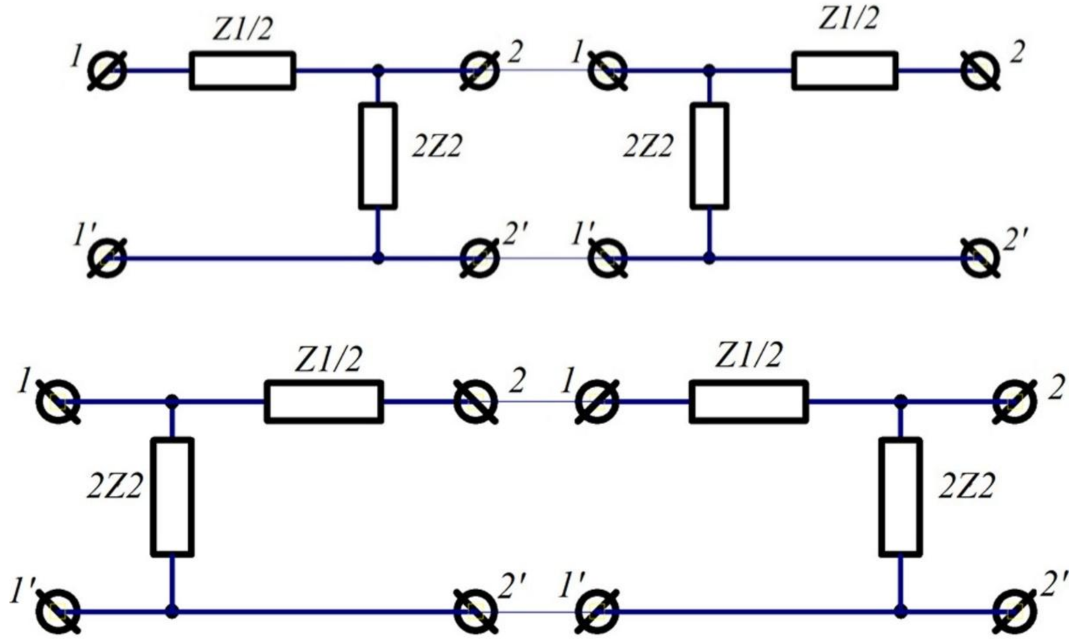


Рисунок Ж.1 – Синтез симметричных фильтров из Г-образных фильтров прототипов

Приложение И

(рекомендуемое)

Условия для определения полосы пропускания LC-фильтров

Опишем получение уравнений относительно частоты [1, 3], при которой

$a/2 = 0$ или $a = 0$.

Установлена связь между мерой передачи и А-параметрами фильтров

$$ch\left(\frac{\mathbf{g}}{2}\right) = \sqrt{\mathbf{A_{11}} \cdot \mathbf{A_{22}}}\ , \tag{И.1}$$

$$sh\left(\frac{\mathbf{g}}{2}\right) = \sqrt{\mathbf{A_{12}} \cdot \mathbf{A_{21}}}\ , \tag{И.2}$$

где за величину $\mathbf{g}/2$ принята мера передачи Г-образных фильтров.

$\mathbf{A_{11}}$, $\mathbf{A_{12}}$, $\mathbf{A_{21}}$ и $\mathbf{A_{22}}$ – коэффициенты систем А-параметров

$$\begin{cases} U1 = \mathbf{A_{11}} \cdot U2 + \mathbf{A_{12}} \cdot I2 \\ I1 = \mathbf{A_{21}} \cdot U2 + \mathbf{A_{22}} \cdot I2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} U2 = \mathbf{A_{22}} \cdot U1 + \mathbf{A_{12}} \cdot I1 \\ I2 = \mathbf{A_{21}} \cdot U1 + \mathbf{A_{11}} \cdot I1 \end{cases}.$$

Для Г-образного четырёхполюсника (рисунок 3.1,а) известны *А*-параметры

$$\mathbf{A_{11}} = 1 + \frac{\underline{Z1}}{2 \cdot \underline{Z2}},\ \mathbf{A_{22}} = 1,\ \mathbf{A_{12}} = \frac{\underline{Z1}}{2} \text{ и } \mathbf{A_{21}} = \frac{1}{2 \cdot Z2}.$$

В *LC*-фильтрах элементы $\underline{Z1}/2$ и $2{\cdot}\underline{Z2}$ должны быть чисто реактивными и разного характера [3]. Если $\underline{Z1}/2$ – индуктивного характера и $\underline{Z1}=j{\cdot}x1$, то $2{\cdot}\underline{Z2}$ должен быть емкостным – $\underline{Z2}=-j{\cdot}x2$, и наоборот. Поэтому (И.1) и (И.2) примут вид

$$ch\left(\frac{\mathbf{g}}{2}\right) = \pm\sqrt{1 + \frac{\underline{Z1}}{4 \cdot \underline{Z2}}}, \tag{И.3}$$

$$sh\left(\frac{\mathbf{g}}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{\underline{Z1}}{4 \cdot \underline{Z2}}} = \pm\sqrt{-\frac{x1}{4 \cdot x2}} = \pm j\sqrt{\frac{x1}{4 \cdot x2}}, \tag{И.4}$$

а отношение комплексных сопротивлений всегда отрицательное

$$\frac{\underline{Z1}}{4\cdot \underline{Z2}} \le 0 .$$

С учётом (Ж.1) и на основании известных гиперболических преобразований

$$ch\left(\frac{\mathbf{g}}{2}\right) = ch\left(\frac{a}{2} + j\cdot\frac{b}{2}\right) = ch\left(\frac{a}{2}\right)\cdot ch\left(j\frac{b}{2}\right) + sh\left(\frac{a}{2}\right)\cdot sh\left(j\frac{b}{2}\right), \qquad (И.5)$$

$$sh\left(\frac{\mathbf{g}}{2}\right) = sh\left(\frac{a}{2} + j\cdot\frac{b}{2}\right) = sh\left(\frac{a}{2}\right)\cdot ch\left(j\frac{b}{2}\right) + ch\left(\frac{a}{2}\right)\cdot sh\left(j\frac{b}{2}\right). \qquad (И.6)$$

Так как

$$ch\left(j\frac{b}{2}\right) = \frac{e^{0.5j\cdot b} + e^{-0.5j\cdot b}}{2} = \cos\left(\frac{b}{2}\right),$$

$$\text{и } sh\left(j\frac{b}{2}\right) = j\frac{e^{0.5j\cdot b} - e^{-0.5j\cdot b}}{2} = j\cdot\sin\left(\frac{b}{2}\right),$$

выражения (И.5) и (И.6) преобразуются к виду

$$ch(\mathbf{g}/2) = ch(a/2)\cdot\cos(b/2) + j\cdot sh(a/2)\cdot\sin(b/2), \qquad (И.7)$$

$$sh(\mathbf{g}/2) = sh(a/2)\cdot\cos(b/2) + j\cdot ch(a/2)\cdot\sin(b/2). \qquad (И.8)$$

Из (И.4) выражение (И.8) чисто мнимое и в ПП, и в полосе задерживания (ПЗ)

$$sh(a/2)\cdot\cos(b/2) \equiv 0 . \qquad (И.9)$$

В ПП – при *a*=0 – (И.7) чисто действительное. С учётом (И.3) и (И.4) получим

$$\begin{cases} \cos\left(\frac{b}{2}\right) = \pm\sqrt{1 + \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}}} \\ j\cdot\sin\left(\frac{b}{2}\right) = \sqrt{\frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}}} \\ sh(0)\cos\left(\frac{b}{2}\right) = 0 \\ \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\cos\left(\frac{b}{2}\right)\right)^2 = 1 + \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}} \\ -\left(\sin\left(\frac{b}{2}\right)\right)^2 = \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}} \\ \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}} < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \le 1 + \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}} \le 1 \\ -1 \le \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}} \le 0 \\ \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}} < 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -1 \le \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}} \le 0 . \qquad (И.10)$$

В ПЗ условие (И.9) выполняется тогда, когда

$$\cos\left(\frac{b}{2}\right)=0 \Rightarrow b=\pm\pi,\pm3\pi,\ldots \Rightarrow \sin\left(\frac{b}{2}\right)=\pm1,$$

и выражение (И.7) – чисто мнимое

$$\begin{cases} j\cdot sh\left(\frac{a}{2}\right)=\pm\sqrt{1+\frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}}} \\ j\cdot ch\left(\frac{a}{2}\right)=\sqrt{\frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}}} \\ \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}}<0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\left(sh\left(\frac{a}{2}\right)\right)^2=1+\frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}}<0 \\ -\left(ch\left(\frac{a}{2}\right)\right)^2=\frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}}<-1 \\ \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}}<0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\underline{Z1}}{4\cdot\underline{Z2}}\le -1. \tag{И.11}$$

Таким образом, в ПП должно выполняться условие (И.10), в ПЗ – (И.11).

Приложение К

(обязательное)

Заготовки таблиц для избирательных характеристик фильтров

Сокращения: ПП – полоса пропускания, ПЗ полоса задерживания

Таблица К.1 – Избирательные характеристики ПП ФНЧ

Способы определения	Верхняя частота ПП $f_в$, Гц или кГц	Степень неравномерности ΔН, дБ
По критерию $a=0$		
По уровню α= -3 дБ аналитической ЛАЧХ		
По уровню α= -3 дБ экспериментальной ЛАЧХ		

Таблица К.2 – Избирательные характеристики ПП ФВЧ

Способы определения	Нижняя частота ПП $f_н$, Гц или кГц	Степень неравномерности ΔН, дБ
По критерию $a=0$		
По уровню α= -3 дБ аналитической ЛАЧХ		
По уровню α= -3 дБ экспериментальной ЛАЧХ		

Таблица К.3 – Избирательные характеристики ПП ПФ

Способы определения	Граничные частоты ПП, Гц или кГц		Ширина ПП Δf, *Гц или кГц*	Центральная частота ПП, f_0	Степень неравномерности ΔН, дБ
	$f_н$	$f_в$			
По критерию $a=0$					
По уровню α= -3 дБ аналитической ЛАЧХ					
По уровню α= -3 дБ экспериментальной ЛАЧХ					

Таблица К.4 – Избирательные характеристики ПЗ РФ

Способы определения	Граничные частоты ПЗ, Гц или кГц		Ширина ПЗ Δf, Гц или кГц	Центральная частота ПЗ, f_0	Степень неравномерности ΔН, дБ
	$f_н$	$f_в$			
По критерию $a=0$					
По уровню α= -3 дБ аналитической ЛАЧХ					
По уровню α= -3 дБ экспериментальной ЛАЧХ					

Приложение Л

(справочное)

Примеры расчёта частотных характеристик фильтров

Л.1 Пример 1. Фильтр 2-го порядка

Показан вывод функции частотной характеристики фильтра рисунка Л.1.

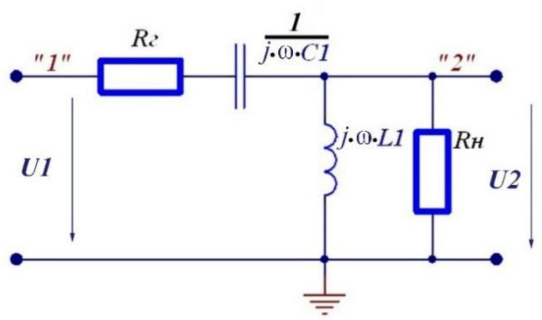


Рисунок Л.1

Расчёт выполняется методом двух улов.

Л.1.1 Задаём единичное напряжение источника на входе **U1** = 1.

Л.1.2 Составляем узловое уравнение для узла «2»

$$\mathbf{U}2 \cdot \underline{Y}_{22} = \frac{1}{\dfrac{1}{j \cdot \omega \cdot C1} + R\textit{г}} = \frac{1 \cdot j \cdot \omega \cdot C1}{1 + j \cdot \omega \cdot C1 \cdot R\textit{г}}, \tag{Л.1}$$

В правой части (Л.1) – эквивалентный ток источника ЭДС **U1**, а $\underline{Y}_{22}$ в левой части – собственная проводимость узла «2»

$$\underline{Y}_{22} = \frac{1}{\dfrac{1}{j \cdot \omega \cdot C1} + R\textit{г}} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L1} + \frac{1}{R\textit{н}} = \frac{j \cdot \omega \cdot C1}{1 + j \cdot \omega \cdot C1 \cdot R\textit{г}} + \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L1} + \frac{1}{R\textit{н}}. \tag{Л.2}$$

Л.1.3 Из уравнения (Л.1) получим **U2**

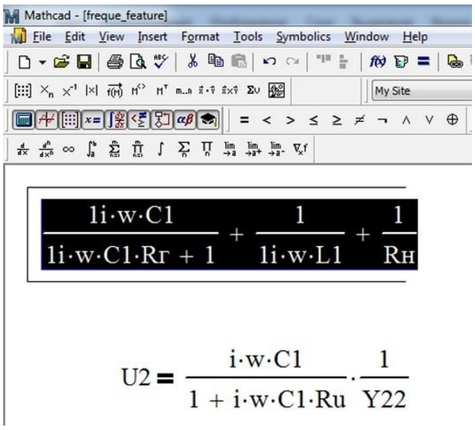
$$\mathbf{U}2 = \frac{1 \cdot j \cdot \omega \cdot C1}{1 + j \cdot \omega \cdot C1 \cdot R\textit{г}} \cdot \frac{1}{\underline{Y}_{22}}\,. \qquad (Л.3)$$

Л.1.4 Выражение **U2(ω)** можно получить и «в рукопашную», но сейчас воспользуемся символьными операторами программы Маткад.

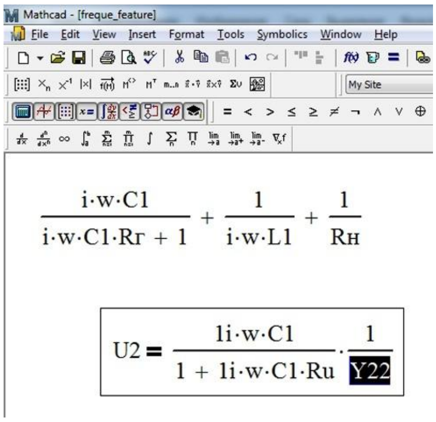
Л.1.4.1 Вводим правую часть (Л.2) и тождество (Л.3) (рисунок Л.2,а).

Л.1.4.2 Выделяем правую часть (Л.2) и сбрасываем в память (рисунок Л.2,а).

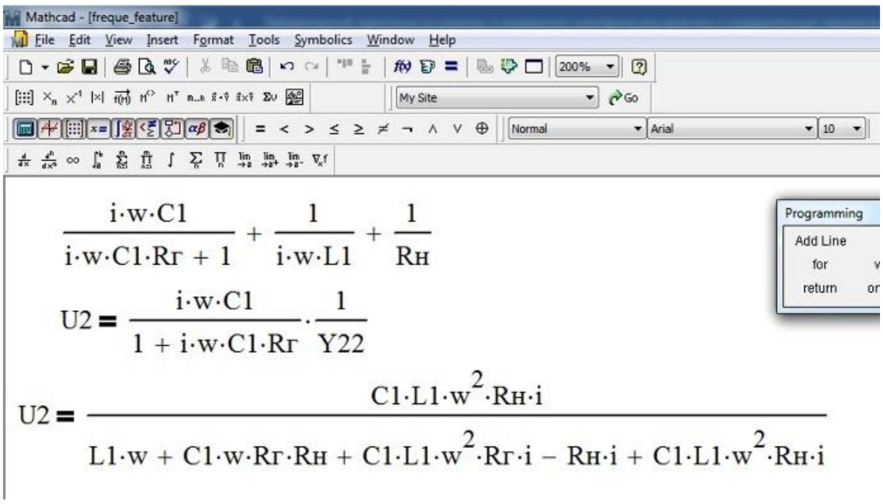
Л.1.4.3 Выделяем переменную $\underline{Y}_{22}$ в выражении (Л.3) (рисунок Л.2,б).



а)



б)



в)

Рисунок Л.2 – Подстановка выражения $\underline{Y}_{22}$ в соотношение для $\dot{\mathbf{U}}\mathbf{2}(\boldsymbol{\omega})$ в Маткаде

Л.1.4.4 Используя команду «Symbolics»→«Variable» →«Substitute», получаем выражение – функцию частоты для **U2(ω)** (рисунок Л.2,в)

$$\mathbf{U2}(\boldsymbol{\omega}) = \frac{\omega^2 \cdot C1 \cdot L1 \cdot R\textit{н} \cdot j}{j \cdot (R\textit{н} + Rr)C1 \cdot L1 \cdot \omega^2 + (L1 + C1 \cdot R\textit{н} \cdot Rr) \cdot \omega - j \cdot R\textit{н}}. \qquad (\text{Л.4})$$

Л.1.5 Так как **U1** = 1, то функция коэффициента передачи примет вид (Л.4)

$$\mathbf{H}(\boldsymbol{\omega}) := \frac{\omega^2 \cdot C1 \cdot L1 \cdot R\textit{н} \cdot j}{j \cdot (R\textit{н} + Rr)C1 \cdot L1 \cdot \omega^2 + (L1 + C1 \cdot R\textit{н} \cdot Rr) \cdot \omega - j \cdot R\textit{н}}. \qquad (\text{Л.5})$$

Л.1.6 Выражения АЧХ – модуля комплексной частотной характеристики – получим ниже как отношение модуля числителя к модулю знаменателя выражения.

Л.1.6.1 Формируем дробно-рациональную функцию АЧХ (рисунок Л.3).

Л.1.6.2 Модуль числителя **N1(ω)** определяют «по теореме Пифагора»

$$|\mathbf{N1}(\boldsymbol{\omega})| = \sqrt{(\mathrm{Re}(\mathbf{N1}(\boldsymbol{\omega})))^2 + (\mathrm{Im}(\mathbf{N1}(\boldsymbol{\omega})))^2}.$$

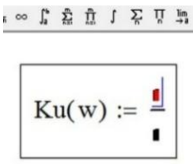
В числителе функции коэффициента передачи (Л.5) наблюдается только одно слагаемое, причём с мнимой единицей

$$\mathbf{N1}(\boldsymbol{\omega}) = j \cdot \omega^2 \cdot C1 \cdot L1 \cdot R\textit{н} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathrm{Re}(\mathbf{N1}(\boldsymbol{\omega})) = 0 \text{ и } \mathrm{Im}(\mathbf{N1}(\boldsymbol{\omega})) = \omega^2 \cdot C1 \cdot L1 \cdot R\textit{н} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\mathbf{N1}(\boldsymbol{\omega})| = \sqrt{(\mathrm{Im}(\mathbf{N1}(\boldsymbol{\omega})))^2} = \omega^2 \cdot C1 \cdot L1 \cdot R\textit{н}. \qquad (\text{Л.6})$$

Выражение (Л.6) – вводится в числитель функции АЧХ (рисунок Л.3,б).



а)

$$\mathrm{Ku(w)} := \frac{(\mathrm{C1 \cdot L1 \cdot w^2 \cdot R\text{н}})}{\blacksquare}$$

б)

$$\mathrm{Ku(w)} := \frac{\mathrm{C1 \cdot L1 \cdot w^2 \cdot R\text{н}}}{\sqrt{(\mathrm{C1 \cdot L1 \cdot w^2 \cdot 2 \cdot Rr - R\text{н}})^2 + \mathrm{w^2 \cdot (L1 + C1 \cdot Rr \cdot R\text{н})^2}}}$$

в)

Рисунок Л.3 – Получение функции АЧХ в Маткаде

Л.1.6.3 Для знаменателя **N2(ω)** определяем суммарное выражение его *действительной части* (смотри дробь (Л.5))

$$\mathrm{Re}(\mathbf{N}2(\boldsymbol{\omega})) = (L1 + C1 \cdot R\textit{н} \cdot Rr) \cdot \omega .$$

Л.1.6.4 *Мнимую часть* **N2(ω)** получим, суммируя коэффициенты перед мнимыми единицами в знаменателе функции (Л.5), с учётом знаков

$$\mathrm{Im}(\mathbf{N2(\omega)}) = (R\textit{н} + R\textit{г})C1 \cdot L1 \cdot \omega^2 - R\textit{н}.$$

Л.1.6.5 *Выражение для модуля знаменателя*

$$|\mathbf{N}2(\boldsymbol{\omega})| = \sqrt{(\mathrm{Re}(\mathbf{N}2(\boldsymbol{\omega})))^2 + (\mathrm{Im}(\mathbf{N}2(\boldsymbol{\omega})))^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\mathbf{N2}(\boldsymbol{\omega})| = \sqrt{((L1 + C1 \cdot R\textit{н} \cdot Rr) \cdot \omega)^2 + ((R\textit{н} + Rr)C1 \cdot L1 \cdot \omega^2 - R\textit{н})^2}$$

вставляем в функцию АЧХ в Маткаде (рисунок Л.3,в).

Л.2 Пример 2. Фильтр 3-го порядка

Показан вывод функции частотной характеристики схемы рисунка Л.4.

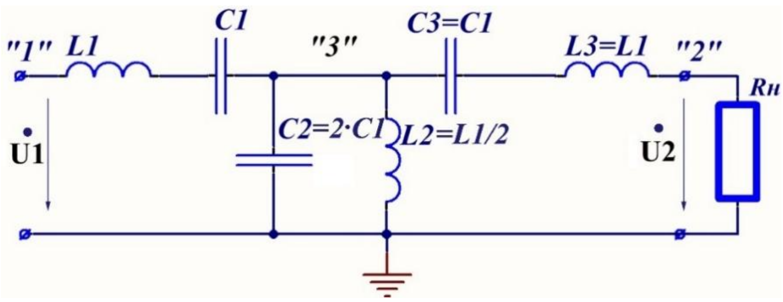


Рисунок Л.4 – Фильтр 3-го порядка

Расчёт также выполним методом узловых потенциалов.

Л.2.1 Аналогично задаём единичное напряжение на входе $\dot{\mathbf{U}}1 = 1$.

Л.2.2 Составляем узловое уравнение для узла «3»

$$\dot{\mathbf{U}}3 \cdot \underline{Y}_{33} - \dot{\mathbf{U}}2 \cdot \underline{Y}_{32} = \frac{1}{\dfrac{1}{j \cdot \omega \cdot C1} + j \cdot \omega \cdot L1} = \dot{\mathbf{U}}1 \cdot \frac{j \cdot \omega \cdot C1}{1 - \omega^2 \cdot L1 \cdot C1} = \frac{1 \cdot j \cdot \omega \cdot C1}{1 - \omega^2 \cdot L1 \cdot C1} \qquad (Л.7)$$

;

$\underline{Y}_{33}$ – собственная проводимость узла «3», определяемая выражением

$$\underline{Y}_{33} = \frac{1}{\dfrac{1}{j \cdot \omega \cdot C1} + j \cdot \omega \cdot L1} \cdot 2 + \frac{2}{j \cdot \omega \cdot L1} + 2 \cdot j \cdot \omega \cdot C1;$$

$\underline{Y}_{32}$ – взаимная проводимость между узлами «3» и «2»

$$\underline{Y}_{32} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L1 + \dfrac{1}{j \cdot \omega \cdot C1}} = \frac{1 \cdot j \cdot \omega \cdot C1}{1 - \omega^2 \cdot L1 \cdot C1}.$$

Л.2.3 Узловое уравнение для узла «2»

$$-\dot{\mathbf{U}}3 \cdot \underline{Y}_{32} + \dot{\mathbf{U}}2 \cdot \underline{Y}_{22} = 0, \qquad (Л.8)$$

где $\underline{Y}_{22}$ – собственная проводимость узла «2»

$$\underline{Y}_{22} = \frac{1}{j \cdot \omega \cdot L1 + \dfrac{1}{j \cdot \omega \cdot C1}} + \frac{1}{R_н} = \frac{1 \cdot j \cdot \omega \cdot C1}{1 - \omega^2 \cdot L1 \cdot C1} + \frac{1}{R_н}.$$

Л.2.4 Составляем в MathCad-е матрицу коэффициентов **Y** (рисунок Л.5,а).

$$Y = \begin{pmatrix} 2 \cdot \left(\dfrac{1i \cdot w \cdot C1}{1 - w^2 \cdot L1 \cdot C1} + \dfrac{1 - w^2 \cdot L1 \cdot C1}{1i \cdot w \cdot L1} \right) & \dfrac{-1i \cdot w \cdot C1}{1 - w^2 \cdot L1 \cdot C1} \\ \dfrac{-1i \cdot w \cdot C1}{1 - w^2 \cdot L1 \cdot C1} & \dfrac{1i \cdot w \cdot C1}{1 - w^2 \cdot L1 \cdot C1} + \dfrac{1}{Rн} \end{pmatrix}$$

а)

$$Y = \begin{bmatrix} 2\cdot\left(\dfrac{i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} + \dfrac{1 - w^2\cdot L1\cdot C1}{i\cdot w\cdot L1}\right) & \dfrac{-i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} \\ \dfrac{-i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} & \dfrac{i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} + \dfrac{1}{R_н} \end{bmatrix}$$

$$Y = \frac{2\cdot R_н\cdot C1^3\cdot L1^2\cdot w^5 - 8i\cdot C1^2\cdot L1^2\cdot w^4 - 5\cdot R_н\cdot C1^2\cdot L1\cdot w^3 + 2\cdot R_н\cdot C1\cdot w + 2\cdot C1^3\cdot L1^3\cdot w^6\cdot i - 2i + 8\cdot C1\cdot L1\cdot w^2\cdot i}{R_н\cdot C1^2\cdot L1^3\cdot w^5 - 2\cdot R_н\cdot C1\cdot L1^2\cdot w^3 + R_н\cdot L1\cdot w}$$

б)

Рисунок Л.5 – Вывод выражения для главного определителя в MathCad-е

Л.2.5 Выделяем матрицу (рисунок Л.5,а).

Л.2.6 Используя команду «Symbolics»→«Matrix» →«Determinant», получаем выражение главного определителя (рисунок Л.5,б).

Л.2.7 Формируем в Маткаде вспомогательную матрицу Y2, полученную заменой 2-го столбца вектором правых частей уравнений (Л.7) и (Л.8) (рисунок Л.6,а).

$$Y = \frac{2\cdot R_н\cdot C1^3\cdot L1^2\cdot w^5 - 8i\cdot C1^2\cdot L1^2\cdot w^4 - 5\cdot R_н\cdot C1^2\cdot L1\cdot w^3 + 2\cdot R_н\cdot C}{R_н\cdot C1^2\cdot L1^3\cdot w^5 - 2\cdot R_н\cdot C1\cdot L1^2\cdot w}$$

$$Y2 = \begin{bmatrix} 2\cdot\left(\dfrac{i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} + \dfrac{1 - w^2\cdot L1\cdot C1}{i\cdot w\cdot L1}\right) & \dfrac{i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} \\ \dfrac{-i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} & 0 \end{bmatrix}$$

а)

$$Y2 = \begin{bmatrix} 2\cdot\left(\dfrac{i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} + \dfrac{1 - w^2\cdot L1\cdot C1}{i\cdot w\cdot L1}\right) & \dfrac{i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} \\ \dfrac{-i\cdot w\cdot C1}{1 - w^2\cdot L1\cdot C1} & 0 \end{bmatrix}$$

$$Y2 = -\frac{C1^2\cdot w^2}{C1^2\cdot L1^2\cdot w^4 - 2\cdot C1\cdot L1\cdot w^2 + 1}$$

б)

Рисунок Л.6 – Вывод выражения для вспомогательного определителя

Л.2.8 С помощью тех же махинаций Л.2.5 и Л.2.6 получаем выражение вспомогательного определителя **Y2** (рисунок Л.6,б).

Л.2.9 Получим выражение коэффициента передачи.

Л.2.9.1 Начинаем формировать дробь (рисунок Л.7,а).

Л.2.9.2 Используя команды «Copy» и «Paste», в числитель вставляем выражение для **Y2**, в знаменатель – выражение для **Y** (рисунок Л.7,б).

$$\mathrm{Hu(w)} = \frac{\blacksquare}{\blacksquare}$$

а)

$$\mathrm{Hu(w)} = \frac{-\dfrac{C1^{2}\cdot w^{2}}{C1^{2}\cdot L1^{2}\cdot w^{4} - 2\cdot C1\cdot L1\cdot w^{2} + 1}}{\left(\dfrac{2\cdot R\text{н}\cdot C1^{3}\cdot L1^{2}\cdot w^{5} - 8i\cdot C1^{2}\cdot L1^{2}\cdot w^{4} - 5\cdot R\text{н}\cdot C1^{2}\cdot L1\cdot w^{3} + 2\cdot R\text{н}\cdot C1\cdot w + 2\cdot C1^{3}\cdot L1^{3}\cdot w^{6}\cdot i - 2i + 8\cdot C1\cdot L1\cdot w^{2}\cdot i}{R\text{н}\cdot C1^{2}\cdot L1^{3}\cdot w^{5} - 2\cdot R\text{н}\cdot C1\cdot L1^{2}\cdot w^{3} + R\text{н}\cdot L1\cdot w}\right)}$$

б)

$$\mathrm{Hu(w)} = -\frac{C1^{2}\cdot L1\cdot w^{3}\cdot R\text{н}}{2\cdot R\text{н}\cdot C1^{3}\cdot L1^{2}\cdot w^{5} - 8i\cdot C1^{2}\cdot L1^{2}\cdot w^{4} - 5\cdot R\text{н}\cdot C1^{2}\cdot L1\cdot w^{3} + 2\cdot R\text{н}\cdot C1\cdot w + 2\cdot C1^{3}\cdot L1^{3}\cdot w^{6}\cdot i - 2i + 8\cdot C1\cdot L1\cdot w^{2}\cdot i}$$

в)

Рисунок Л.7 – Вывод выражения для коэффициента передачи

Л.2.9.3 Выделив правую часть полученного тождества и используя команду «Symbolics»→«Simplify», упростить дробь (рисунок Л.7,в).

Л.2.10 Переход от тождества к функции частоты выполняем действиями ниже.

Л.2.10.1 Вводите параметры элементов фильтра.

Л.2.10.2 Копируете или переносите тождество рисунка Л.7,в на место ниже описания параметров.

Л.2.10.3 Заменяете знак тождества «=» на знак присвоения – «:=».

Приложение М

(обязательное)

Таблички для экспериментальных частотных характеристик

Таблица М.1 – Частотные характеристики ФНЧ или ФВЧ

f	$U1_m$, В	$U2_m$, B	$\Delta\phi$	K_u	K_{dB}
$0.1f_в=$	1				
$0.3f_в=$	1				
$0.8f_в=$	1				
$f_в=$	1				
$1.25f_в=$	1				
$3.33f_в=$	1				
$10f_в=$	1				

Таблица М.2 – Частотные характеристики ПФ или РФ

f	$U1_m$, В	$U2_m$, B	$\Delta\phi$	K_u	K_{dB}
$0.1f_н=$	1				
$0.5f_н=$	1				
$0.75f_н=$	1				
$f_н=$	1				
$0.8f_0=$	1				
$f_0=$	1				
$1.25f_0=$	1				
$f_в=$	1				
$1.333f_в=$	1				
$2f_в=$	1				
$10f_в=$	1				

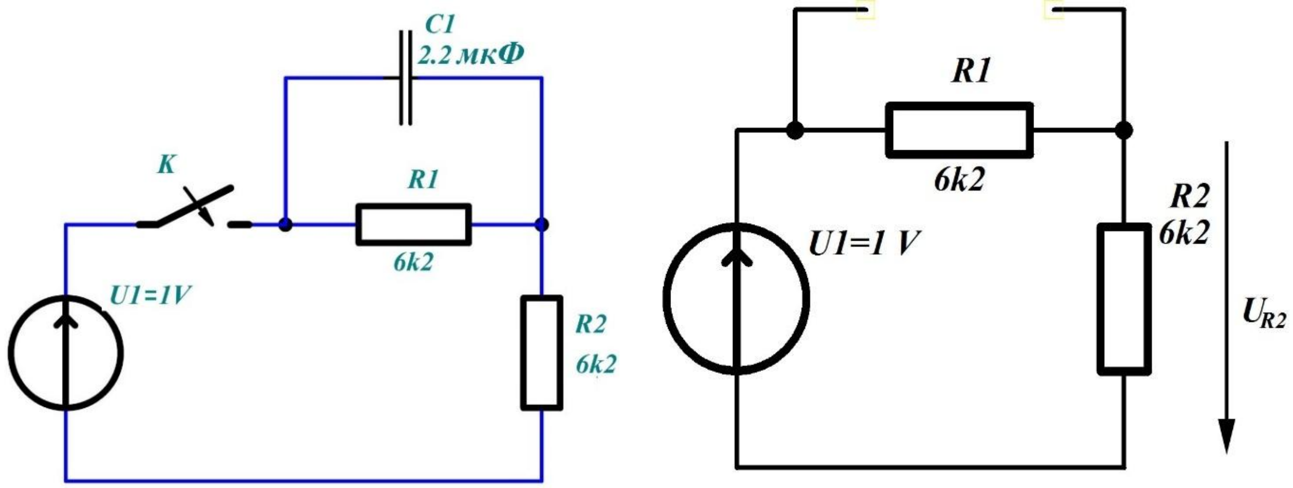
Приложение Н

(обязательное)

Анализ переходных процессов в цепях первого порядка

Предположим, перед вами стоит задача – проанализировать переходной процесс (ПП) для напряжения u_{R2} в схеме рисунка Н.1,а – то есть получить аналитическую функцию, описывающую изменение u_{R2} от момента замыкания ключа K ($t=0$) до достижения величины $u_{R2,уст}$. В общем виде выражение ПП выглядит так

$$u_{R2}(t) = u_{R2,св}(t) + u_{R2,уст} = A \cdot e^{p \cdot t} + u_{R2,уст}; \quad (Н.1)$$



а) Исходная цепь

б) Цепь в установившемся режиме ($t \to \infty$)

Рисунок Н.1 – Расчётные схемы

Н.1 *Определяем установившееся значение* $u_{R2,уст}$. Строим схему замещения (для $t \to \infty$), в которой конденсатор замещается «разрывом» (рисунок Н.1,б), так как в установившемся режиме через ёмкость ток не течёт. Считаем, любым известным способом анализа резистивных цепей постоянного тока, не брезгуя и интуицией:

а) выражение для тока через резисторы

$$I = \frac{U1}{R1 + R2};$$

b) затем искомое напряжение

$$u_{R2,уст} = I \cdot R2 = \frac{U1 \cdot R2}{R1 + R2} = 0.5 \cdot U1 = 0.5V.$$

Н.2 *Расчёт собственных частот.* Так как анализируемая цепь – 1-го порядка, для неё существует только одна собственная частота

$$p = \frac{-1}{R_{экв} \cdot C1}, \tag{Н.2}$$

где $R_{экв}$ – эквивалентное общее сопротивление послекоммутационной цепи относительно зажимов ёмкости. Цепь нужно получить, «оторвав» реактивный элемент и исключив источники энергии – источники напряжения закоротив, источники тока заменив «обрывом». В нашей схеме используется только источник напряжения – $U1$ (рисунок Н.2). Искомое сопротивление – общее сопротивление параллельно соединённых резисторов. Так как они одинаковы, то

$$R_{\text{экв}} = (R1 \| R2) = 0.5 \cdot R1 = 3.1\,\text{кОм}. \tag{Н.3}$$

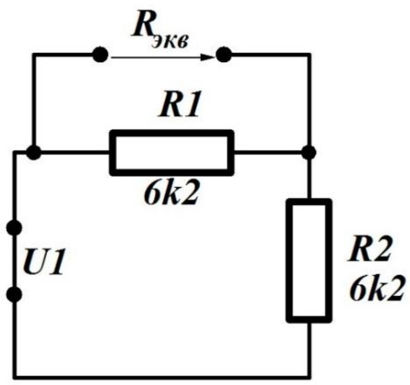


Рисунок Н.2 – Схема для расчёта $R_{экв}$

Подставив результат (Н.3) в (Н.2), получим

$$p = \frac{-1}{(3.1\,\text{кОм}) \cdot (2.2\,\text{мкФ})} = 146.628\,\text{с}^{-1}.$$

Н.3 *Расчёт независимых начальных условий*. Независимыми электрическими величинами по определению являются напряжение конденсатора и ток катушки. В нашей схеме – напряжение на ёмкости $C1$. Для него справедлив закон коммутации

$$u_{C1}\left(0^{+}\right)=u_{C1}\left(0^{-}\right).$$

Так как до коммутации цепь находится в установившемся состоянии (только в другом), для расчёта $u_{C1}(0^-)$ рассмотрим докумматационную схему, в которой конденсатор также заменим «обрывом» (рисунок Н.3). Из неё очевидно, что $u_{C1}(0^-) = 0$.

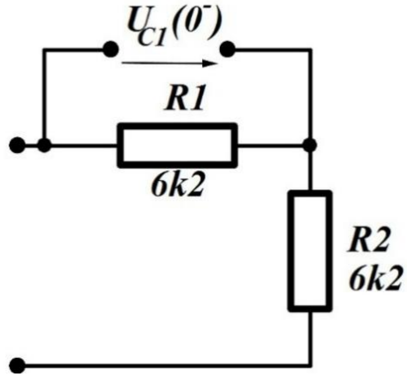


Рисунок Н.3 – Схема для расчёта независимых начальных условий

Н.4 *Расчёт зависимых начальных условий*. Искомое напряжение u_{R2} – не напряжение ёмкости, поэтому является зависимой величиной. Для определения его начального значения $u_{C1}(0^+)$ необходимо нарисовать послекоммутационную схему замещения для момента $t\to 0+0$ или $t\to 0^+$, в которой по методике конденсатор заменяется источником напряжения, номинал которого равен вычисленному ранее значению $u_{C1}(0^-)$. Так как в рассматриваемом случае $u_{C1}(0^-) = 0$, то конденсатор можем заменить не источником напряжения, а коротким замыканием (рисунок Н.4).

Из полученной схемы очевидно, что

$$u_{R2}(0^+) = U1 = 1\ \text{В}.$$

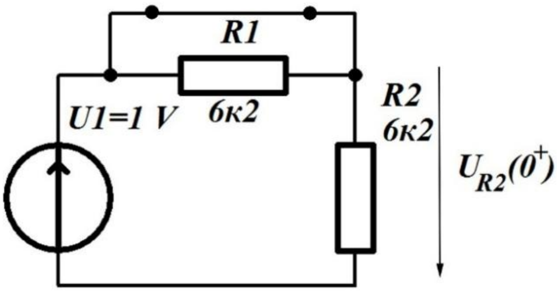


Рисунок Н.4 – Схема при $t=0^+$

Н.5 Уже сейчас вы можете качественно построить диаграмму ПП на черновике. ПП начнётся с вычисленного начального значения $u_{R2}(0^+)$ и по экспоненте будет асимптотически стремиться к установившемуся значению $u_{R2,уст}$ (рисунок Н.5).

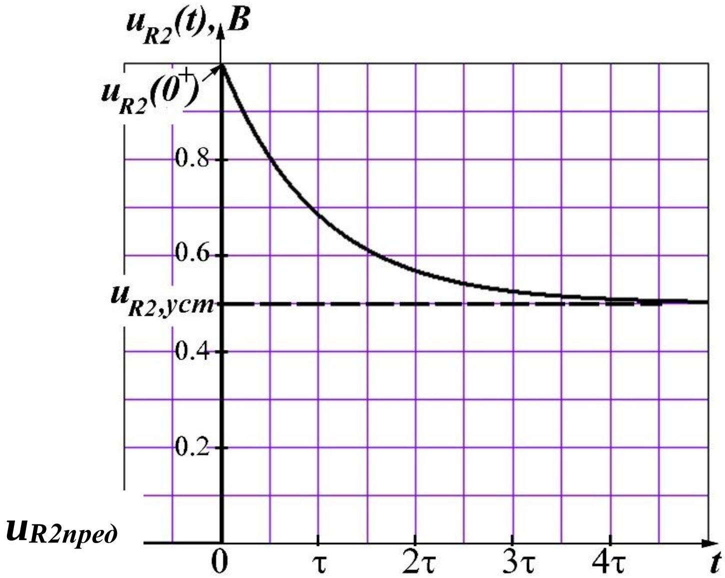


Рисунок Н.5 – «Качественная» диаграмма ПП

Здесь u_{R2} приближается к $u_{R2,уст}$ за $\Delta t=(3\ldots5)\cdot\tau_{RC}$, где

$$\tau_{RC} = R_{экв}\cdot C1$$

называется постоянной RC-цепей первого порядка. Напряжение $u_{R2пред}$ до начала ПП определим по схеме до коммутации (рисунок Н.3), из которой видно, что $u_{R2пред}=0$ В.

Н.6 Определение *коэффициента интегрирования А*. Для этого подставим в выражение (Н.1) вместо $u_{R2}(t)$ – вычисленное начальное значение $u_{R2}(0^+)$, вместо переменной времени t в правой части – нулевое значение. В итоге получим

$$u_{R2}(0^+) = A + u_{R2,уст} \Rightarrow 1\ В = A + 0{,}5\ В.$$

Н.7 *Описание функции и построение диаграммы ПП.* Теперь в программную среду MathCad можем ввести выражение для ПП

$$u_{R2}(t) := \begin{vmatrix} \left(0.5 \cdot e^{p \cdot t} + 0.5\right) & \text{if} \quad t \le 0 \\ u_{R2пред} & \text{otherwise} \end{vmatrix}.$$

Для построения графика вводим множество значений времени

$$t := -0.5 \cdot \tau_{RC}, -0.499 \cdot \tau_{RC} \ldots 5 \cdot \tau_{RC}.$$

На рисунке Н.6 – полученная диаграмма.

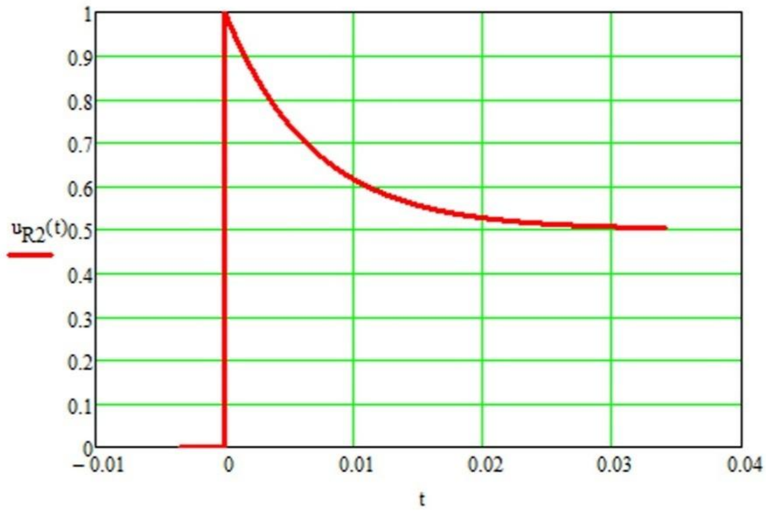


Рисунок Н.6 – Расчётная диаграмма ПП

Приложение П

(обязательное)

Результаты вычислений и измерений

Таблица П.1 – Параметры переходной характеристики *RC*-цепи

Способ определения параметра	Собственная частота p, с$^{-1}$	Постоянная τ_{RC}	Время установления $u_C(t)$		Время установления $u_R(t)$	
			$t_{пер}^{+}$	$t_{пер}^{-}$	$t_{пер}^{+}$	$t_{пер}^{-}$
Качественный анализ						
Графический						
Эксперимент						

Таблица П.2 – Параметры переходной характеристики *RL*-цепи

Способ определения параметра	Собственная частота p,с$^{-1}$	Постоянная τ_{RL}	Время установления $u_L(t)$		Время установления $u_R(t)$	
			$t_{пер}^{+}$	$t_{пер}^{-}$	$t_{пер}^{+}$	$t_{пер}^{-}$
Качественный анализ						
Графический						
Эксперимент						

Таблица П.3 – Параметры переходной характеристики *RLC*-цепи

Способ определения	Собственные частоты		Декремент затухания α, с$^{-1}$	Резонансная частота w_0, с$^{-1}$	Время установления u_C, с		Время установления u_L, с		Время установления u_R, с	
	p_1, с$^{-1}$	p_2, с$^{-1}$			$t_{пер}^{+}$	$t_{пер}^{-}$	$t_{пер}^{+}$	$t_{пер}^{-}$	$t_{пер}^{+}$	$t_{пер}^{-}$
Качественный										
Графический										
Эксперимент										