

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ СТУДЕНТОВ И АСПИРАНТОВ

Рекомендовано к изданию Ученым советом государственного
образовательного учреждения высшего профессионального образования
«Оренбургский государственный университет»

Оренбург - 2009

УДК 51 + 004(063)
ББК 22.1 + 32.81 я 43
С 56

Рецензент

доктор физико-математических наук, профессор Матвиевская Г.П.

С 56 **Сборник научных трудов студентов и аспирантов.
Современные проблемы математики и информатики. / под
ред. к.ф.-м.н., доцента Петуховой Т.П., к.ф.-м.н., доцента
Герасименко С.А. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2009. – 254 с.**

ISBN

В сборник вошли статьи студентов и аспирантов математического факультета ГОУ ОГУ, основу которых составили лучшие доклады, представленные на секциях XXXI научной конференции студентов ОГУ. Материалы сборника охватывают современные разделы математики и информатики и знакомят с направлениями и результатами научно-исследовательской деятельности студентов и аспирантов.

С 1602010000

ББК 22.1 + 32.81 я 43

ISBN

© ГОУ ОГУ, 2009

Содержание

Введение	6
Раздел 1. Математика и математическое моделирование	
Ананьина Т.А. Уточнение неравенства Гельдера и его применения	8
Антонов А.В. О некоторых обратных функциональных неравенствах	11
Ахметьянова Э.Р. Модель взаимодействия микроэлементов антагонистов в организме человека	13
Быковский В.В. Разложение напряжения несинусоидальной формы источника питания в ряд Фурье	17
Васильев А.А. Классификация и распознавание качественных признаков на основе алгоритмов индукции и обобщения	23
Водопьянова К.Е. Графический аспект технического анализа рынка	28
Вяльченко Т.Н., Ковалева И.И., Степанов А.Ю. Логарифмический порядок и логарифмический тип голоморфных в круге функций	32
Галаева Ю. В., Шубина Г. С. Приложение определенного интеграла в экономике	35
Гацков А.Н. Метод разрывных смещений, схемы и краевые условия для моделирования напряженно-деформированного состояния угольного пласта в призабойной зоне	40
Гашкова О. А. Разрушение горных пород насыщенным газом	45
Ермоленко Е. А., Фоломейкина С.В. Постановка задачи анализа морфологических признаков рода <i>asanthocystis</i>	49
Журенко К. Г. Моделирование поверхностного стока с учетом рельефа склона	54
Искурова О.А., Матанцев Д.С. Конечные нормальные решетки	58
Каракулина Е.О. Численные модели диагностики разрушения образцов ..	62
Клековкина М.В. К результатам статьи из журнала «ОCTOGON» о применении теоремы Ролля	64
Кочкина М.А., Петухова Я.В. О решетке ядер некоторых полутел	67
Микрюкова О.С. К новым теоремам о среднем для дифференцируемых функций	72
Панков А.С. О кривых третьего порядка	75
Парахин И.Г. О топологических инвариантах	79
Пахомова Е.А. Моделирование и оптимальное управление взаимодействием операторов сотовой связи на общем рынке	83
Родина М.С. Решение уравнений мелкой воды над неровным подвижным дном	90
Рубанов В.А. Метод контроля качества в бикомпозиционных материалах	95
Сероштанова И.Ю. Оценка риска инвестиционного проекта методом нечетко-множественного анализа	98
Спиридонова Е.В. Численное моделирование разрушения геоматериалов в задаче со смешанными краевыми условиями	105

Фролкина М. В. Управление информационными рисками	110
Хальзова О.С. Использование схемы со стабилизирующей функцией для численного решения двумерных нестационарных уравнений диссипации, конвекции, кинетики	114
Хандогина Е.С., Чубаков Ю.Н., Родикова Е.Г., Тихонова Т.В. О нулях аналитических в круге функций, принадлежащих весовым классам Бергмана	123
Царегородцев Я.С. К вопросу об обобщении аддитивного аналога неравенства Ки Фана	126
Шарафутдинова Е.Р. Логлинейный анализ и оценка трудоустройства выпускников ГОУ ОГУ	129
Щербак Е.Д. Игра преследования в угле	133
Юнусов А.А. Плоско-параллельное движение флюидов в пористых средах	137
Якубович Е.О. Использование равновесного программирования для поиска равновесий по Нэшу	140

Раздел 2. Информатика и информационные технологии

Азаров С.А. Особенности правоприменения положений главы 28 Уголовного кодекса РФ	143
Азаров С.А., Васнецов Д.М. Автоматизированная система моделирования управления доступом	146
Алексеев С.С. Создание системы обработки квазиструктурированных электронных документов	151
Баклыков А.А. Реализация проблемно-ориентированного программного обеспечения моделирования процессов вакуумно-сублимационной сушки	154
Белякова А.Н., Хабибулина Э.А. Автоматизированная система «Характеристики и основные логические операции над нечеткими множествами»	160
Болгова Е.В. Параллельные алгоритмы для решения задачи о развозке грузов	164
Васнецов Д.М. Защита информации от несанкционированного доступа посредством защищенного периметра	169
Власова Н.С. Применение нечетких отношений к исследованию структуры социальной группы на основе матрицы контактов	174
Жуков А.А. Создание системы инвентаризации и оперативного учета на основе универсальных шаблонов	178
Кириллов А.С. Разработка и анализ параллельных алгоритмов поиска максимального паросочетания в двудольном графе	183
Ларченко Т. Ю. Двойственность информационных технологий. Шпионящие программные средства	188
Максименко А.В. Система оценки качества программного средства на основе нечетких множеств	193

Мац В.В. Многомасштабное представление линий уровня	198
Мац В.В. Программные инструменты оценки стойкости парольной защиты	200
Медведев Г. И. Проектирование экспертной системы анализа файлов-протоколов параллельных программ	205
Михайлов Е.А., Чернов А.В. Программные инструменты сокрытия информации в файлах	209
Мураева Е.А. Экономико-организационные способы противодействия теневому распространению программных продуктов	214
Нестеренко Д.С., Писарев И.В., Цуканова А.Б. Проект «Информационная система факультета»	218
Панина Ю.М. RSA-аутентификация	224
Синицин Н.С. Автоматизация разработки технической документации с применением xml технологии	226
Хахалкина М. А. Подходы к повышению эффективности работы межсетевых экранов	231
 Раздел 3. История математики и методические аспекты преподавания математики	
Куимова Е. С., Тебенькова С. В. О методическом наследии профессора Федора Федоровича Нагибина	237
Салихов Н.Х. Золотое сечение в современном мире	241
Титова Т.С. Реализация возможностей СНИТ в процессе обучения	245
Яковлева Е. А. Н.Н. Боголюбов: выдающаяся личность и гениальный ученый	250

Введение

Сборник «Современные проблемы математики и информатики» регулярно издается с 2006 года как своеобразное ежегодное подведение итогов научной деятельности студентов и аспирантов математического факультета Оренбургского государственного университета. В 2008–2009 учебном году данная деятельность осуществлялась в рамках таких госбюджетных НИР кафедр, как:

- Качественные методы в теории дифференциальных уравнений;
- Разработка теории, методов и алгоритмов представления динамических систем в пространстве состояний;
- Гранично-элементное моделирование разрушения сплошных и дискретных материалов;
- Автоматизированные информационные системы в разработке и реализации промышленной политики и социально-экономического мониторинга в субъектах РФ;
- Математическое обеспечение информационных систем;
- Распараллеливание криптографических алгоритмов;
- Разработка программного обеспечения образовательного назначения для области знаний «Вычислительная математика»;
- Формирование профессиональных компетенций в области математики и информатики в системе непрерывного образования;
- Информационное развитие личности в системе непрерывного образования;
- Автоматизация и компьютерная поддержка процесса обучения;
- Проблемы истории, методологии и методики преподавания математики. Их роль и значение в университетском образовании.

В настоящий сборник вошли материалы, признанные лучшими докладами в секциях XXXI научной конференции студентов, проводимых на базе математического факультета Оренбургского государственного университета:

- Управление и моделирование в социально-экономических и физических системах;
- Гранично-элементное моделирование физико-механических процессов;
- Алгебраические методы в математическом моделировании. Вопросы истории алгебры;
- Приложение математики к решению естественно-научных и социально-экономических задач;
- Математический анализ, методика преподавания и история математики;
- Безопасность информационных систем;
- Математическое и программное обеспечение информационных систем;
- Мультимедиа технологии.

В работе секций приняли участие студенты и аспиранты из 7 вузов России (Брянский государственный университет, Вятский государственный гуманитарный университет, Кемеровский государственный университет, Курганский государственный университет, Оренбургский государственный университет, Орловский государственный университет, Челябинский государственный университет).

В данном сборнике все статьи объединены в три раздела: «Математика и математическое моделирование», «Информатика и информационные технологии», «История математики и методические аспекты преподавания математики».

Раздел 1. Математика и математическое моделирование

Уточнение неравенства Гельдера и его применения

Ананьина Т.А.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Калинин С.И.
Киров, Вятский государственный гуманитарный университет

В данной работе мы собираемся рассмотреть уточнение неравенства Гельдера, а также применение этого уточнения в вопросах решения уравнений.

Сначала напомним классическое неравенство Гельдера, после чего обоснуем упоминаемый в заголовке результат. Наконец, в конце статьи рассмотрим некоторые приложения.

1. Уточнение неравенства Гельдера. В учебном пособии [1] приводится классическое неравенство Гельдера:

$$\prod_{i=1}^n a_i^{p_i} + \prod_{i=1}^n b_i^{p_i} \leq \prod_{i=1}^n (a_i + b_i)^{p_i}, \quad (1)$$

где $a_i, b_i > 0$ для $i = \overline{1, n}$, $p_1 \dots p_n$ – набор положительных весов, обладающих свойством $p_1 + \dots + p_n = 1$. Уточним неравенство (1). Для этого воспользуемся уточнением неравенства Гюйгенса [2]:

$$1 + \prod_{i=1}^n a_i^{p_i} \leq \prod_{i_1=1}^n \dots \prod_{i_k=1}^n \left(\left(1 + a_{i_1} \dots a_{i_k} \right)^{\frac{1}{k}} \right)^{p_{i_1} \dots p_{i_k}} \leq \prod_{i=1}^n (1 + a_i)^{p_i}, \quad (2)$$

где $a_1, \dots, a_n$ – положительные числа, $p_1 \dots p_n$ – набор положительных весов, удовлетворяющий свойству $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. Подставим $a_i = \frac{b_i}{c_i}$ ($i = \overline{1, n}$) в неравенство (2):

$$1 + \prod_{i=1}^n \left(\frac{b_i}{c_i} \right)^{p_i} \leq \prod_{i_1=1}^n \dots \prod_{i_k=1}^n \left(\left(1 + \frac{b_{i_1}}{c_{i_1}} \dots \frac{b_{i_k}}{c_{i_k}} \right)^{\frac{1}{k}} \right)^{p_{i_1} \dots p_{i_k}} \leq \prod_{i=1}^n \left(1 + \frac{b_i}{c_i} \right)^{p_i},$$

откуда имеем:

$$\frac{\prod_{i=1}^n b_i^{p_i} + \prod_{i=1}^n c_i^{p_i}}{\prod_{i=1}^n c_i^{p_i}} \leq \frac{\prod_{i_1=1}^n \dots \prod_{i_k=1}^n \left(\left(b_{i_1} \dots b_{i_k} + c_{i_1} \dots c_{i_k} \right)^{\frac{1}{k}} \right)^{p_{i_1} \dots p_{i_k}}}{\prod_{i_1=1}^n \dots \prod_{i_k=1}^n \left(\left(c_{i_1} \dots c_{i_k} \right)^{\frac{1}{k}} \right)^{p_{i_1} \dots p_{i_k}}} \leq \frac{\prod_{i=1}^n (c_i + b_i)^{p_i}}{\prod_{i=1}^n c_i^{p_i}},$$

$$\begin{aligned}
& \prod_{i_1=1}^n \dots \prod_{i_k=1}^n \left(\left(c_{i_1} \dots c_{i_k} \right)^{\frac{1}{k}} \right)^{p_{i_1} \dots p_{i_k}} = \prod_{i_1=1}^n \dots \prod_{i_k=1}^n \left(c_{i_1}^{p_{i_1}} \dots c_{i_k}^{p_{i_k}} \right)^{\frac{1}{k}} = \\
& = \prod_{i_1=1}^n \dots \prod_{i_k=1}^n \left(c_{i_1}^{\frac{p_{i_1}}{k} p_{i_2} \dots p_{i_k}} \cdot c_{i_2}^{\frac{p_{i_2}}{k} p_{i_1} \dots p_{i_k}} \dots c_{i_k}^{\frac{p_{i_k}}{k} p_{i_1} \dots p_{i_k}} \right) = \\
& = \prod_{i_1=1}^n \dots \prod_{i_k=1}^n \left(c_1^{p_1(p_{i_2} \dots p_{i_k} + p_{i_1}, p_{i_3} \dots p_{i_k} + \dots + p_{i_1} \dots p_{i_{k-1}})} \cdot c_2^{p_2(p_{i_2} \dots p_{i_k} + p_{i_1}, p_{i_3} \dots p_{i_k} + \dots + p_{i_1} \dots p_{i_{k-1}})} \cdot \right. \\
& \quad \left. \dots \cdot c_n^{p_n(p_{i_2} \dots p_{i_k} + p_{i_1}, p_{i_3} \dots p_{i_k} + \dots + p_{i_1} \dots p_{i_{k-1}})} \right) = \prod_{i=1}^n c_i^{p_i} \cdot \left(\sum_{i=1}^n p_i \right)^{k-1} = \prod_{i=1}^n c_i^{p_i}.
\end{aligned}$$

Получаем уточнение неравенства Гельдера:

$$\prod_{i=1}^n b_i^{p_i} + \prod_{i=1}^n c_i^{p_i} \leq \prod_{i_1=1}^n \dots \prod_{i_k=1}^n \left(\left(b_{i_1} \dots b_{i_k} + c_{i_1} \dots c_{i_k} \right)^{\frac{1}{k}} \right)^{p_{i_1} \dots p_{i_k}} \leq \prod_{i=1}^n (c_i + b_i)^{p_i}, \quad (3)$$

где $b_1, \dots, b_n$ и $c_1, \dots, c_n$ – положительные числа, $p_1 \dots p_n$ – набор положительных весов, удовлетворяющий свойству $\sum_{i=1}^n p_i = 1$. Равенство в уточнении (3) достигается тогда и только тогда, когда последовательности $b_1, \dots, b_n$ и $c_1, \dots, c_n$ пропорциональны.

2. Неравенство (3) и уравнения. В данном пункте рассмотрим применение уточнения неравенства Гельдера при решении некоторых уравнений.

1. Решите уравнение

$$\sqrt{x(x+1)} + \sqrt{x} = \sqrt[8]{(x^2+1)(x^4+4x^3+4x^2)(x^2+2x+2)}.$$

Решение. Покажем, что данное уравнение можно решить с помощью неравенства (3). Уравнение задано для неотрицательных x . Перепишем его в следующем виде:

$$x^{\frac{1}{2}}(x+1)^{\frac{1}{2}} + x^{\frac{1}{2}} = (x^2+1)^{\frac{1}{8}}(x^2+2x)^{\frac{1}{4}}((x+1)^2+1)^{\frac{1}{8}}.$$

Последнее уравнение представляет собой реализуемое со знаком равенства левое уточнение неравенства Гельдера, в котором $b_1 = x$, $b_2 = x+1$, $c_1 = 1$, $c_2 = x$, $p_1 = p_2 = \frac{1}{2}$. Следовательно, заданное уравнение равносильно

уравнению $x = \frac{x+1}{x}$. Последнее уравнение имеет два корня $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. В силу

положительности b_1, b_2 и c_1, c_2 считаем $x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ посторонним корнем.

Проверяем значение $x=0$, так как оно входит в промежуток, на котором задано уравнение. Очевидно, это значение является корнем уравнения.

$$\text{Ответ: } x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, x = 0$$

2. Решите уравнение

$$\sqrt[3]{e^x x^4} + 1 = \sqrt[18]{(e^{2x} + 1)(e^x x^2 + 1)^4 (x^4 + 1)^4}.$$

Решение. Уравнение можно решить с помощью неравенства (3). Для этого преобразуем его:

$$e^{\frac{1}{3}x} (x^2)^{\frac{2}{3}} + 1 = (e^{2x} + 1)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{9}} (e^x x^2 + 1)^{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}} (x^4 + 1)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{9}}.$$

Последнее соотношение реализует со знаком равенства левое неравенство уточнения (3) с весами $p_1 = \frac{1}{3}$, $p_2 = \frac{2}{3}$ и величинами $b_1 = e^x$, $b_2 = x^2$, $c_1 = 1$, $c_2 = 1$. Следовательно, его корни могут быть найдены из простого равносильного уравнения $e^x = x^2$. Последнее уравнение корней не имеет.

Ответ: решений нет.

3. Решите уравнение

$$\sqrt{x} + \sqrt{3-x} = \sqrt[8]{18(x^2 + (3-x)^2)}.$$

Решение. Уравнение задано на отрезке $[0, 3]$. Оценим левую часть равенства сверху, применяя левое уточнение неравенства (3) с весами $p_1 = \frac{1}{2}$, $p_2 = \frac{1}{2}$, причем $b_1 = x$, $b_2 = 1$, $c_1 = 3-x$, $c_2 = 1$. Имеем:

$$\begin{aligned} \sqrt{x} + \sqrt{3-x} &\leq (x^2 + (3-x)^2)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}} (x + (3-x))^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} (1+1)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt[8]{(x^2 + (3-x)^2) 3^2 2} = \\ &= \sqrt[8]{18(x^2 + (3-x)^2)}, x \in (0, 3). \end{aligned}$$

Но последнее выражение есть правая часть рассматриваемого уравнения. Значит, искомые корни находятся из простого равносильного уравнения $\frac{x}{3-x} = 1$. Это уравнение имеет единственный корень $x = \frac{3}{2}$. Значения $x = 0$ и $x = 3$ входят в область допустимых значений исходного уравнения. Проверкой убеждаемся, что они уравнению не удовлетворяют.

$$\text{Ответ: } x = \frac{3}{2}.$$

4. Решите уравнение

$$\sqrt{x \ln x} + 2 = \sqrt[8]{(x^2 + 1)(x \ln x + 4)^2 (\ln^2 x + 16)}.$$

Решение. Область допустимых значений уравнения есть промежуток $[1, +\infty)$. Для решения уравнения приведем его к виду:

$$x^{\frac{1}{2}} \ln^{\frac{1}{2}} x + 4^{\frac{1}{2}} = (x^2 + 1)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}} (x \ln x + 4)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{2}} (\ln^2 x + 4^2)^{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}}.$$

Последнее уравнение есть реализуемое со знаком « $=$ » левое неравенство уточнения (3) при $b_1 = x$, $b_2 = \ln x$, $c_1 = 1$, $c_2 = 4$ и $p_1 = \frac{1}{2}$, $p_2 = \frac{1}{2}$, где $x \in (1, +\infty)$.

Следовательно, рассматриваемое уравнение равносильно уравнению $\ln x = 4x$, которое корней не имеет. Проверкой убеждаемся, что значение $x=1$ также не является корнем.

Ответ: решений нет.

Список использованных источников

1. Калинин С.И. Средние величины степенного типа. Неравенства Коши и Ки Фана: Учебное пособие по спецкурсу. – Киров: Издательство ВГГУ. – 2002. – С. 17
2. Ананьина Т.А. Уточнение аналога неравенства Иенсена для логарифмически выпуклых функций и его применения // Вестник Вятского государственного гуманитарного университета – Киров: Изд-во ВГГУ, 2007. – С. 133.

О некоторых обратных функциональных неравенствах

Антонов А.В.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Павленко А.Н.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Данная работа посвящена обратным функциональным неравенствам. Теория прямых и обратных функциональных неравенств является одной из интенсивно развивающихся областей математического анализа. Типичным примером прямых неравенств могут служить теоремы вложения. Они как научное направление оформились в работах С.Л. Соболева [1].

Обратные функциональные неравенства [2] дают оценки норм старших производных функций через нормы их младших производных. Очевидно, что такие оценки справедливы лишь для функций, удовлетворяющих дополнительным условиям.

Пусть $K : E \rightarrow E_1$ (E, E_1 – банаховы пространства, причем E_1 вложено в E , в котором выделен конус $E_+[3]$) – непрерывный оператор; $P : E \rightarrow E_+$ – непрерывный оператор, удовлетворяющий отношениям

$$P(u) \geq u \text{ и } \|P(u); E\| \leq k_1 \|u; E\| \quad (1)$$

Кроме того потребуем, чтобы для любых функционалов $\Lambda_0, \Lambda_1 \in E_+^* \setminus \{0\}$ $\Lambda_0 \geq \rho_0 \Lambda_1$ ($\rho_0 > 0$) выполнялось неравенство:

$$\Lambda_0(v) \leq \Lambda_1(P(K(v))) \quad (2)$$

для всех $v \in E_+$.

Теорема 1. Пусть:

- 1) Выполняются все указанные требования к E, E_1, E_+, K, P ;

2) $\Lambda_0 : E \rightarrow R$ – равномерно положительный функционал [3], то есть существует $k_2 > 0$ такое, что

$$\|u; E\| \leq k_2 \Lambda_0(v), \quad (3)$$

для всех $v \in E_+$.

Тогда существует такая постоянная $C > 0$, что

$$\|u; E_1\| \leq C \|u; E\|, \quad (u \in KE_+)$$

Доказательство.

Положим $u = K(v)$, где $v \in E_+$, тогда

$$\|u; E_1\| = \|K(v); E_1\| \leq$$

~~~~~

В силу ограниченности оператора  $K : E_1 \rightarrow E$  существует  $M > 0$  такое, что

$$\|K(v); E_1\| \leq M \|v; E\|.$$

~~~~~

$$\leq M \|v; E\| \leq$$

~~~~~

Используем равномерную положительность функционала  $\Lambda_0$  (см. (3))

~~~~~

$$\leq Mk_2 \Lambda_0(v) \leq$$

~~~~~

Согласно соотношению (2) будем иметь:

~~~~~

$$\leq Mk_2 \Lambda_1(P(K(v))) \leq Mk_2 \|\Lambda_1, E^*\| \cdot \|P(K(v)); E\| \leq$$

~~~~~

Используем неравенство (1)

~~~~~

$$\leq Mk_1 k_2 \|\Lambda_1, E^*\| \cdot \|K(v); E\| = Mk_1 k_2 \|\Lambda_1, E^*\| \cdot \|u; E\|$$

Получили доказываемое неравенство с $C = k_1 k_2 M \|\Lambda_1, E^*\|$. $\square$

Доказанное обратное неравенство является обратным неравенством, так как оценивает норму $\|u; E_1\|$ через подчиненную ей норму $\|u; E\|$. В некотором смысле это неравенство характеризует степень узости множества KE_+ в E_1 .

Пусть теперь вместо неравенства (2) верно неравенство:

$$\Lambda_0(v) \leq \Lambda_1(K(v)), \quad (4)$$

для всех $v \in E_+$.

В этом случае будет верна следующая теорема.

Теорема 2. Пусть верны требования, фигурирующие в условии теоремы 1 с учетом замены (2) на (4). Тогда существует такая постоянная $C > 0$, что верно неравенство

$$\|u; E_1\| \leq C \Lambda_1(u), \quad (5)$$

для всех $u \in KE_+$.

Доказательство.

Положим $u = K(v)$, где $v \in E_+$, тогда будем иметь

$$\|u; E_1\| = \|K(v); E_1\| \leq M \|v; E\| \leq Mk_2 \Lambda_0(v) \leq$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{По неравенству (4), получаем:} \\ \leq Mk_2 \Lambda_1(K(v)) = Mk_2 \Lambda_1(u). \end{array} \right\}$$

Мы получили доказываемое неравенство с $C = Mk_2$. $\square$

Так как функционал Λ_1 можно продолжить на E без увеличения нормы, то тогда для всех $u \in E$ верно неравенство

$$\Lambda_1(u) \leq \|\Lambda_1, E_1^*\| \cdot \|u; E\|,$$

тогда с учетом (5) имеем обратное неравенство

$$\|u; E_1\| \leq C_1 \|u; E\|,$$

где $C_1 = Mk_2 \|\Lambda_1; E_1^*\|$, а $u \in KE_+$.

Список использованных источников

1. Функциональный анализ. Под ред. С. Г. Крейна, 2-е изд. переработанное и дополненное. М.: Наука, 1972. – 544 с.
2. Климов В. С., Павленко А. Н. Нетривиальное решение краевых задач с сильными нелинейностями // Дифференциальные уравнения. 1997. т.33, N 12. с.1676-1682.
3. Бахтин И. А. Конусы в пространствах Банаха. Часть 1. Учебное пособие. Воронеж, ВГПИ, 1975. – 183 с.

Модель взаимодействия микроэлементов антагонистов в организме человека

Ахметьянова Э.Р.

Научный руководитель – к.т.н. Арапова О.С.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

В медицине доказано, что многие болезни связаны с недостаточностью поступления и содержания в организме определенных макро- и микроэлементов. В конце прошлого века, например, была доказана роль дефицита йода в патогенезе эндемического зоба. С тех пор объем информации

о роли дефицита или избытка определенных микроэлементов в формировании болезней лавинообразно возрастает.

Из 92 встречающихся в природе химических элементов 81 обнаружен в организме человека. 12 элементов называют структурными, т.к. они составляют 99 % элементного состава человеческого организма (C, O, H, N, Ca, Mg, Na, K, S, P, F, Cl) .

Микроэлементами называются элементы, присутствующие в организме человека в очень малых следовых количествах.

Различают следующие группы микроэлементов:

- условно-эссенциальные и токсичные: Al, As, B, Be, Cd, Hg, Li, Ni, Pb, Sn, V;
- жизненно-необходимые: I, Ca, Co, Cr, Cu, Fe, K, Mg, Mn, Na, P, Se, Si, Zn.

Микроэлементы являются важнейшими катализаторами различных биохимических процессов, обмена веществ, играют значительную роль в адаптации организма в норме и патологии.

Известно, что микроэлементы обладают широким спектром синергических и антагонистических взаимоотношений.

Антагонист – вещество, биологическое действие которого противоположно действию другого вещества – агониста.

Синергист – микроэлемент, одинаково влияющий на организм, так что эффективность его совместного действия с другими микроэлементами значительно превышает эффективность каждого.

Микроэлементный гомеостаз может нарушаться при недостаточном поступлении эссенциальных микроэлементов и/или избыточном поступлении в организм токсических микроэлементов. Причем, с учетом сложных антагонистических и синергических взаимовлияний и отношений между элементами, картина интоксикации или возникновения патологического состояния и заболеваний может быть очень сложной и трудной для интерпретации.

В связи с этим является актуальной задача моделирования микроэлементного взаимодействия элементов в организме человека, которая позволит оценить влияние элементов-антагонистов на концентрацию в организме жизненно-необходимых элементов.

Так как Оренбургская область является эндемичной по йоду (у большей части населения наблюдается недостаток йода в организме), то для построения динамической модели был выбран именно йод. Антагонистами йода являются – Co, Mn, Pb, Ca, Br, Cl, F.

Рассмотрим взаимосвязь йода и его антагониста – кальция.

В настоящей работе для анализа взаимодействия микроэлементов-конкурентов в организме человека предлагается использовать аппарат построения моделей Лотки-Вольтерры [2].

Будем рассматривать систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_i(t) = x_i(t) \left[\varepsilon_i - \sum_{k=1}^n \gamma_{ik} x_k(t) \right], \quad i=1, \dots, n \quad (*)$$

где x_i характеризует один из двух конкурирующих микроэлементов.

Идентификация модели проводится без учета временного лага и без искажения информации. Рассмотрим сначала скалярное логистическое уравнение

$$\dot{x}(t) = x(t)[a - bx(t)] \quad (1)$$

где a, b – положительные параметры. Идентификация уравнения состоит в нахождении чисел a, b по наблюдениям $\{x_i\}$.

Проведем дискретизацию уравнения (1). Так как

$$\frac{d}{dt} \ln x(t) = a - bx(t) \quad (2)$$

то для соседних моментов времени t_k, t_{k+1} , интегрируя равенство (1), получим выражение (3)

$$\ln x_{k+1} = \ln x_k + \int_{t_k}^{t_{k+1}} [a - bx(t)] dt \quad (3)$$

Выражение (4) отражает аппроксимацию интеграла методом приближений первого порядка

$$\ln x_{k+1} \approx \ln x_k + \Delta(a - bx_k) \quad (4)$$

Из этого равенства выводим функционал (5), минимум которого следует находить, чтобы восстановить a, b

$$F(a, b) = \sum_{k=0}^{N-1} [\ln x_{k+1} - \ln x_k - \Delta(a - bx_k)]^2 \quad (5)$$

Числа a, b , полученные при минимизации функционала $F(a, b)$, определяют наилучшую модель из всех уравнений (1) для данного набора наблюдений за процессом $\{x_i\}$.

Обобщим этот результат на векторный случай. Пусть X – это n -мерный вектор с компонентами x_i , дискретное время же обозначим целочисленным аргументом $x_i(k)$, $i = 1, \dots, n; k = 0, 1, \dots, N$. Из формы системы уравнений следует выполнение выражения (6)

$$\ln x_i(k+1) \approx \ln x_i(k) + \Delta \left[\varepsilon_i - \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} x_j(k) \right] \quad (6)$$

Здесь знак приближенного равенства подчеркивает наличие такой же процедуры аппроксимации интеграла, какая имела место в скалярном случае.

Выберем функционал, характеризующий качество настройки параметров системы, в виде суммы квадратов отклонений по всем векторам наблюдений (7):

$$F(E, \Gamma) = \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^n \{ \ln x_i(k+1) - \ln x_i(k) - \Delta[\varepsilon_i - \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} x_j(k)] \}^2 \quad (7)$$

[1] Для минимизации выведенного функционала воспользуемся методом покоординатного спуска, который включает два основных этапа:

- 1) поиск вокруг базисной точки
- 2) поиск в направлении выбранном для оптимизации.

В качестве исходных данных для построения модели выбран микроэлементный состав волос 171 сотрудника промышленных предприятий г. Оренбурга.

Рассмотрим две системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_1(t)[\varepsilon_1 - \gamma_{11}x_1(t) - \gamma_{12}x_2(t)] \\ \dot{x}_2(t) &= x_2(t)[\varepsilon_2 - \gamma_{21}x_1(t) - \gamma_{22}x_2(t)] \end{aligned} \quad (8)$$

где x_1 – вектор, содержащий значения концентраций кальция;

x_2 – вектор, содержащий значения концентраций йода.

Для оценки параметров модели реализован алгоритм минимизации функции трех переменных методом конфигураций.

Модель, полученная в результате подстановки найденных коэффициентов:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_1(t)[0,7 - 0,00041x_1(t) - 0,00956x_2(t)] \\ \dot{x}_2(t) &= x_2(t)[5,41107 - 0,10198x_1(t) - 0,00017x_2(t)] \end{aligned} \quad (9)$$

Полученные коэффициенты модели можно интерпретировать следующим образом. Так как соотношение коэффициентов модели можно выразить в виде следующего неравенства

$$\frac{\gamma_{11}}{\gamma_{21}} < \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} < \frac{\gamma_{12}}{\gamma_{22}} : \frac{0,00041}{0,00956} < \frac{0,7}{5,41107} < \frac{0,10198}{0,00017} \quad (10)$$

то, можно сделать вывод, что с течением времени необходимо будет прекратить прием кальция, а прием йода нужно будет увеличить или уменьшить. Предел, когда нужно будет прекратить поступление кальция в организм, – это концентрация кальция, равная 1707,171 мкг/г, а предел, до которого нужно будет увеличивать или уменьшать содержание йода в организме конкретного человека – это концентрация, равная 53,06 мкг/г.

Данная модель позволяет оказывать управляющее воздействие на процесс конкуренции микроэлементов в организме человека.

Список использованных источников

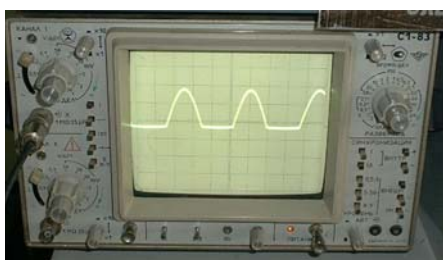
1. Прасолов А.В. Математические методы экономической динамики. – М.: Издательство ЛАНЬ, 2008 г., 352 С.
2. Скальная М.Г., Демидов В.А., Скальный А.В. О пределах физиологического (нормального) содержания Са, Mg, P, Fe, Zn, и Cu в волосах человека // Микроэлементы в медицине. – Т.4. – Выпуск 2. – 2003. – С. 5-10.

Разложение напряжения несинусоидальной формы источника питания в ряд Фурье

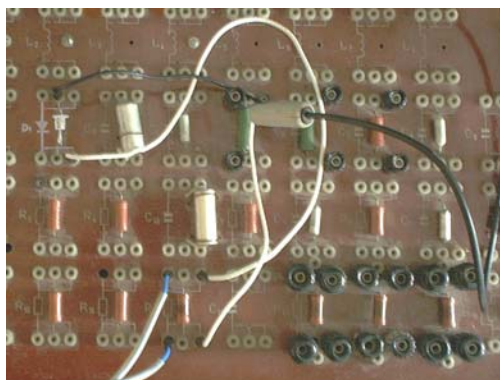
Быковский В.В.

Научные руководители – Дюгаева Л.В., Локтионова Г.Н.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Напряжения источников питания и токи в реальных устройствах отличаются от постоянных или синусоидальных, рисунок 1. В электронных цепях широкое распространение нашли специальные генераторы несинусоидальных напряжений [1].



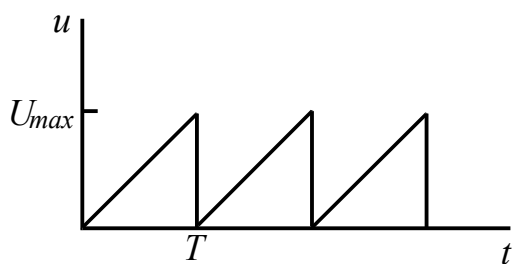
а)



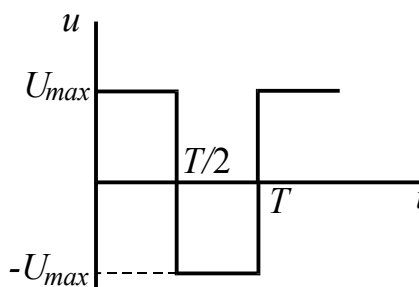
б)

Рисунок 1 – Осциллограмма напряжения (а) и схема электрической цепи (б)

Самыми распространенными генераторами такого типа являются генератор линейно изменяющегося напряжения (ГЛИН) и мультивибратор. Благодаря повторяющимся процессам зарядки и разрядки конденсатора, на выходе генератора возникает соответственно напряжение пилообразной (рисунок 2, а) или прямоугольной (рисунок 2, б) форм.



а)



б)

Рисунок 2 – Графики напряжений пилообразной (а) и прямоугольной (б) форм

Расчёт линейных электрических цепей в электротехнике проводят, используя комплексный метод. В основе которого лежит переход от синусоидальной функции к комплексному числу. Поэтому при расчете цепей с несинусоидальными токами и напряжениями возникает необходимость их замены на сумму постоянной и синусоидальных составляющих. С этой целью несинусоидальный по форме сигнал раскладывают в ряд Фурье.

Известно, что любая периодическая функция $f(t)$ с периодом $2 \cdot \pi$, удовлетворяющая условиям Дирихле, может быть разложена в ряд Фурье. Проверку выполнения условий Дирихле производить не будем, так как все периодические функции, используемые в электротехнике, им удовлетворяют.

Периодическая несинусоидальная ЭДС в общем случае может быть представлена тригонометрическим рядом Фурье [2]:

$$e(t) = E_{(0)} + E_{(1)m} \sin(\omega t + \psi_{(1)}) + E_{(2)m} \sin(2\omega t + \psi_{(2)}) + \dots + E_{(k)m} \sin(k\omega t + \psi_{(k)}) = \\ = E_{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} E_{(k)m} \sin(k\omega t + \psi_{(k)}) \quad (1)$$

Тригонометрический ряд Фурье, как правило, быстро сходится, поэтому для инженерных расчетов количество гармоник ограничивают и учитывают только первые 3 – 5 гармоник ряда.

Для определения постоянной составляющей и коэффициентов разложения используют следующие формулы:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) d(\omega t)$$

$$B_{(k)m} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot \sin(k\omega t) d(\omega t)$$

$$C_{(k)m} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\omega t) \cdot \cos(k\omega t) d(\omega t)$$

Зная значения $B_{(k)m}$ и $C_{(k)m}$, определяем $E_{(k)m}$ и $\psi_{(k)}$:

$$E_{(k)m} = \sqrt{B_{(k)m}^2 + C_{(k)m}^2}$$

$$\psi_{(k)} = \arctg \frac{C_{(k)m}}{B_{(k)m}}$$

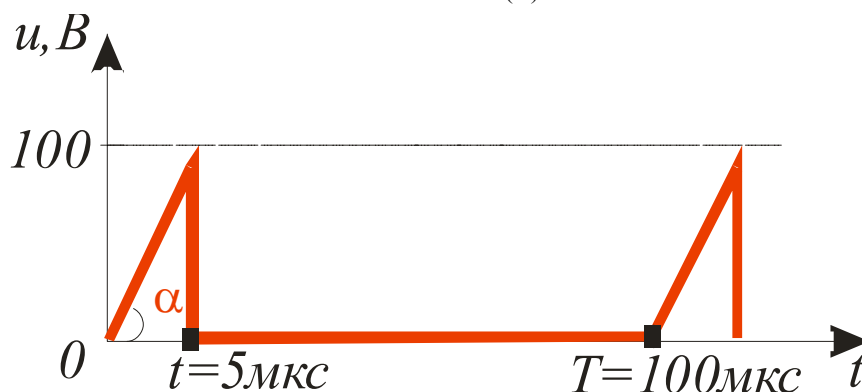


Рисунок 3

Рассмотрим конкретный пример, разложим в ряд Фурье периодическое напряжение, показанное на рисунке 3:

Условие задачи: Определить выражение мгновенного напряжения.

Решение: В интервале от 0 до t_1 напряжение возрастает линейно от 0 до $U_m = 100 \text{ В}$, а в интервале от t_1 до T равно нулю. Если напряжение возрастает по линейному закону, то уравнение прямой линии, которое, как известно, имеет вид $y = kx$, где y – функция (мгновенное значение u); x – аргумент (в нашем случае t); k – тангенс угла наклона прямой (отношение катета, противолежащего углу α , т.е. U_m , к катету прилежащему к углу α , т.е. t_1). Таким образом, в интервале от 0 до t_1 мгновенное напряжение $u(t)$ описывается

уравнением $u_1(t) = \frac{U_m}{t_1} \cdot t$; а в интервале $t_1 \dots T$ $u_2(t) = 0$.

Рассчитаем постоянную составляющую:

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^{t_1} u_1(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{t_1} \frac{U_m}{t_1} \cdot t dt = \frac{U_m}{T \cdot t_1} \cdot \frac{t^2}{2} \Big|_0^{t_1} = \frac{U_m \cdot t_1^2}{2T \cdot t_1} = \frac{U_m \cdot t_1}{2T} = \frac{100 \cdot 5}{2 \cdot 100} = 2,5 \text{ В}$$

Синусные коэффициенты:

$$B_{km} = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \sin k\omega_1 t dt = \frac{2}{T} \int_0^{t_1} \frac{U_m}{t_1} \cdot t \sin k\omega_1 t dt = \frac{2U_m}{T \cdot t_1} \left[\int_0^{t_1} t \sin k\omega_1 t dt \right]$$

Интеграл, записанный в скобках, следует брать по частям:

$$\int_0^{t_1} u dv = u \cdot v \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} v du$$

Обозначим $u = t$, $dv = \sin k\omega_1 t dt$. В этом случае $du = dt$,

$$v = \frac{1}{k\omega_1} \cdot (-\cos k\omega_1 t)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \int_0^{t_1} t \cdot \sin k\omega_1 t dt &= t \cdot \frac{1}{k\omega_1} (-\cos k\omega_1 t) \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \frac{1}{k\omega_1} (-\cos k\omega_1 t) dt = \frac{t_1}{k\omega_1} \left[-\cos k2\pi \left(\frac{t_1}{T} \right) \right] \\ &+ \frac{1}{k\omega_1 \cdot k\omega_1} \sin k2\pi \cdot \left(\frac{t_1}{T} \right) = \frac{1}{k\omega_1} \left[t_1 \cdot (-\cos k2\pi \left(\frac{t_1}{T} \right)) + \frac{1}{k\omega_1} \sin k2\pi \cdot \left(\frac{t_1}{T} \right) \right] = \\ &= \frac{T \cdot t_1}{k \cdot 2\pi} \left[(-\cos k2\pi \left(\frac{t_1}{T} \right)) + \left(\frac{T}{t_1 \cdot k \cdot 2\pi} \right) \sin k2\pi \cdot \left(\frac{t_1}{T} \right) \right] \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} B_{mk} &= \frac{2U_m \cdot T \cdot t_1}{T \cdot t_1 \cdot k \cdot 2\pi} \cdot \left[-\cos k2\pi \left(\frac{t_1}{T} \right) + \left(\frac{T}{t_1 \cdot k \cdot 2\pi} \right) \sin k2\pi \cdot \left(\frac{t_1}{T} \right) \right] = \\ &= \frac{U_m}{k\pi} \left[\left(\frac{T}{t_1 \cdot k \cdot 2\pi} \right) \sin k2\pi \cdot \left(\frac{t_1}{T} \right) - \cos k2\pi \left(\frac{t_1}{T} \right) \right] \end{aligned}$$

При $U_m = 100 \text{ В}$, $T = 100 \text{ мкс}$, $t_1 = 5 \text{ мкс}$

$$B_{mk} = \frac{100}{k \cdot 3,14} \cdot \left[\frac{100}{5 \cdot k \cdot 6,28} \sin k \cdot 360^\circ \left(\frac{5}{100} \right) - \cos k 360^\circ \left(\frac{5}{100} \right) \right] = \frac{31,8}{k} \left[\frac{3,18}{k} \sin 18^\circ k - \cos 18^\circ k \right]$$

Аналогично определяем выражение для косинусных коэффициентов C_{mk}

$$C_{mk} = \frac{2}{T} \int_0^{t_1} \frac{U_m}{t_1} t \cos \omega_1 t dt = \frac{2U_m}{T t_1} \int_0^{t_1} t \cos k \omega_1 t dt$$

Обозначим $u = t$, $dv = \cos k \omega_1 t dt$, отсюда $du = dt$, $v = \frac{1}{k \omega_1} \sin k \omega_1 t$

Тогда

$$\begin{aligned} \int_0^{t_1} t \cos k \omega_1 t dt &= t \cdot \left(\frac{1}{k \omega_1} \right) \sin k \omega_1 t \Big|_0^{t_1} - \int_0^{t_1} \frac{1}{k \omega_1} \sin k \omega_1 t dt = \\ &= \frac{t_1}{k \omega_1} \sin 2k\pi \cdot \left(\frac{t_1}{T} \right) - \left(\frac{1}{k \omega_1 k \omega_1} \right) \cdot (-\cos k \omega_1 t) \Big|_0^{t_1} = \\ &= \frac{t_1}{k \omega_1} \left[\sin 2k\pi \left(\frac{t_1}{T} \right) + \frac{1}{t_1 k \omega_1} (\cos k 2\pi \left(\frac{t_1}{T} \right) - 1) \right] = \\ &= \frac{t_1 \cdot T}{k \cdot 2\pi} \left[\sin 18^\circ k + \left(\frac{100}{5k \cdot 6,28} \right) (\cos k 18^\circ - 1) \right] \end{aligned}$$

Следовательно

$$C_{mk} = \left(\frac{2U_m t_1 T}{T t_1 k 2\pi} \right) \cdot \left[\sin 18^\circ k + \frac{3,18}{k} (\cos 18^\circ k - 1) \right] = \frac{31,8}{k} \left[\sin 18^\circ k + \frac{3,18}{k} (\cos 18^\circ k - 1) \right]$$

Переходим к первому виду ряда Фурье

$$A_{mk} = \sqrt{(B_{mk})^2 + (C_{mk})^2} \quad \psi_k = \arctg \frac{C_{mk}}{B_{mk}}$$

Рассчитываем B_{mk} и C_{mk} для первых пяти гармоник, результат сводим в таблицу 1. Данный пример интересен тем, что при ограничении ряда первыми пятью составляющими, как это принято в электротехнике, мы получаем значительное расхождение между заданной кривой и кривой, полученной в результате разложения.

Таблица 1 – Результаты расчётов

К	B_{mk} , В	C_{mk} , В	U_m , В	ψ , град
1	1,037	4,877	4,986	78
2	2,013	4,517	4,945	66
3	2,87	3,943	4,878	54
4	3,563	3,193	4,784	41,9
5	4,053	2,313	4,667	29,7

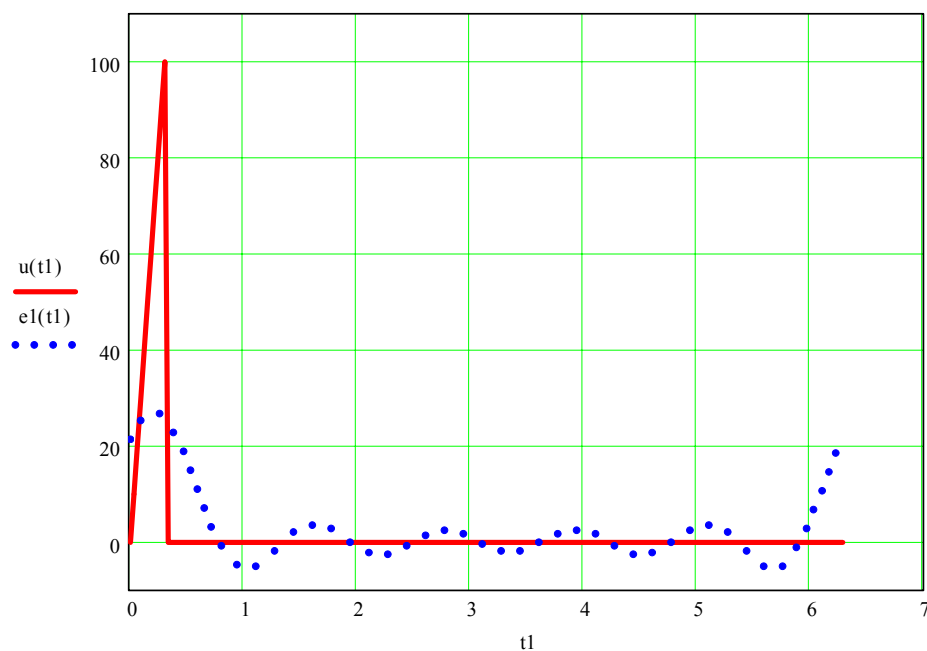


Рисунок 4 – Графики напряжений заданного (а) и полученного в результате разложения и учёта первых пяти гармоник (б)

Красная сплошная кривая – это исходная кривая, а синяя пунктирная построена по результатам разложения в ряд Фурье. Учитывали постоянную составляющую и первые пять гармоник.

Если увеличить количество, рассматриваемых гармонических составляющих, то можно получить кривую, максимально приближенную к заданной.

Учитываем постоянную составляющую и первые десять гармоник:

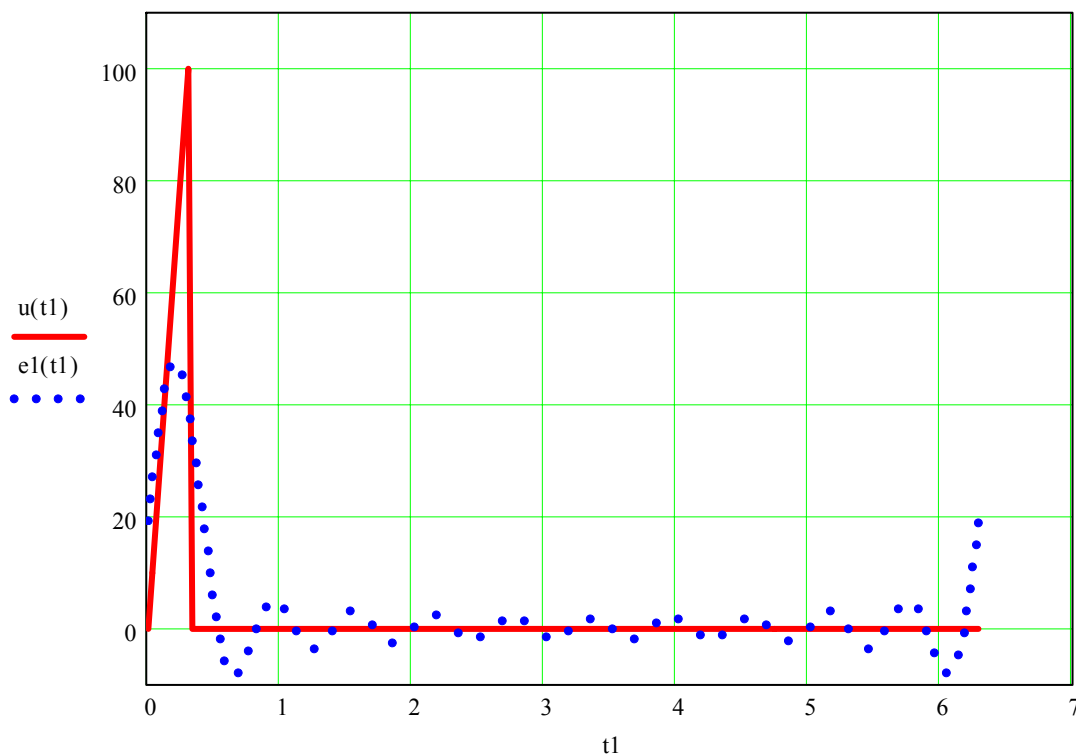


Рисунок 4 – Графики напряжений заданного (а) и полученного в результате разложения и учёта первых десяти гармоник (б)

Учитываем постоянную составляющую и первые тридцать гармоник:

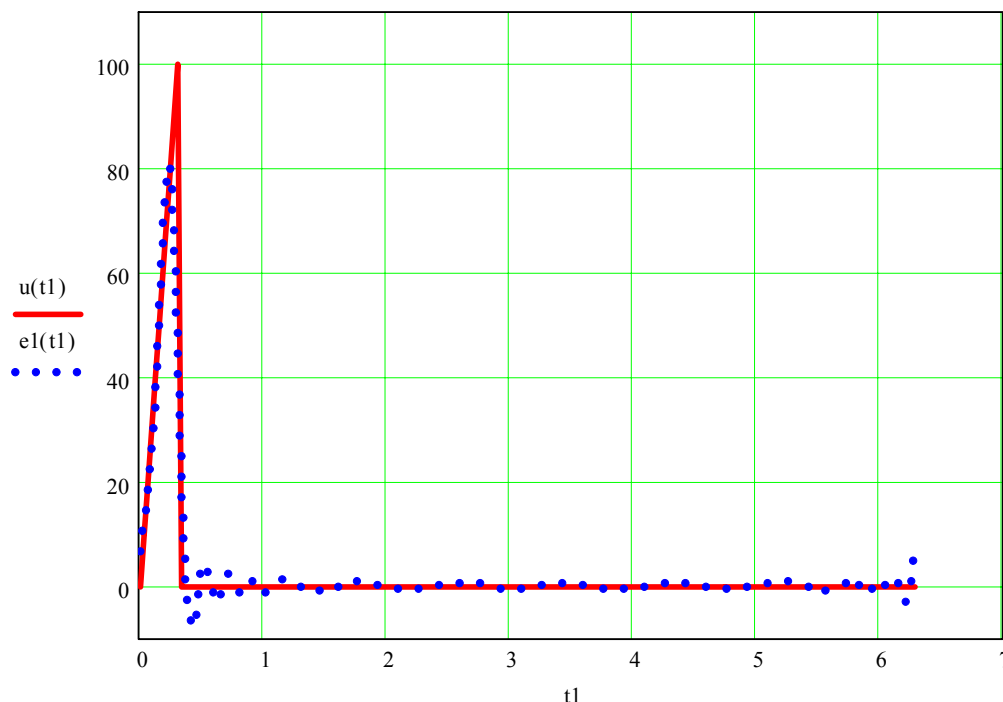


Рисунок 5 – Графики напряжений заданного (а) и полученного в результате разложения и учёта тридцати гармоник (б)

Таким образом, при расчете электрических цепей, имеющих источник питания в виде кратковременных периодических импульсов, требуется для увеличения точности расчётов учитывать как можно большее количество гармонических составляющих.

Список использованных источников

1. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи [Текст] : учебник / Л. А. Бессонов .- 11-е изд., испр. и доп. - Москва : Гардарики, 2007. - 701 с. : ил. - Библиогр.: с. 605-606.. - ISBN 5-8297-0159-6.
2. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах [Текст] : в 2 ч.: учебник / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова .- 6-е изд. - М. : Оникс: Мир и Образование, 2006. - ISBN 5-488-00293-6. - ISBN 5-94666-257-0; Ч. 2. - 2006. - 416 с.: ил. - ISBN 5-488-00329-0. - ISBN 5-94666-259-7.
3. Выгодский, М. Я. Справочник по высшей математике [Текст] / М. Я. Выгодский .- 14-е изд. - М. : Джангар: Большая Медведица, 2001. - 864 с. - ISBN 5-7102-0197-9

Классификация и распознавание качественных признаков на основе алгоритмов индукции и обобщения

Васильев А.А.

Научный руководитель – профессор, д.т.н. Болодурина И.П.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Ежедневно человек, сам того не подозревая, использует методы, которые не просто поддаются формализации как алгоритмически, так и программно. Речь идет об индукции и обобщении. Индуктивный вывод, или обобщение, основан на построении некоторого общего правила (закона) на основании конечного числа наблюдаемых фактов. Индуктивные выводы, которые делает человек, достаточно тесно связаны со статистическими моделями; достоверность таких выводов в значительной степени зависит от полноты того набора фактов, которым он пользуется при формировании гипотез.

При рассмотрении методов и алгоритмов обобщения для качественных, а также шкалированных признаков, в отличие от количественных, отличительным и характерным является то, что для них сложно ввести меру, задающую близость объектов. При исследовании объектов, содержащих качественные признаки, необходимо определять близость или сходство объектов прежде всего на основании совпадения качественных значений. Важным моментом является определение правильных сочетаний значений некоторых качественных признаков. Поиск наиболее существенных сочетаний признаков удобно проводить с помощью аппарата логических функций. Алгоритмы, использующие такой подход, относятся к алгоритмам обучения с учителем и будут рассмотрены далее.

Поставим задачу обобщения понятий по признакам. Пусть имеется множество объектов, состоящее из положительных и отрицательных примеров формируемых понятий. Назовем такое множество обучающей выборкой. На основании обучающей выборки необходимо построить понятие, разделяющее положительные и отрицательные объекты.

Под обобщением, как правило, понимается переход от рассмотрения единичного объекта o или некоторой совокупности объектов T к рассмотрению множества объектов V такого, что $o \in V$ или $T \in V$. Здесь в качестве объекта может рассматриваться как реальный объект, так и модель некоторого процесса или явления.

Пусть $O = \{o_1, o_2, \dots, o_n\}$ - множество объектов, которые могут быть представлены в интеллектуальной системе S . Каждый объект характеризуется r признаками. Обозначим через $Z_1, Z_2, \dots, Z_r$ множество допустимых признаков, $Z_k = \{z_{k1}, z_{k2}, \dots, z_{km}\} (1 \leq k \leq r)$ и z_{km} являются значениями признаков. Каждый объект $o_i \in O, 1 \leq i \leq n$, представляется как множество значений признаков, т. е. $o_i = \{z_{kj}\}$, где $z_{kj} \in Z_k, 1 \leq k \leq r, 1 \leq j \leq m$. Такое описание объекта называется признаковым описанием. В качестве признаков объектов могут использоваться количественные, качественные, либо шкалированные признаки.

В основе процесса обобщения лежит сравнение описаний исходных объектов, заданных совокупностью значений признаков, и выделение наиболее характерных фрагментов этих описаний. В зависимости от того, входит или не входит объект в объем некоторого понятия, назовем его положительным или отрицательным объектом для этого понятия.

Пусть O - множество всех объектов, представленных в некоторой системе знаний, V - множество положительных объектов и W - множество отрицательных объектов. Будем рассматривать случай, когда

$$O = V \cup W, V \cap W = \emptyset, W = \cup_i W_i \text{ и } W_i \cap W_j = \emptyset (i \neq j)$$

Пусть K - непустое множество объектов такое, что $K = K^+ \cup K^-$, где $K^+ \subset V$ и $K^- \subset W$. Будем называть K обучающей выборкой. На основании обучающей выборки надо построить правило, разделяющее положительные и отрицательные объекты обучающей выборки.

Главная задача алгоритмов обобщения заключается в построении решающего правила, которое в дальнейшем используется для распознавания новых объектов. Критерии качества построенных правил - это компактность и высокое качество распознавания вновь предъявленных объектов.

Существуют различные алгоритмы и методы для качественного обобщения по признакам:

- Алгоритм Древ;
- Алгоритм, основанный на метрике Хемминга;
- Индукция решающих деревьев (алгоритм ID3 и ID5);
- Алгоритм Reduce;
- Фокусирование;
- Алгоритм EG2.

Приведенные алгоритмы и методы могут быть применены в различных областях деятельности человека. Рассмотрим котировку стоимости акции Сбербанка на рынке ценных бумаг. Поставим задачу построения решающего дерева посредством алгоритма ID3 (Induction of Decision trees, разработан Р. Куинланом). На основании данных за период с 2 февраля по 30 марта 2009 года сформируем обучающую выборку, состоящую из четырех признаков (их еще называют предсказывающими атрибутами).

$Z_1 = \{\text{Рост, Падение, Без изменений}\}$ – “изменение стоимости акции «за ночь»” ($\text{OPEN_сегодня} - \text{CLOSE_вчера}$; если значение положительное, то Рост, отрицательное – Падение, ноль – Без изменений);

$Z_2 = \{\text{Рост, Падение, Без изменений}\}$ – “изменение стоимости акции за последние два дня”;

$Z_3 = \{\text{ДА, НЕТ}\}$ – “сбылся ли вчерашний прогноз?” (прогноз получен на основании предшествующих данных с помощью алгоритмов AR(2) и MA(2) для каждого дня, начиная с 2 по 30 марта 2009 года);

$Z_4 = \{\text{ДА, НЕТ}\}$ – “совпадение изменения стоимости акции «за ночь» и аналогичного значения, полученного в результате подстановки вместо OPEN_сегодня прогноза на сегодняшний день”.

Таблица 1. Обучающее множество

Дата	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Действие
02.03.2009	Падение	Падение	ДА	ДА	ПОКУПАТЬ
03.03.2009	Падение	Падение	ДА	ДА	ПОКУПАТЬ
04.03.2009	Рост	Неопределенность	НЕТ	ДА	ПРОДАВАТЬ
05.03.2009	Рост	Рост	НЕТ	ДА	ПОКУПАТЬ
06.03.2009	Падение	Неопределенность	НЕТ	НЕТ	ПОКУПАТЬ
10.03.2009	Рост	Падение	ДА	НЕТ	ПРОДАВАТЬ
11.03.2009	Рост	Неопределенность	НЕТ	ДА	ПРОДАВАТЬ
12.03.2009	Падение	Рост	ДА	НЕТ	ПОКУПАТЬ
13.03.2009	Рост	Неопределенность	НЕТ	НЕТ	ПРОДАВАТЬ
16.03.2009	Рост	Неопределенность	НЕТ	ДА	ПРОДАВАТЬ
17.03.2009	Рост	Рост	ДА	НЕТ	ПРОДАВАТЬ
18.03.2009	Рост	Рост	ДА	ДА	ПРОДАВАТЬ
19.03.2009	Рост	Рост	ДА	ДА	ПРОДАВАТЬ
20.03.2009	Падение	Рост	ДА	НЕТ	ПРОДАВАТЬ
23.03.2009	Рост	Рост	ДА	ДА	ПРОДАВАТЬ
24.03.2009	Рост	Рост	ДА	ДА	ПРОДАВАТЬ
25.03.2009	Падение	Неопределенность	НЕТ	НЕТ	ПОКУПАТЬ
26.03.2009	Рост	Падение	ДА	НЕТ	ПРОДАВАТЬ
27.03.2009	Рост	Неопределенность	ДА	ДА	ПОКУПАТЬ
30.03.2009	Падение	Падение	НЕТ	ДА	ПОКУПАТЬ

Целевым или предсказываемым атрибутом является – Действие – принимает два значения: {ПОКУПАТЬ, ПРОДАВАТЬ}.

Алгоритм строит такое решающее дерево, в котором с каждым узлом ассоциирован атрибут, являющийся наиболее информативным среди всех атрибутов, еще не рассмотренных на пути от корня дерева. В качестве меры информативности для каждого из атрибутов используем теоретико-информационное понятие энтропии.

$$I(P) = - \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i,$$

где $P = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ – дискретное распределение вероятности значений атрибута. Заметим, что логарифм берется по основанию два.

Имея два класса, на основании целевого атрибута, определим количество информации, необходимое для того, чтобы идентифицировать класс по формуле $Info(S) = I(P)$, где P – дискретное распределение вероятностей появления соответствующего примера, сопоставленное набору классов C_1, C_2 :

$P = \left(\frac{|C_1|}{|S|}, \frac{|C_2|}{|S|} \right)$, где $|C_1|, |C_2|$ – мощности классов, $|S|$ – мощность выборки.

$$Info(S) = I\left(\frac{8}{20}, \frac{12}{20}\right) = 0,97$$

Здесь 20 – количество примеров в обучающей выборке, 8 и 12 – количество примеров для выборок K^+ (ПОКУПАТЬ) и K^- (ПРОДАВАТЬ) соответственно.

Разбив множество примеров на основе значений некоторого атрибута A на подмножества $S_1, \dots, S_k$ мы можем вычислить $Info(S)$ как взвешенное среднее информации, необходимой для идентификации класса в каждом подмножестве:

$$Info(A, S) = \sum_{i=1}^k \frac{|S_i|}{|S|} Info(S_i)$$

$$Info(Z_1, S) = \frac{7}{20} I\left(\frac{6}{7}, \frac{1}{7}\right) + \frac{13}{20} I\left(\frac{2}{13}, \frac{11}{13}\right) = 0,61$$

$$Info(Z_2, S) = \frac{5}{20} I\left(\frac{3}{5}, \frac{2}{5}\right) + \frac{8}{20} I\left(\frac{2}{8}, \frac{6}{8}\right) + \frac{7}{20} I\left(\frac{3}{7}, \frac{4}{7}\right) = 0,71$$

$$Info(Z_3, S) = \frac{12}{20} I\left(\frac{4}{12}, \frac{8}{12}\right) + \frac{8}{20} I\left(\frac{4}{8}, \frac{4}{8}\right) = 0,95$$

$$Info(Z_4, S) = \frac{12}{20} I\left(\frac{4}{12}, \frac{8}{12}\right) + \frac{8}{20} I\left(\frac{3}{8}, \frac{5}{8}\right) = 0,97$$

Далее определим величину $Gain(A, S) = Info(S) - Info(A, S)$, которая показывает количество информации, которое мы получаем благодаря атрибуту A . Это необходимо для оценки информативности атрибута при построении решающего дерева.

$$Gain(Z_1, S) = 0,36, \quad Gain(Z_2, S) = 0,26, \quad Gain(Z_3, S) = 0,02, \quad Gain(Z_4, S) = 0.$$

Алгоритм ID3 основан на следующей процедуре рекурсивного характера.

1. Выбирается атрибут для корневого узла дерева, и формируются ветви для каждого из возможных значений этого атрибута.

2. Дерево используется для классификации обучающего множества. Если все примеры на некотором листе принадлежат одному классу, то этот лист помечается именем этого класса.

3. Если все листья помечены именами классов, алгоритм заканчивает работу. В противном случае узел помечается именем очередного атрибута, и создаются ветви для каждого из возможных значений этого атрибута, после чего алгоритм снова выполняет шаг 2.

Воспользовавшись данной процедурой, получим решающее дерево для нашей задачи.

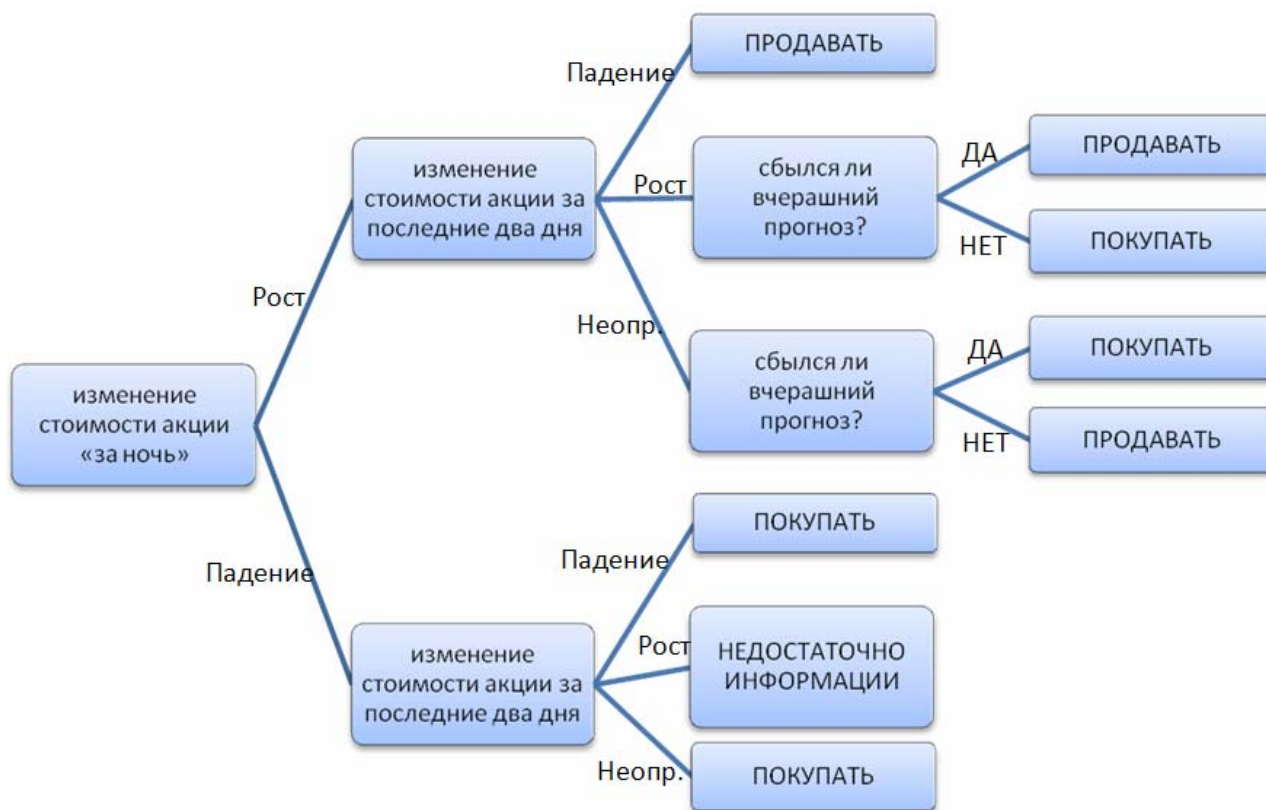


Рисунок 1. Решающее дерево

Ниже приведен псевдокод алгоритма ID3.

Алгоритм ID3 (A : множество предсказывающих атрибутов,
 C : целевой атрибут,
 S : обучающее множество)

результат решающее дерево

начало

если $S = \emptyset$, то вернуть одну вершину со значением «ошибка»

если S состоит из примеров с одинаковым значением атрибута C ,
то вернуть одну вершину со значением атрибута C

если $A = \emptyset$, то вернуть одну вершину со значением атрибута C , наиболее частым среди
примеров из S

Пусть D - атрибут с наибольшим значением $Gain(D, S)$ среди всех атрибутов из A .

Пусть $d_j, j=1, \dots, m$ значения атрибута D , а $S_j, j=1, \dots, m$ подмножества обучающих
примеров, состоящие из примеров со значением d_j для атрибута D

Вернуть дерево с корнем, помеченным D и дугами, помеченными

$d_1, d_2, \dots, d_m$, соединяющими корень с деревьями

$ID3(A \setminus \{D\}, C, S_1), ID3(A \setminus \{D\}, C, S_2), \dots, ID3(A \setminus \{D\}, C, S_m)$;

конец

Полученное решающее правило использует только три атрибута для принятия решения. Их суммарный вклад в информативность при выборе действия составляет 0,64 из 0,97 возможных бита. Это объясняется высокой случайностью и невозможностью формализации факторов, позволяющие точно определить стоимость акции наперед. Но, полученное правило может служить «помощником» при выборе действия: покупать или продавать.

Список использованных источников

1. Вагин В.Н., Головина Е.Ю., Загорянская А.А., Фомина М.В. Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах / Под ред. В.Н. Вагина, Д.А. Поспелова. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 712 с.
2. Интернет-источник: <http://www.micex.ru>
3. Интернет-источник: <http://sber03.tikr.ru/micex>

Графический аспект технического анализа рынка

Водопьянова К.Е.

Научный руководитель – старший преподаватель Калиева О.М.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Определение направления дальнейшего движения цены на рынке анализируют и прогнозируют двумя методами - фундаментальным и техническим. Соответственно, подход к решению этой задачи осуществляется с разных сторон. Фундаменталисты изучают факторы, движущие рынком, а технические аналитики – временные ряды данных и связанные с ними графические образы. Подобно тому, как существует множество способов фундаментального анализа, так же и в техническом анализе используются различные методы и способы для анализа рынка. Некоторые трейдеры полагаются в своем анализе на фигуры (паттерны) на ценовом графике, иные используют технические индикаторы. Однако большая часть трейдеров комбинирует использование и фигур и индикаторов для технического анализа. В любом случае, именно это и отличает их от фундаментальных аналитиков. Основопологающим для технических аналитиков является изменение цены «прошлое-будущее» и возможность получения прибыли.

В какой-то мере ни фундаментальный, ни технический анализ не являются стопроцентной гарантией успеха, хотя они гармонично дополняют друг друга. Учитывая три постулата (курс (цена) учитывает все; движение цен подчинено тенденциям; история повторяется), рассмотрим виды паттернов, которые дают информацию о дальнейшем движении цены:

а) линии тренда: основные сигналы

После построения линии тренда можно определить момент изменения тенденции. Этим моментом будет пробой линии тренда графиком цены. После пробития тренда с большой вероятностью можно считать, что или направление тренда изменилось, либо сила тренда ослабла. Примеры пробития видно на рисунках 1, 2, 3.



Рис. 1. Пробитие линии повышательного тренда

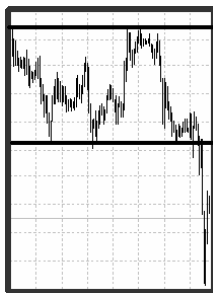


Рис. 2. Пробитие линии горизонтального тренда

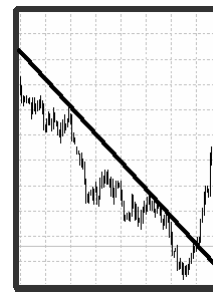


Рис. 3. Пробитие линии понижательного тренда

При принятии торговых решений руководствуются тремя правилами:

1. тренд – Ваш друг;
2. тренд действует до тех пор, пока не подаст явных признаков разворота;
3. не совершайте попыток предугадать разворот тренда.

б) линии канала: построение и основные сигналы

Большую роль в трендовом анализе играют линии канала, которые являются своего рода ограничителями размаха колебаний курса валют. Сначала строится линия тренда, затем параллельно ей проводится прямая. Одна из линий соединяет пики графика цены, другая – доньшки (см. рис. 4).

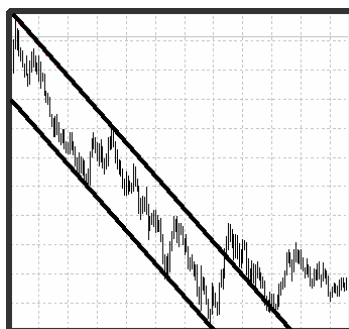


Рис. 4. Линии канала

в) уровни поддержки / сопротивления

Все линии тренда (канала), графические модели разворота и продолжения тенденции - это лишь комбинации линий сопротивления и поддержки.

Цена, с которой началось повышение, называемая уровнем поддержки, представляет собой фактически касательную к минимумам цен.

Считается, что когда цена падает до уровня поддержки, со стороны «быков» (покупателей) дальнейшему падению цены оказывается сильное сопротивление, т.е. цена «поддерживается» от дальнейшего падения. Поэтому наиболее вероятно, что цена, дойдя до уровня поддержки, отскочит и начнет повышаться.

Уровень сопротивления, который представляет собой касательную к максимумам цен, после пробития уровень сопротивления превратится в уровень поддержки.

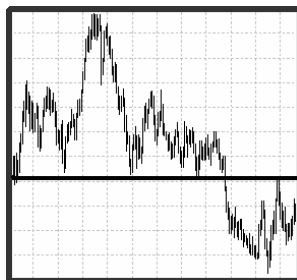


Рис. 5. Уровень поддержки превращается в уровень сопротивления

Практика построения уровней поддержки/сопротивления, несмотря на свою простоту, очень часто оказывается действенным инструментом прогнозирования движения цен на финансовом рынке.

г) графические модели разворота: «Голова-Плечи» и перевернутая «Голова-Плечи»

Это самая известная из моделей разворота тенденции. Модель, появляющаяся в конце «бычьего» тренда, носит название «Голова-Плечи» (см. рис. 6), а модель, символизирующая окончание «медвежьей» тенденции, - перевернутая «Голова-Плечи» (рис. 7).

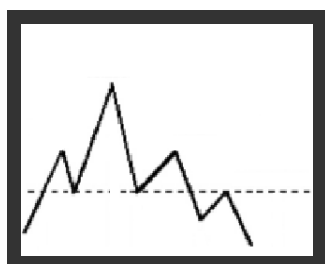


Рис. 6. «Голова-Плечи»

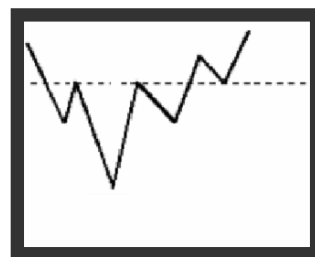


Рис. 7. «перевернутая Голова-Плечи»

Она имеет три четко выраженные вершины (донышка). Линия шеи – это линия тренда, проведенная для соединения двух донышек между вершинами (двух пиков между двумя донышками в случае перевернутой модели «Голова-Плечи»).

Сигнал к открытию позиции появляется после пробития линии шеи. Хорошим моментом для совершения сделки будет откат цены к линии шеи после ее прорыва.

д) графические модели разворота: "Тройная вершина/дно", "Двойная вершина/дно"

Эти модели также подтверждают разворот тренда. Гораздо чаще тройных вершин/донышек на графике можно увидеть модели «двойная вершина» и «двойное дно». Примеры данных моделей можно увидеть на рисунках 8, 9.

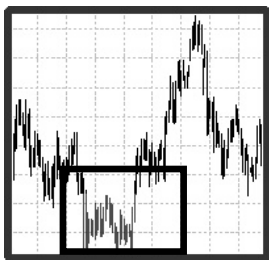


Рис. 8. Пример модели разворота
"Тройное дно"

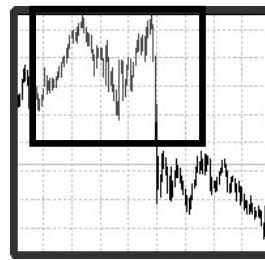


Рис. 9. Пример модели разворота
"Двойная вершина"

Естественно, что «двойная вершина/дно» – более слабый сигнал разворота тенденции, чем модель «тройная вершина/дно» и «голова-плечи».

Среди тройных и особенно двойных вершин/донышек попадает много ложных сигналов, которые отфильтровываются с помощью параллельных анализов (например, анализ показателей объема).

е) графические модели продолжения

Период застоя цен, отраженный на графике, является не более чем паузой в развитии действующей тенденции, т.е. тренд не изменится после их завершения.

"Треугольник"

Общие правила анализа треугольников:

- в классическом треугольнике должно быть пять линий с момента входа в треугольник;
- если цена входит в треугольник сверху, то сильнее позиции для продолжения падения цены и наоборот;
- если угол треугольника направлен вверх, то цена, скорее всего, пойдет вверх и наоборот;
- чем больше линий в треугольнике и чем ближе к вершине выход из него, тем сильнее и значительнее будет динамика цен при выходе;
- вершина треугольника будет в будущем выступать уровнем поддержки/сопротивления;

Существует 4 типа треугольников (рис 10)

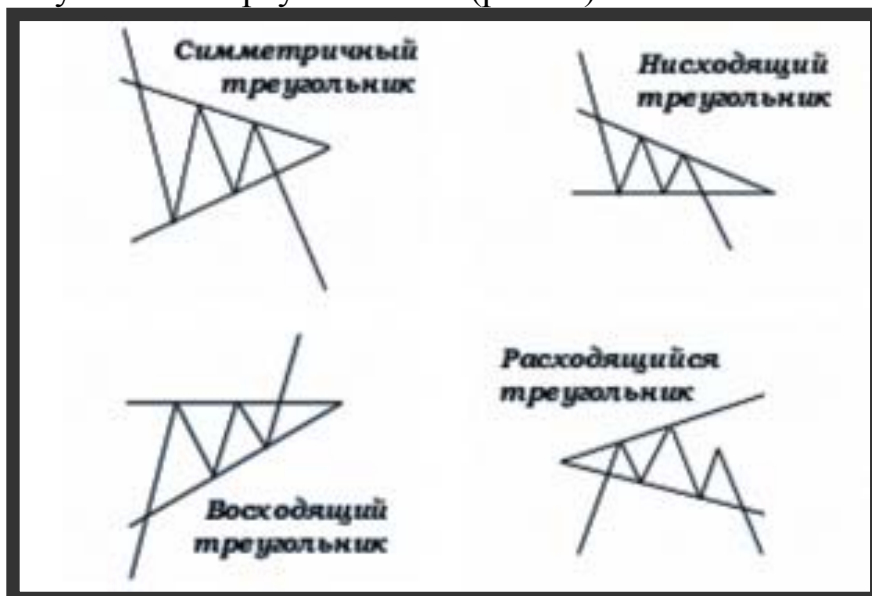


Рис. 10. Примеры треугольников

Другие графические модели продолжения представлены на рисунках 11-14. Данные фигуры появляются после стремительной тенденции, как правило, в середине движения. На формирование моделей уходит от 5 до 15 баров. Объем, по мере формирования модели, падает, резко возрастая после разрыва.

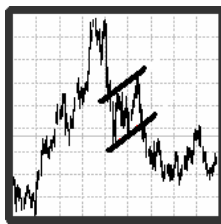


Рис. 11. Пример модели «флаг»

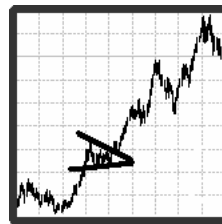


Рис. 12. Пример модели «вымпел»

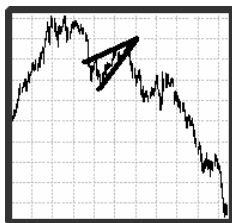


Рис. 13. Пример модели «клин»

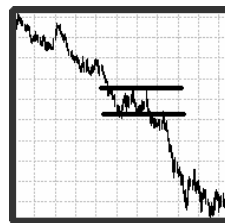


Рис. 14. Пример модели «прямоугольник»

Философии технического анализа, паттернов на графиках цен не достаточно для того, чтобы с большой долей вероятности предсказывать будущее направление движение цены. Любой паттерн, увиденный на графике, должен обязательно быть подтвержден еще огромным количеством показателей.

Для того, чтобы владеть методами технического анализа необходимы знания во многих областях наук (математика, экономика, синергетика и др.). Успешно действующий аналитик никогда не расскажет о своих методах. При использовании основных принципов и положений технического анализа на своем уровне, шансы на успех сильно увеличатся, если не браться за сверхзадачу - предсказать котировки, а ограничиться выработкой линии поведения (покупать-продавать).

Логарифмический порядок и логарифмический тип голоморфных в круге функций

Вяльченко Т.Н., Ковалева И.И., Степанов А.Ю.

Научный руководитель – профессор, д.ф.-м.н. Шамоян Ф.А.

Брянск, Брянский государственный университет

Одной из важнейших теорем в теории целых функций является теорема о связи между ростом целой функции и коэффициентами ее разложения в степенной ряд. Указанные результаты в случае целых функций конечного порядка были установлены Е. Линделефом (см. например [1]).

Случай целых функций конечного логарифмического порядка рассмотрен в работе Ю.Л.Шварца. [2] Для формулировки его результатов вначале введем обозначение

$$M(r, f) = \max_{|z| < r} |f(z)|, \quad r > 0,$$

где f целая функция.

Пусть теперь разложение f в степенной ряд имеет вид

$$f(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} a_k z^k \quad (1)$$

Определение 1. Логарифмическим порядком целой функции f называется величина

$$\rho = \overline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln M(r, f)}{\ln \ln r}.$$

Ясно, что при $\rho \leq 1$ целая функция такого порядка ρ превращается в многочлен.

Определение 2. Логарифмическим типом целой функции f , имеющей конечный порядок ρ , называется величина

$$\sigma = \overline{\lim}_{r \rightarrow +\infty} \frac{\ln M(r, f)}{(\ln r)^\rho}.$$

Теорема 1. [2] Логарифмический порядок $\rho > 1$ целой функции, определяемой рядом (1), вычисляется по формуле

$$\rho = 1 + \overline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln n}{\ln \ln \frac{1}{|a_n|} - \ln n},$$

а ее логарифмический тип σ при логарифмическом порядке $\rho > 1$ вычисляется по формуле

$$\sigma = \frac{(\rho - 1)^{\rho-1}}{\rho^\rho} \cdot \overline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^\rho}{\left(\ln \frac{1}{|a_n|}\right)^{\rho-1}}.$$

Нас интересует случай, когда ряд (1) имеет конечный радиус сходимости (в случае целых функций, ясно, что $R = +\infty$), т.е. функция голоморфна в круге $D_R = \{z | |z| < R\}$ и разлагается в степенной ряд

$$f(z) = \sum_{k=0}^{+\infty} a_k z^k, \quad |z| < R. \quad (2)$$

Не ограничивая общности, будем предполагать, что $R = 1$.

Аналогично как в случае целых функций конечного порядка и нормального типа в работе Ф. Баермана [3] были введены понятия порядка и типа для классов голоморфных в круге функций.

Определение 3. Порядком голоморфной в круге $D = D_1$ функции f называется величина

$$\rho = \overline{\lim}_{r \rightarrow 1-0} \frac{\ln \ln M(r, f)}{\ln \frac{1}{1-r}}, 0 < r < 1.$$

Определение 4. Типом голоморфной в круге $D = D_1$ функции f , имеющей конечный порядок ρ , называется величина

$$\sigma = \overline{\lim}_{r \rightarrow 1-0} \frac{\ln M(r, f)}{(\ln \frac{1}{1-r})^\rho}, 0 < r < 1.$$

В [3] установлено следующее утверждение: Если функция f имеет в D разложение (2) и порядок ρ , причем

$$\gamma = \overline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln |a_n|}{\ln n},$$

то

$$\rho = \frac{\gamma}{1-\gamma}.$$

Поскольку f голоморфная функция в D , то $0 \leq \gamma < 1$.

В этой работе мы вводим понятия логарифмического порядка и логарифмического типа голоморфных в круге функций и получим аналоги вышеуказанной работы Шварца для функций, имеющих заданный логарифмический порядок и логарифмический тип.

Определение 5. Логарифмическим порядком функции f в круге D называется величина

$$\rho = \overline{\lim}_{r \rightarrow 1-0} \frac{\ln \ln M(r, f)}{\ln \ln \frac{1}{1-r}}.$$

Определение 6. Логарифмическим типом голоморфной в круге D функции f , имеющей конечный логарифмический порядок ρ , называется величина

$$\sigma = \overline{\lim}_{r \rightarrow 1-0} \frac{\ln M(r, f)}{\left(\ln \frac{1}{1-r}\right)^\rho}.$$

Нами были установлены следующие теоремы.

Теорема 2. Пусть функция f голоморфна в круге D и имеет там разложение (2). Тогда, если $\rho > 1$, то справедлива формула

$$\rho = \overline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln \ln |a_n|}{\ln \ln n}.$$

Теорема 3. Пусть функция f голоморфна в круге D , имеет разложение (2) и конечный логарифмический порядок $\rho > 1$.

Тогда

$$\sigma = \overline{\lim}_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln |a_n|}{(\ln n)^\rho}.$$

Список используемых источников

1. Левин Б.Я. Распределение корней целых функций.— М.: Гостехиздат, 1956.
2. Шварц Ю.Л. Логарифмический порядок и логарифмический тип целой функции.— Материалы конференции по дифференциальным уравнениям и математическому анализу, Уфа, 2002.
3. Baerman F. — Waechstumordnung und Nullstellendichte bei Pofenzreihen mit endlichen konvergenzenkreis. — Math. Zeitschrift, Band 33, Heft №1, 1931.

Приложение определенного интеграла в экономике

Галаева Ю. В., Шубина Г. С.

Научный руководитель – преподаватель Огурцова Т. А.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Традиционно практическое приложение интеграла иллюстрируется вычислением площадей различных фигур, нахождением объемов геометрических тел и некоторыми приложениями в физике и технике. Однако роль интеграла в моделировании экономических процессов не рассматривается. Вместе с тем, интегральное исчисление дает богатый математический аппарат для моделирования и исследования процессов, происходящих в экономике.

Остановимся на нескольких примерах использования интегрального исчисления в экономике. Начнем с широко используемого в рыночной экономике понятия потребительского излишка (CS—consumer's surplus). Для этого введем несколько экономических понятий и обозначений.

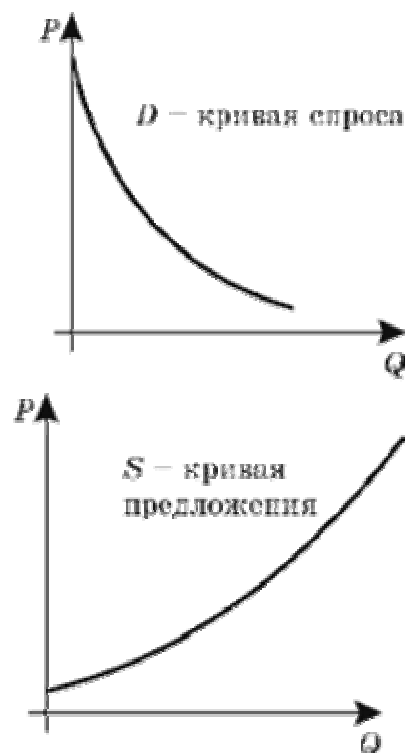


Рисунок 1.

Спрос на данный товар (D—demand) – сложившаяся на определенный момент времени зависимость между ценой товара и объемом его покупки. Спрос на отдельный товар графически изображается в виде кривой с отрицательным наклоном, отражающей взаимосвязь между ценой P (price) единицы этого товара и количеством товара Q (quantity), которое потребители готовы купить при каждой заданной цене. Отрицательный наклон кривой

спроса имеет очевидное объяснение: чем дороже товар, тем меньше количество товара, которое покупатели готовы купить, и наоборот. [1]

Аналогично определяется и другое ключевое понятие экономической теории – предложение (S–supply) товара: сложившаяся на определенный момент времени зависимость между ценой товара и количеством товара, предлагаемого к продаже. Предложение отдельного товара изображается графически в виде кривой с положительным наклоном, отражающей взаимосвязь между ценой единицы этого товара P и количеством товара Q , которое потребители готовы продать при каждой цене. Отметим, что экономисты сочли удобным изображать аргумент (цену) по оси ординат, а зависимую переменную (количество товара) по оси абсцисс. Поэтому графики функций спроса и предложения выглядят следующим образом (рисунок 1). [1]

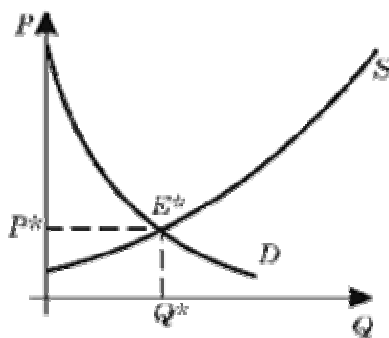


Рисунок 2.

И, наконец, введем еще одно понятие, играющее большую роль в моделировании экономических процессов – рыночное равновесие (equilibrium). Состояние равновесия характеризуют такие цена и количество, при которых объем спроса совпадает с величиной предложения, а графически рыночное равновесие изображается точкой пересечения кривых спроса и предложения (рис. 2), $E^*(p^*; q^*)$ – точка равновесия. [1]

В дальнейшем для удобства анализа мы будем рассматривать не зависимость $Q = f(P)$, а обратные функции спроса и предложения, характеризующие зависимость $P = f(Q)$, тогда аргумент и значение функции графически будут изображаться привычным для нас образом.

Перейдем теперь к рассмотрению приложений интегрального анализа для определения потребительского излишка. Для этого изобразим на графике обратную функцию спроса $P = f(Q)$. Допустим, что рыночное равновесие установилось в точке $E^*(q^*; p^*)$ (кривая предложения на графике отсутствует для удобства дальнейшего анализа, рисунок 3). [3]

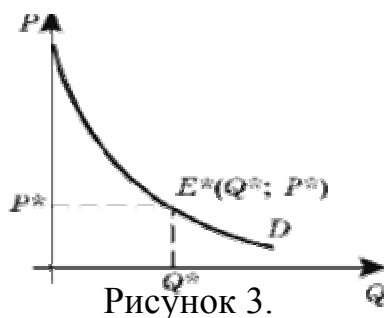


Рисунок 3.

Если покупатель приобретает товар в количестве Q^* по равновесной цене P^* , то очевидно, что общие расходы на покупку такого товара составят P^*Q^* , что равно площади заштрихованной фигуры A (рисунок 4). [3]

Но предположим теперь, что товар в количестве Q^* продается продавцами не сразу, а поступает на рынок небольшими партиями ΔQ . Именно такое допущение вместе с предположением о непрерывности функции спроса и предложения является основным при выводе формулы для расчета потребительского излишка. Отметим, что данное допущение вполне оправдано, потому что такая схема реализации товара довольно распространена на практике и вытекает из цели продавца поддерживать цену на товар как можно выше.

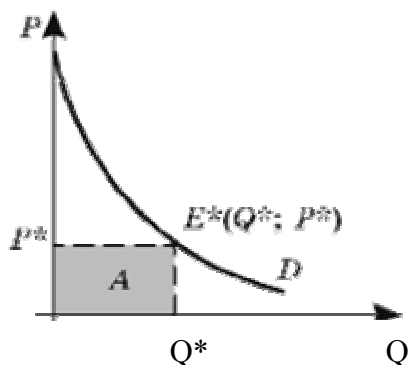


Рисунок 4.

Тогда получим, что сначала предлагается товар в количестве $Q_1 = \Delta Q$ (рисунок 5), который продается по цене $P_1 = f(Q_1)$. Так как по предположению величина ΔQ мала, то можно считать, что вся первая партия товара реализуется по цене P_1 , при этом затраты покупателя на покупку такого количества товара составят $P_1\Delta Q$, что соответствует площади заштрихованного прямоугольника S_1 (рисунок. 5). [3]

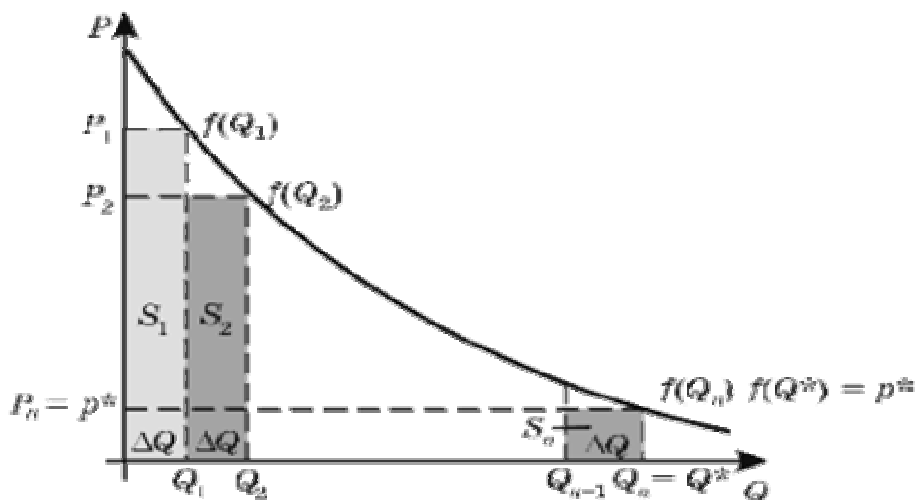


Рисунок 5.

Далее на рынок поступает вторая партия товара в том же количестве, которая продается по цене $P_2 = f(Q_2)$, где $Q_2 = Q_1 + \Delta Q$ – общее количество реализованной продукции, а затраты покупателя на покупку второй партии составят $P_2 \Delta Q$, что соответствует площади прямоугольника S_2 .

Продолжим процесс до тех пор, пока не дойдем до равновесного количества товара $Q^* = Q_n$. Тогда становится ясно, какой должна быть величина ΔQ для того, чтобы процесс продажи товара закончился в точке Q^* :

$$\Delta Q = \frac{Q_n}{n} = \frac{Q^*}{n}. \quad [3]$$

В результате получим, что цена n -ой партии товара $P_n = f(Q_n) = f(Q^*) = P^*$, а затраты потребителей на покупку этой последней партии товара составят площадь прямоугольника S_n .

Таким образом, мы получим, что суммарные затраты потребителей при покупке товара мелкими партиями ΔQ равны

$$\begin{aligned} P_1 \Delta Q + P_2 \Delta Q + \dots + P_n \Delta Q &= \\ = f(Q_1) \Delta Q + f(Q_2) \Delta Q + \dots + f(Q_n) \Delta Q &= \\ = S_1 + S_2 + \dots + S_n. \end{aligned}$$

Так как величина ΔQ очень мала, а функция $f(Q)$ непрерывна, то

закключаем, что $\sum_{i=1}^n S_i$ приблизительно равна площади фигуры В (рисунок 6), которая, как известно, при малых приращениях аргумента ΔQ равна определенному интегралу от обратной функции спроса при изменении аргумента от 0 до Q^* , т. е. в итоге получим, что

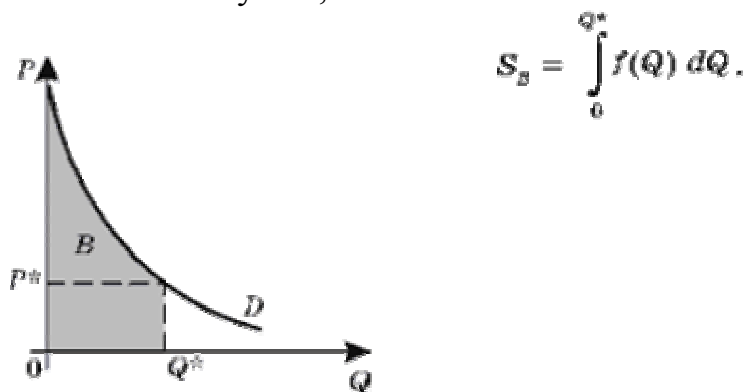


Рисунок 6

Вспомнив, что каждая точка на кривой спроса $P_i = f(Q_i)$ ($i = 1, 2, \dots, k$) показывает, какую сумму потребитель готов заплатить за покупку дополнительной единицы продукта, получим, что площадь фигуры В соответствует общей денежной сумме, которую потребитель готов потратить на покупку Q^* единиц товара. Разность между площадью фигуры В и площадью прямоугольника А есть потребительский излишек при покупке данного товара – превышение общей стоимости, которую потребитель готов уплатить за все единицы товара, над его реальными расходами на их приобретение (площадь заштрихованной фигуры на рисунке 7).[1]

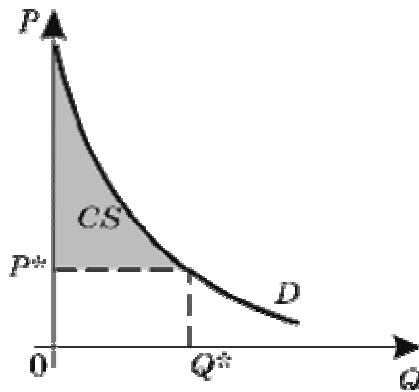


Рисунок 7.

Таким образом, потребительский излишек можно посчитать по следующей формуле

$$CS = \int_0^{Q^*} f(Q) dQ - P^* Q^*, \quad (1)$$

Далее рассмотрим несколько задач на определение излишка потребителя.

Задача 1. Известно, что спрос на некоторый товар задается функцией $p = 4 - q^2$, где q – количество товара (в шт.), p – цена единицы товара (в руб.), а равновесие на рынке данного товара достигается при $p^* = q^* = 1$. Определите величину потребительского излишка [2]

Решение.

$$\begin{aligned} CS &= \int_0^{q^*} f(q) dq - p^* q^* = \int_0^1 (4 - q^2) dq - 1 \cdot 1 = \\ &= \left(4q - \frac{q^3}{3} \right) \Big|_0^1 - 1 = 4 - \frac{1}{3} - 1 = 2\frac{2}{3} \text{ (руб.)}. \end{aligned}$$

Ответ: $CS = 2\frac{2}{3}$

Задача 2: Известно, что спрос на некоторый товар описывается функцией $q = \frac{8000}{p^3}$, а предложение данного товара характеризуется функцией $q = 500p$. Найдите величину излишка потребителя при покупке данного товара.[2]

Решение. Для расчета излишка потребителя сначала определим параметры рыночного равновесия (p^* ; q^*). Для этого решим систему уравнений

$$\begin{cases} q = \frac{8000}{p^3}, \\ q = 500p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{8000}{p^3} = 500p, \\ q = 500p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^4 = 16, \\ q = 500p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p^* = 2, \\ q^* = 1000. \end{cases}$$

Таким образом, $p^* = 2$, $q^* = 1000$.

Запишем формулу для вычисления потребительского излишка (1), где $f(q)$

– функция, обратная функции $q = \frac{8000}{p^3}$, т. е. $f(q) = \sqrt[3]{\frac{8000}{q}} = 20q^{-\frac{1}{3}}$.

Отсюда

$$CS = \int_0^{1000} 20q^{-\frac{1}{3}} dq - 2 \cdot 1000 = \frac{3 \cdot 20q^{\frac{2}{3}}}{2} \Big|_0^{1000} - 2000 =$$
$$= 30q^{\frac{2}{3}} \Big|_0^{1000} - 2000 = 30 \cdot 1000^{\frac{2}{3}} - 2000 = 30 \sqrt[3]{1000^2} - 2000 = 1000.$$

Ответ: CS= 1000

Список использованных источников

1 Видяпин, В. И., Добрынин А. И., Журавлева Г. П., Тарасевич Л. С. Экономическая теория: Учебник. – Изд. испр. и доп./ Под общ. ред. акад. В. И. Видяпина, А. И. Добрынина, Г. П. Журавлевой, Л. С. Тарасевича. – М.: «ИНФРА-М», 2005.- 672 с. – ISBN 5-16-002162-0

2 Кремер Н. Ш., Тришин И. М., Путко Б. А. Практикум по высшей математике для экономистов. / Н. Ш. Кремер, И. М. Тришин, Б. А. Путко. – М.: Юнити-Дана, 2003. – 423 с. – ISBN 5-238-00459-1

3 Кремер Н. Ш., Тришин И. М., Путко Б. А. Высшая математика для экономистов. / Н. Ш. Кремер, И. М. Тришин, Б. А. Путко. – М.: Юнити-Дана, 2004. – 471 с. – ISBN 5-238-00030-8

Метод разрывных смещений, схемы и краевые условия для моделирования напряженно-деформированного состояния угольного пласта в призабойной зоне

Гацков А.Н.

Научный руководитель – доцент, д.т.н. Полкунов Ю.Г.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Массивы горных пород, как горно-геологические объекты изучения протекающих в них процессов, связанных к примеру с разработкой полезных ископаемых или строительством подземных сооружений, представляют собой сложные деформируемые среды в естественном напряженном состоянии. Их сложность и разнообразие в значительной мере обусловлены геологическим строением и тектоническими особенностями месторождений.

Полученные математическим путем знания о поведении массива горных пород при развитии выработанного пространства являются наряду с геологическими данными основной информацией при проектировании подземных сооружений и систем разработки месторождений, а также при

принятии решений по контролю состояния массива и управлению горным давлением в процессе работ.

В связи с этим рассмотрим в рамках упругой среды все характерные особенности перераспределения напряжений в массиве для наиболее общей совокупности выработанного пространства. При всех формах, отражающих развитие выработанного пространства, возникают 4 характерных вида сдвижения горных пород. Каждый из этих видов связан с определенной ориентацией краевой части выработанного пространства относительно главных осей поля напряжений.

Первый вид сдвижения (рисунок 1) можно определить как нормальное сдвижение горных пород.

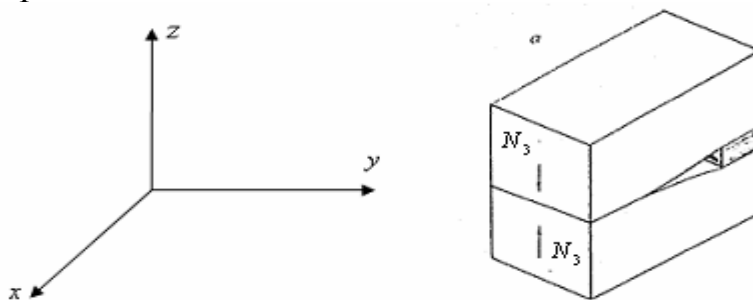


Рисунок 1 - Нормальное сдвижение

Оно имеет место если все оси ориентации краевой части выработанного пространства совпадают с главными осями поля напряжений и напряжения удовлетворяют формуле (1).

$$\sigma_x^0 = N_1, \sigma_y^0 = N_2, \sigma_z^0 = N_3, \tau_{xy}^0 = \tau_{yz}^0 = \tau_{zx}^0 = 0, \quad (1)$$

Второй вид сдвижения (рисунок 2) определим как нормальное сдвижение с поперечным сдвигом.

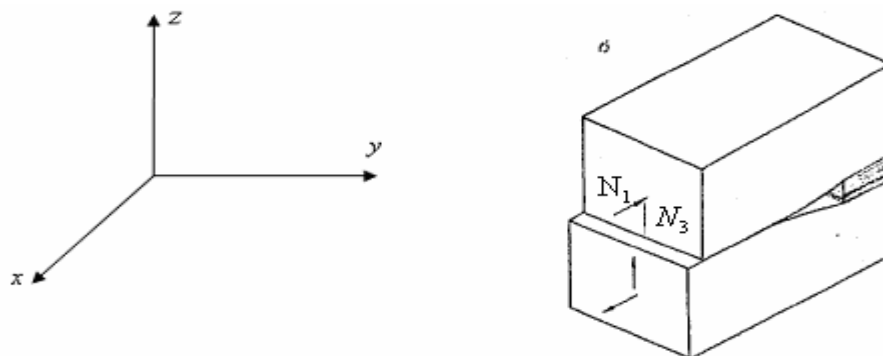


Рисунок 2 - Нормальное сдвижение с поперечным сдвигом

Оно имеет место там, где оси ориентации краевой части выработанного пространства Ox и Oy не совпадают с ориентацией главных напряжений N_1 и N_2 , а ось Oz совпадает с ориентацией N_3 . Напряжения и смещения удовлетворяют формулам (2):

$$\begin{aligned}
\sigma_x^0 &= \frac{1}{2}[N_1 + N_2 + (N_1 - N_2)\cos 2\alpha], \\
\sigma_y^0 &= \frac{1}{2}[N_1 + N_2 - (N_1 - N_2)\cos 2\alpha], \\
\sigma_z^0 &= N_3, \\
\tau_{xy}^0 &= \frac{1}{2}(N_1 - N_2)\sin 2\alpha, \quad \tau_{yz}^0 = \tau_{zx}^0 = 0.
\end{aligned}
\tag{2}$$

Третий вид сдвижения (рисунок 3) - нормальное сдвижение с продольным сдвигом.

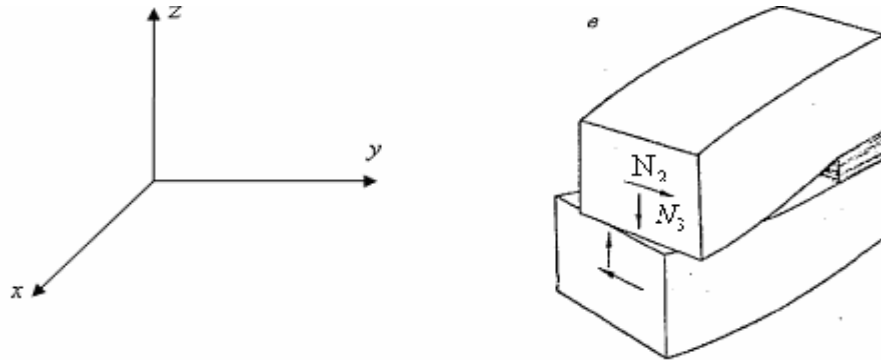


Рисунок 3 - Нормальное сдвижение с продольным сдвигом

Оно происходит там, где оси ориентации краевой части выработанного пространства Oy и Oz не совпадают с ориентацией главных напряжений N_1 и N_3 , а ось Ox совпадает с ориентацией N_2 .

$$\begin{aligned}
\sigma_x^0 &= N_1, \\
\sigma_y^0 &= \frac{1}{2}[N_1 + N_3 + (N_2 - N_3)\cos 2\beta], \\
\sigma_z^0 &= \frac{1}{2}[N_2 + N_3 - (N_2 - N_3)\cos 2\beta], \\
\tau_{xy}^0 &= \frac{1}{2}(N_2 - N_3)\sin 2\beta, \quad \tau_{yz}^0 = \tau_{zx}^0 = 0.
\end{aligned}
\tag{3}$$

Четвертый вид сдвижения (рисунок 4) определим как нормальное сдвижение с поперечным и продольным сдвигом.

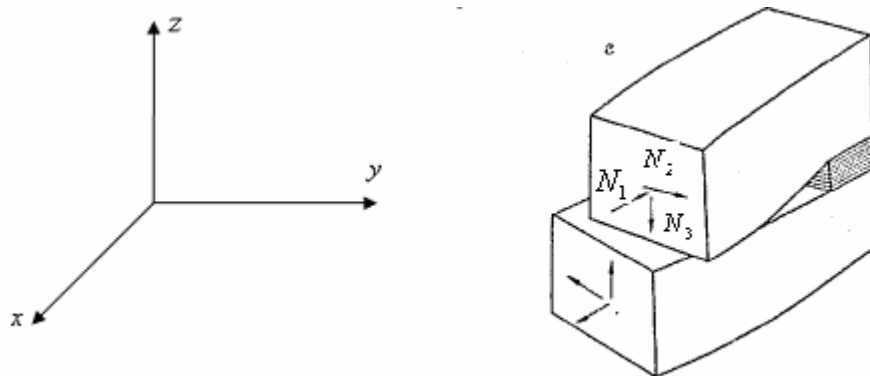


Рисунок 4 - Нормальное сдвижение с поперечным и продольным сдвигом

Оно происходит только там, где ни одна ось ориентации краевой части выработанного пространства не совпадает с главными осями поля напряжений. По существу, этот вид сдвижения представляет собой совокупность сдвижений второго и третьего видов.

Описанное представление о видах сдвижения в краевых частях выработанного пространства в зависимости от их ориентации относительно главных осей поля напряжений охватывает все массивы горных пород. Кроме того, каждый вид сдвижения по своему отражается на характере деформирования выработок в соответствующих зонах влияния и накладывает определенные требования на их проектирование, проходку и поддержание в процессе эксплуатации.

Для моделирования сдвижения горных пластов был предложен метод разрывных смещений.[2]

Смещения вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned}\bar{u}_1 &= 2(1-\nu)\bar{\varphi}_{1,3} - (1-2\nu)\bar{\varphi}_{3,1} - \bar{x}_3 \bar{\varphi}_{k,k_1}, \\ \bar{u}_2 &= 2(1-\nu)\bar{\varphi}_{2,3} - (1-2\nu)\bar{\varphi}_{3,2} - \bar{x}_3 \bar{\varphi}_{k,k_2}, \\ \bar{u}_3 &= 2(1-\nu)\bar{\varphi}_{3,3} - (1-2\nu)(\bar{\varphi}_{1,1} + \bar{\varphi}_{2,2}) - \bar{x}_3 \bar{\varphi}_{k,k_3}.\end{aligned}\quad (4)$$

Напряжения рассчитываются из соотношений:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{13} &= 2G(\bar{\varphi}_{1,33} + \nu \frac{\partial}{\partial x_2}(\bar{\varphi}_{1,2} - \bar{\varphi}_{2,1}) - \bar{x}_3 \bar{\varphi}_{k,k_{13}}), \\ \bar{\sigma}_{23} &= 2G(\bar{\varphi}_{2,33} + \nu \frac{\partial}{\partial x_1}(\bar{\varphi}_{1,2} - \bar{\varphi}_{2,1}) - \bar{x}_3 \bar{\varphi}_{k,k_{23}}), \\ \bar{\sigma}_{33} &= 2G(\bar{\varphi}_{3,33} - \bar{x}_3 \bar{\varphi}_{k,k_{33}}).\end{aligned}\quad (5)$$

В этих уравнениях функции $\bar{\varphi}_i$ ($i=1,2,3$) задаются формулой

$$\bar{\varphi}_i = \frac{1}{8\pi(1-\nu)} \bar{D}_i I(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3), \text{ где}$$

$$\bar{D}_i = u_i(\bar{x}_1, \bar{x}_2, 0_-) - u_i(\bar{x}_1, \bar{x}_2, 0_+),$$

$$I(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3) = \int_{-a-a}^{+a+a} \int_{-a-a}^{+a+a} [(\bar{x}_1 - \bar{\xi}_1)^2 + (\bar{x}_2 - \bar{\xi}_2)^2 + \bar{x}_3^2]^{\frac{1}{2}} d\bar{\xi}_1 d\bar{\xi}_2,$$

$$|\bar{x}_1| \leq a, |\bar{x}_2| \leq a, \bar{x}_3 = 0.$$

Полученные выше результаты используются для построения системы алгебраических уравнений, из которой находим приближенное распределение разрывов смещений. Эта система строится для сетки квадратных элементов, покрывающих моделируемую область.

Каждый элемент (i j) сетки принадлежит либо отработанной (призбойной) части пласта, либо неотработанной и ему соответствует

постоянный разрыв смещения с компонентами $D_x^{i,j}, D_y^{i,j}, D_z^{i,j}$. Если элемент принадлежит призабойной части, то полные усилия равны нулю, и система примет вид (6):

$$\begin{aligned} -(\sigma_{zx}^{i,j})_0 &= \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N (A_{xx}^{i,j;k,l} D_x^{k,l} + A_{xy}^{i,j;k,l} D_y^{k,l}), \\ -(\sigma_{yz}^{i,j})_0 &= \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N (A_{xy}^{i,j;k,l} D_x^{k,l} + A_{yy}^{i,j;k,l} D_y^{k,l}), \\ -(\sigma_{zz}^{i,j})_0 &= \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N (A_{zz}^{i,j;k,l} D_z^{k,l}), \end{aligned} \quad (6)$$

Если элемент (i j) принадлежит неотработанной части пласта, то система примет вид (7) Где G_0 и E_0 - упругие постоянные материала жилы.

$$\begin{aligned} 0 &= K_x D_x^{i,j} + \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N (A_{xx}^{i,j;k,l} D_x^{k,l} + A_{xy}^{i,j;k,l} D_y^{k,l}), \\ 0 &= K_y D_y^{i,j} + \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N (A_{xy}^{i,j;k,l} D_x^{k,l} + A_{yy}^{i,j;k,l} D_y^{k,l}), \\ 0 &= K_z D_z^{i,j} + \sum_{k=1}^M \sum_{l=1}^N (A_{zz}^{i,j;k,l} D_z^{k,l}). \end{aligned} \quad (7),$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_{zx}^{i,j} &= -\frac{G_0 D_x^{i,j}}{h} = -K_x D_x^{i,j}, \\ \sigma_{yz}^{i,j} &= -\frac{G_0 D_y^{i,j}}{h} = -K_y D_y^{i,j}, \\ \sigma_{zz}^{i,j} &= -\frac{E_0 D_z^{i,j}}{h} = -K_z D_z^{i,j}, \end{aligned} \quad (8)$$

Таким образом смещения в выработанном пространстве вычисляются по формулам (7), а в самом пласте по (6). Уравнения (6) и (7) образуют систему $3 \times M \times N$ уравнений относительно неизвестных компонент разрывов смещений.

Для численного решения поставленной задачи необходимо задать граничные условия. Область выработанного пространства можно разбить плоскостью как показано на рисунке, в результате чего имеем следующие краевые условия:

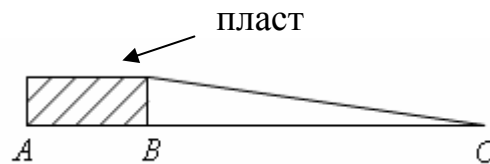


Рис. 5 Область выработанного пространства в разрезе

Таким образом, для каждой из схем имеем следующие краевые условия:

$$1). \text{ на участке AB: } \sigma_{33} = -\frac{p}{2}, \quad \sigma_{13} = 0, \quad \sigma_{23} = 0;$$

$$\text{на участке BC: } \sigma_{13} = 0, \quad \sigma_{23} = 0, \quad \sigma_{33} = -p;$$

2). на участке АВ: $\sigma_{33} = -\frac{p}{2}$, $\sigma_{13} = p\lambda$, $\sigma_{23} = 0$;

на участке ВС: $\sigma_{13} = \lambda p$, $\sigma_{23} = 0$, $\sigma_{33} = -p$;

3). на участке АВ: $\sigma_{33} = -\frac{p}{2}$, $\sigma_{13} = 0$, $\sigma_{23} = \lambda p$;

на участке ВС: $\sigma_{13} = 0$, $\sigma_{23} = \lambda p$, $\sigma_{33} = -p$;

4). на участке АВ: $\sigma_{33} = -\frac{p}{2}$, $\sigma_{13} = \lambda p$, $\sigma_{23} = \lambda p$;

на участке ВС: $\sigma_{33} = -p$, $\sigma_{13} = \lambda p$, $\sigma_{23} = \lambda p$,

где величины $p = \gamma H$ и λ получают из экспериментальных данных.

Полученная система уравнений с начальными условиями может быть решена численными методами.

Уникальность применения метода разрывных смещений для моделирования зон выработок горных пород состоит именно в том, что при моделировании используются перерасчеты смещений горных пластов, что оказывает существенное влияние на процесс сдвижения горных пород.

Таким образом, приведенный метод расчета с краевыми условиями позволяет связать теоретические исследования с экспериментальными замерами сдвижения горных пластов.

Список использованных источников

1. **Кузнецов, С. В.** Общие закономерности и характерные особенности перераспределения напряжений в массивах горных пород при развитии выработанного пространства / С. В. Кузнецов. ОТПРПИ: №6., 1988. – С. 18-31.

2. **Крауч, С.** Методы граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. – М.: Мир, 1987. – 328 с.

Разрушение горных пород насыщенным газом

Гашкова О. А.

Научный руководитель – доцент, д.т.н., Полкунов Ю.Г.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Цель работы – исследовать разрушение пористых пород насыщенных газом, определив напряженное состояние внутри области моделирования.

Рассматривается массив горной породы насыщенный газом, моделируемая область которого представлена на рисунке 1.

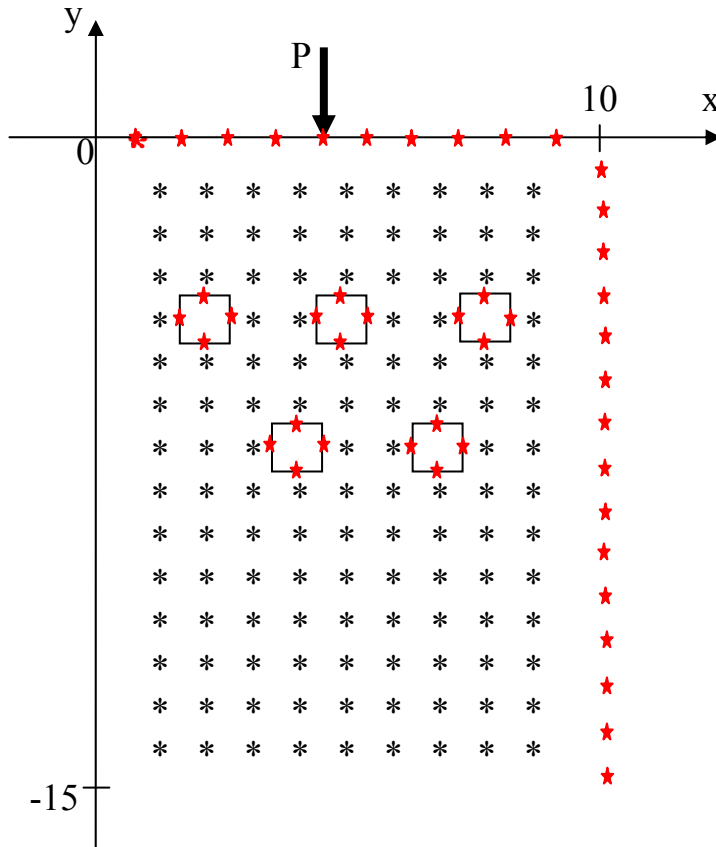


Рисунок 1 – Моделируемая область.

Напряженно – деформированное состояние массива описывается дифференциальными уравнениями равновесия без учета объемных сил:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + \frac{1}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y \partial x} \right) &= 0 \\ \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + \frac{1}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

где u_x, u_y – проекции вектора смещения на оси декартовой системы координат; ν – коэффициент Пуассона.

Для реализации дифференциальных уравнений в частных производных (1) используется метод граничных элементов [1].

Граничные интегральные уравнения в напряжениях можно представить следующим образом:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^N A_{xx_{ij}} P_{x_j}^* + \sum_{j=1}^N A_{xy_{ij}} P_{y_j}^* = P_{x_i}, \\ \sum_{j=1}^N A_{yx_{ij}} P_{x_j}^* + \sum_{j=1}^N A_{yy_{ij}} P_{y_j}^* = P_{y_i}, \end{cases} \quad i = \overline{1, N} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned}
A_{xxij} &= \begin{cases} -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left\{ (1-2\nu) + 2 \frac{r_{xij}^2}{r^2} \right\} \frac{\partial r}{\partial n} \Delta S_i, & \text{npu } i \neq j, \\ 1/2, & \text{npu } i = j; \end{cases} \\
A_{xyij} &= \begin{cases} 0, & \text{npu } i = j, \\ -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left\{ (1-2\nu) \left(\frac{n_{yi} r_{xij} - n_{xi} r_{yij}}{r^2} \right) + 2 \frac{r_{xij} r_{yij}}{r^2} \frac{\partial r}{\partial n} \right\} \Delta S_i, & \text{npu } i \neq j; \end{cases} \\
A_{yxij} &= \begin{cases} 0, & \text{npu } i = j, \\ -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left\{ (1-2\nu) \left(\frac{n_{xi} r_{yij} - n_{yi} r_{xij}}{r^2} \right) + 2 \frac{r_{xij} r_{yij}}{r^2} \frac{\partial r}{\partial n} \right\} \Delta S_i, & \text{npu } i \neq j; \end{cases} \\
A_{yyij} &= \begin{cases} 1/2, & \text{npu } i = j, \\ -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \left\{ (1-2\nu) + 2 \frac{r_{yij}^2}{r^2} \right\} \frac{\partial r}{\partial n} \Delta S_i, & \text{npu } i \neq j; \end{cases} \quad (i, j = \overline{1, N})
\end{aligned}$$

$$P_{x_j}^* = \int_{\Delta S_j} P_x^* dS \quad P_{y_j}^* = \int_{\Delta S_j} P_y^* dS$$

$$P_{x_j} = \int_{\Delta S_j} P_x dS \quad P_{y_j} = \int_{\Delta S_j} P_y dS$$

где

$$\frac{\partial r}{\partial n} = \frac{n_{xi} r_{xij} + n_{yi} r_{yij}}{r^2}; \quad r^2 = r_{xij}^2 + r_{yij}^2; \quad r_{yij} = y_i - y_j; \quad r_{xij} = x_i - x_j;$$

x_i, y_i – координаты i -ой граничной точки;

$P_{x_j}^*, P_{y_j}^*$ – фиктивные нагрузки;

P_{x_i}, P_{y_i} – проекции внешних сил на оси координат Ox, Oy ;

n_{xi}, n_{yi} – проекции вектора нормали на оси координат Ox, Oy ;

ΔS_i – длина i -го граничного элемента;

ν – коэффициент Пуассона.

Напряжения внутри моделируемой области определяются по формулам:

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx_i} &= -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \sum_{j=1}^N \left[P_{x_j}^* \left\{ (1-2\nu) r_{xij} + 2 \frac{r_{xij}^3}{r_{ij}^2} \right\} \frac{1}{r_{ij}^2} + P_{y_j}^* \left\{ -(1-2\nu) r_{yij} + 2 \frac{r_{xij}^2 r_{yij}}{r_{ij}^2} \right\} \frac{1}{r_{ij}^2} \right] \\
\sigma_{xy_i} &= -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \sum_{j=1}^N \left[P_{x_j}^* \left\{ (1-2\nu) r_{yij} + 2 \frac{r_{xij}^2 r_{yij}}{r_{ij}^2} \right\} \frac{1}{r_{ij}^2} + P_{y_j}^* \left\{ (1-2\nu) r_{xij} + 2 \frac{r_{xij} r_{yij}^2}{r_{ij}^2} \right\} \frac{1}{r_{ij}^2} \right]
\end{aligned}$$

$$\sigma_{YYi} = -\frac{1}{4\pi(1-\nu)} \sum_{j=1}^N \left[P_{Xj}^* \left\{ -(1-2\nu)r_{Xij} + 2\frac{r_{Xij}r_{Yij}^2}{r_{ij}^2} \right\} \frac{1}{r_{ij}^2} + P_{Yj}^* \left\{ -(1-2\nu)r_{Yij} + 2\frac{r_{Yij}^3}{r_{ij}^2} \right\} \frac{1}{r_{ij}^2} \right]$$

где $\sigma_{XXi}, \sigma_{XYi}, \sigma_{YYi}$ – напряжения в i-ой внутренней точке;

$$r^2 = r_{xij}^2 + r_{yij}^2; \quad r_{yij} = y_i - y_j; \quad r_{xij} = x_i - x_j;$$

x_i, y_i – координаты i-ой внутренней точки;

x_j, y_j – координаты j-ой граничной точки.

Напряженное состояние в массиве определялось главными напряжениями и максимальным касательным напряжением.

Главные напряжения:

$$\sigma_{1i} = \frac{\sigma_{XXi} + \sigma_{YYi}}{2} + \sqrt{\frac{(\sigma_{XXi} - \sigma_{YYi})^2}{4} + \sigma_{XYi}^2}$$

$$\sigma_{2i} = \frac{\sigma_{XXi} + \sigma_{YYi}}{2} - \sqrt{\frac{(\sigma_{XXi} - \sigma_{YYi})^2}{4} + \sigma_{XYi}^2}$$

Максимальное касательное напряжение:

$$\tau_{MAXi} = \frac{1}{2}(\sigma_{1i} - \sigma_{2i}) = \sqrt{\frac{(\sigma_{XXi} - \sigma_{YYi})^2}{4} + \sigma_{XYi}^2}$$

Расчеты осуществлялись при следующих входных данных:

- коэффициент Пуассона $\nu = 0,25$;

- модуль Юнга $E = 10 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$;

- внешняя сила $P = 1000 \text{ Н}$;

- давление внутри пор $p = 40 \text{ Н}$.

В результате были получены значения главных напряжений и максимального касательного напряжения для двух случаев: в первом случае рассматривался массив сплошной горной породы, во втором – массив горной породы насыщенный газом. Графическое представление полученных результатов изображено на рисунках 2 и 3.

Таким образом, исследование напряжений внутри массива горной породы насыщенной газом показало, что напряжение внутри пористых пород, в отличие от сплошных, распределяется неравномерно. В пористых средах, в области скопления газа, максимальное касательное напряжение больше по сравнению с областью, в которой таких скоплений нет. Следовательно, разрушение пористых пород происходит интенсивнее.

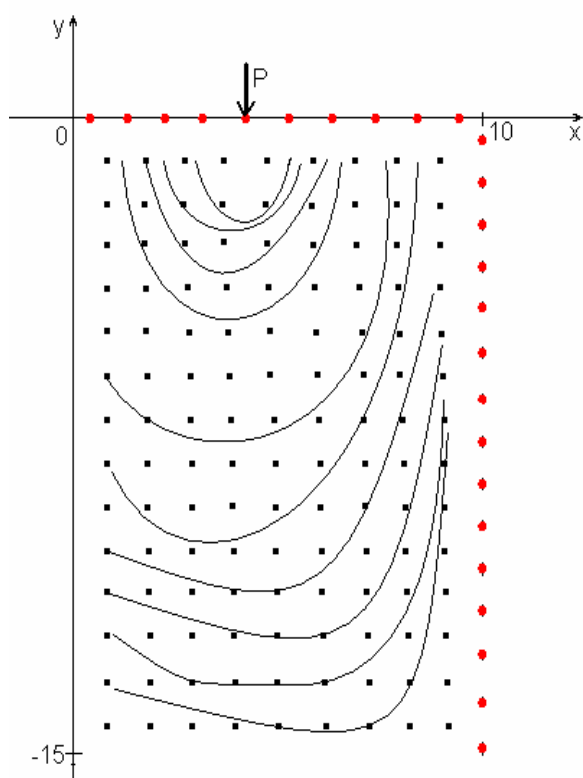


Рисунок 2. Напряжения внутри моделируемой области в случае сплошной среды.

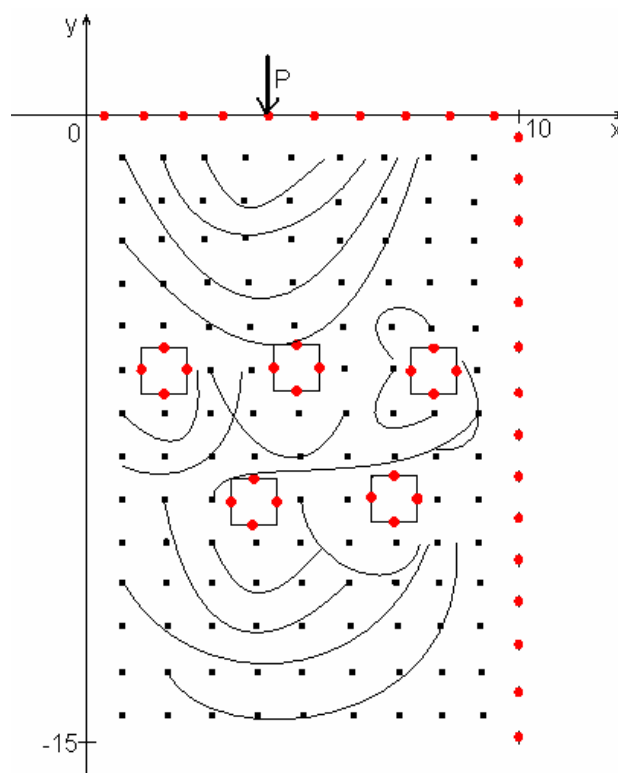


Рисунок 3. Напряжения внутри моделируемой области в случае пористой среды.

Список используемых источников

1. Бенерджи П. Метод граничных элементов в прикладных науках / П. Бенерджи, Р. Баттерфилд. – М.: Мир, 1984. – 494с.

Постановка задачи анализа морфологических признаков рода *acanthocystis*

Ермоленко Е. А., Фоломейкина С.В.

Научный руководитель – старший преподаватель Калиева О. М.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

В связи с появлением микроскопов нового поколения – электронных и зондовых, появилась возможность детальнее рассмотреть мелкие структуры протистов.

Электронно-микроскопические исследования последних лет показали выраженное разнообразие солнечников по значительному спектру морфологических признаков.

В настоящем понимании солнечники (*Heliozoa*) – это обычно сферические, от 5 до 500 мкм в диаметре, хищные одноклеточные организмы с длинными лучистыми псевдоподиями, несущими микротрубочковый скелет-

аксонему, и многочисленными гранулами, которые представляют собой стрекательные органеллы, служащие для закоривания и удержания пищи. Некоторые представители дополнительно могут иметь еще и жгутики (хелиофлагеллаты), а так же цитоплазматические или неклеточные стебельки. У солнечных часто присутствует органический, или чаще минеральный наружный скелет, формирующий оболочку клетки. В настоящее время к солнечникам относят протисты разных типов организации: Actinophryidia, Centrohelida, Rotosphaeridia, Desmothoracida, Gymnosphaerida, Dimorphida, Ciliophryida, Pedinellales, Rotosphaerida.

В данном исследовании нас будет интересовать отряд Centrohelida (объединяет три семейства), в частности один из его родов - род Acanthocystis, принадлежащий семейству Acanthocystidae. Отряд Centroheliozoa включает амебоидные организмы с равномерно расходящимися от всего тела прямыми, неветвящимися аксоподиями, усеянными светопреломляющими гранулами - экструсомами. В настоящий момент система Centroheliozoa включает 15 родов, относящихся к трем семействам, внутри которых описан 81 валидный вид. Представители семейства Acanthocystidae окружены оболочкой (перипластом), состоящей из эндогенных кремниевых чешуек. Наряду с удивительным консерватизмом внутренней организации клеток центрохелид, заключающемся в идентичном строении их центропласта (центра организации аксонемных микротрубочек), митохондрий, сложных стрекательных органелл-кинетоцист, в порядке укладки микротрубочек в аксонемы, эти организмы отличаются крайним разнообразием состава их наружных клеточных оболочек, или перипластов, определяющим многообразие группы. Оболочки представителей семейства Acanthocystidae, которых мы будем брать за основу нашей работы, состоят из кремниевых элементов различной формы: чешуек и спикул. Волна электронно-микроскопических исследований данной группы привела к выделению таксономических признаков, а также удвоению или даже утроению количества известных видов акантоцистид. Таким образом, семейство Acanthocystidae в данный момент насчитывает 57 видов и семь родов: Acanthocystis, Choanocystis, Pterocystis, Pseudoraphidiocystis, Raineriophrys, Heteroraphidiophrys, Pseudoraphidiophrys. Семейство Acanthocystidae включает в себя центрохелидные солнечники, перипласт которых дифференцирован на наружные и внутренние эндогенные кремниевые элементы. Внутренние элементы имеют вид тангентальных пластинчатых чешуек, лишенных полый маргинальной каймы, а наружные – имеют вид тангентальных пластин с хорошо выраженной центральной стерной и иногда вогнутых у ее основания, воронковидных образований, лишенных центральной стерны, или (чаще) радиально ориентированных билатерально или радиально симметричных спикул с хорошо выраженной стерной – стволом. Кроме того, для всех представителей семейства характерна дифференцировка перипласта, внутренний слой которого занимают пластинчатые чешуйки, тогда как наружные демонстрируют крайнее разнообразие (Микрюков К. А., 2002 г.).

Ведущую роль в таксономии центрохелид играет относительная ориентация элементов перипласта в их оболочках. (Микрюков К. А., 2002 г.). Эволюция центрохелид с кремниевыми элементами в покровах шла по пути от оболочек, образованных тангентальными стержневидными спикулами через тангентальные пластины к сложным перипластам, представленным тангентальными пластинами и билатерально симметричными спикулами, и, наконец, к таковым с радиально симметричными спикулами у рода *Acanthocystis*. Поэтому в таксономии высших центрохелид наиболее важной чертой является морфология наружного слоя кремниевых элементов – чешуек и спикул.

Целью нашей работы является изучение форм чешуек и анализ морфометрических данных. В дальнейшем предполагается использование этих данных с целью создания программы, позволяющей по введенным в нее числовым и дополнительным внешним характеристикам автоматически определять родовую и видовую принадлежность определенного представителя центрохелид. В связи этим, основной задачей исследования является построение математических моделей объекта в целом и его детальных фрагментов.

Для распознавания клеточных структур и их фрагментов хорошо зарекомендовала себя электронная сканирующая и зондовая микроскопия, в частности атомно - силовая микроскопия. В качестве зонда в АСМ используется игла, закрепленная на гибком кантилере. При приближении иглы к образцу между ними возникает обменное взаимодействие, приводящее к взаимному притяжению. Отраженный от кантилера луч лазера падает на 4-х секционный фотоид. Получаемая информация о положении иглы оцифровывается и передается на компьютер. Сканируя по поверхности с поддержанием постоянной силы притяжения, можно получить информацию о рельефе поверхности. Данный метод позволяет точно определить форму компонентов скелета.

Степень детализации существующего разнообразия характеристик: диаметр перипласта, длина и диаметр спикул, ствола, базальной пластинки, размер и форма чешуек, количество зубцов, мы применяли для составления многомерной матрицы. Многомерная матрица описывает вариации существующих характеристик. Учитывая высокую изученность объекта, математические модели станут эффективным методом определения таксономической принадлежности центрохелид.

В результате анализа морфометрических признаков видов рода *Acanthocystis*, описанных в монографии К. А. Микрюкова (2002 г.), составлена многомерная матрица (таблица 1) [1].

Важным является и то обстоятельство, что многие виды рода *Acanthocystis* имеют альтернативные признаки, принадлежащие смежным видам. Поэтому, математически модифицированное описание объекта должно четко отграничивать его признаки, не исключая разветвления на начальной стадии распознавания и полностью исключая его в конечном результате. В

качестве примера опишем определение видовой принадлежности представителя рода *Acanthocystis* sp. со следующими параметрами (таблица 2)

Таблица 1- Многомерная матрица морфометрических признаков видов рода *Acanthocystis*

Вид Хар-ка	d перипласта мкм	длина спикул мкм	d спикул мкм	d верхушки мкм	d ствола мкм	d баз. пластинки мкм	форма чешуек	размер чешуек мкм	кол-во зубцов
<i>A. wiasemskii</i>	25 - 30	12-15			0,6	2,5	пластинчатые, бобовидные	4,5×3,5	
<i>A. clavata</i>	25- 30	10				0,4	пластинчатые, слегка изогнутые или яйцевидные	1,3×0,77	
<i>A. penardi</i>	9 -125	6 - 25			0,25-0,5	1 - 3,5	пластинчатые эллиптические, бесфактурные	2,2-3,6×3,1- 5,7	8-12
<i>A. myriospina</i>	10 - 45	2,5 -16				0,5 - 0,7	пластинчатые, от яйцевидных до эллипсоидных	2,7-3,5×1,5 - 2,2	
<i>A. taurica</i>	25	4,2					пластинчатые эллиптические, бесфактурные	5,2×2,2	5
<i>A. saphonovi</i>	50	6,5-10,2			0,4-0,6	2,0 - 2,7	пластинчатые, бесфактурные, бобовидные	4,3-4,7×3,1	10-15
<i>A. pectinata</i>	15 -20	2,1-3,1 (6,0-10,2)	0,25	0,8-1,4		0,43-1,2	пластинчатые, удлинённые, овальные со слегка вогнутым краем, с широкой полосой с мелкими гранулами	1,6-2,5×1,3- 1,6	4- 6 (2-3)
<i>A. turfacea</i>	10-150	8 - 12 (45-65)				2,3 - 4,5	пластинчатые, удлинённые, эллипсоидные, иногда слегка изогнуты	3,5-5,5× 8 - 12	
<i>A. astrakhanensis</i>	30	8 - 10	0,3				пластинчатые, овальной формы с аксиальным ребром	3,0- 3,2×1,6	2

Таблица 2 - Видовая принадлежность представителя рода *Acanthocystis*

Объект Хар-ка	d перипласта мкм	длина спикул мкм	d ствола мкм	форма чешуек	d базальной пластинки мкм	размер чешуек мкм	кол-во зубцов
<i>Acanthocystis</i> sp.	28	10	0,42	пластинчатые, эллиптические	2,3	3,5 × 3,1	8

При сопоставлении данных с приведенной выше матрицей обнаружено, что диаметр перипласта (28 мкм) сопоставим с 5 имеющимися видами: *Acanthocystis wiasemskii*, *Acanthocystis clavata*, *Acanthocystis penardi*,

Acanthocystis myriospina, *Acanthocystis turfacea*, *Acanthocystis astrakhanensis*. Продолжая идентификацию по длине спикул (10 мкм), мы однозначно определяем, что данный объект не может принадлежать виду *Acanthocystis taurica*, но их длина входит в числовые промежутки длин других видов. Рассматривая такой параметр как диаметр ствола (0,42 мкм), мы однозначно можем сказать, что диаметр ствола данного представителя входит в числовые промежутки видов *Acanthocystis penardi* и *Acanthocystis saphonovi*. Диаметр базальной пластинки (2,3 мкм) вновь принадлежит 2 видам - *Acanthocystis penardi* и *Acanthocystis saphonovi*. Размер чешуек (3,5 × 3,1 мкм) входит в числовой промежуток всего лишь одного вида - *Acanthocystis penardi*, для достоверности определенной принадлежности идентифицируем объект по количеству зубцов на апикальной верхушке (8), действительно, объект *Acanthocystis sp.* принадлежит виду *Acanthocystis penardi* [1].

Таким образом, важной задачей математического моделирования является идентификация параметров объекта – оценка констант, определяющих варьирование характеристик исследуемых компонентов скелета у определенного таксона. При этом, как уже было заметно из предыдущего примера, схожие вариации определенных характеристик могут описываться не только у одного, но сразу у нескольких видов.

Из математической теории идентификации известно, что однозначную оценку можно сделать только для линейных систем с полностью наблюдаемым вектором состояний. Естественно, для описания реальных видов это условие выполняется не всегда. Однако, используя дополнительные, экспериментально полученные данные, такую оценку можно сделать для изначального определения родовой принадлежности. Следовательно, чем большее количество признаков соответствует описанию определенного вида, тем легче становится процесс идентификации.

Степень детализации описываемого параметра определяется целями моделирования. В общем виде таксон описывается по n числу параметров, состояние системы, описывающей таксон:

$$| C_1 \ C_2 \dots C_n |$$

определяется как совокупность параметров, определяющих данный таксон. Вариации параметров описываются уравнением:

$$\frac{dP}{dt} = K^T P$$

$P(0)=V$, где P - это вероятность, V - число, соответствующее какой - либо вероятности параметра, принадлежащего элементам перипласта. Вероятность определить принадлежность исходного параметра к данному виду L представляет собой сумму вероятностей тех параметров, которые описывают виды данной системы:

$$P(D) = \sum_{S_q \in L} p(S_q, t)$$

Чем точнее представления о параметрах, принадлежащих таксону, тем более детальная схема может быть составлена, и тем большее число уравнений потребуется для описания параметров.

Сопоставление результатов детального математического моделирования и идентификации параметров математических моделей для отдельных видов, составляющих эту модель, позволяют сделать заключение, что искомый параметр может находиться на различных уровнях иерархии. Исходя из этого, можно сделать вывод, что с накоплением и систематизированием всех знаний о структуре и строении скелета центрохелидных солнечников, деталях его отдельных элементов, матричные модели станут более действенным инструментом перевода описательных характеристик на язык параметров структурных вариаций, автоматически определяющих таксономическую принадлежность центрохелид.

Список использованных источников

1. Микрюков К. А. Центрохелидные солнечники (Centrohelioida), - Москва: Товарищество научных изданий КМК, - 2002.

Моделирование поверхностного стока с учетом рельефа склона

Журенко К. Г.

Научный руководитель – доцент, к.т.н. Нестеренко М. Ю.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

Проблема расчетов стока всегда была и остается центральной в гидрологии суши. Эти расчеты необходимо проводить при проектировании водохранилищ, отводе вод от сооружений в период их строительства, расчете затопления пойм и лиманов, пропуске высоких вод через дорожные и другие искусственные сооружения. Неверный или неточный прогноз может привести к значительным финансовым потерям. Именно поэтому исследования в этой области относятся к фундаментальным задачам и проводятся уже десятки лет.

Еще 20 лет назад для исследования стока применялись традиционные методы, которые уже к тому времени изжили себя, а методы математического моделирования в свою очередь не имели практического применения и оставались в основном достоянием их авторов[1]. Однако за последнее десятилетие наука в этой области сделала существенный шаг вперед. К настоящему моменту проблема расчета стока является хорошо изученной, широко применяется математическое моделирование, существует множество моделей, различающихся по виду стока (талый, дождевой, подземный) и региональным особенностям. В последние годы все активнее развиваются динамико-стохастические модели, основанные на современных достижениях в

области моделирования формирования речного стока и стохастического описания метеорологических воздействий на водосбор и использующие численные методы расчета стока в сочетании с методами статистического моделирования. Однако до сих пор стоит проблема создания и использования единой модели, объединяющей в себе все виды стока, пригодной для любого физико-географического района и учитывающей все региональные особенности параметрически.

Задачу расчета стока можно сформулировать следующим образом: рассчитать модуль стока, расходные статьи водного баланса и изменение запаса влаги в подзоне активного водообмена (ПЗАВ). В реальной ситуации склон редко бывает прямоугольный в плане. Чаще всего, данные по рельефу местности задаются с помощью карты горизонталей. Поэтому первоочередная задача – разбить исходную произвольную поверхность на множество типовых площадок. Существует множество способов подобного разбиения: триангуляция (разбиение на треугольники), разбиение на прямоугольные площадки, разбиение на сектора и т.д. Дальнейшая задача - расчет стока на каждой полученной при разбиении площадке и генерализации результатов для всей поверхности в целом.

Рассмотрим методы решения задачи расчета стока для прямоугольной и унимодальной осесимметричной поверхностей.

Исходные данные для расчетов:

1. Карта горизонталей исследуемой территории
2. Карта типов почв (поверхностей) исследуемой территории.
3. Вспомогательные таблицы инфильтрации, испарения в зависимости от типов почв (поверхностей).

Расчет стока для прямоугольной поверхности

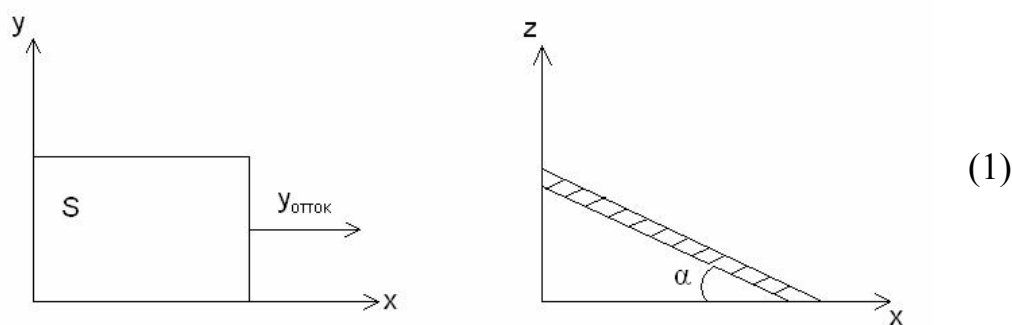


Рисунок 1 - прямоугольная в плане поверхность стока

Стекание происходит по направлению оси ОХ. Для решения задачи воспользуемся уравнением баланса поверхностного стока[2]:

$$A_3 + A_B = \Phi_{\text{п}} + E + Y_{\text{от}} \quad (1), \text{ где}$$

A_3 – слой зимних осадков (м) – задается;

A_B – слой осадков за время снеготаяния (м) – задается;

Φ_{Π} – слой инфильтрационной воды (м) – вычисляется по формуле $\Phi_{\Pi} = K_{\Phi} * t$, где K_{Φ} – коэффициент инфильтрации, t – время инфильтрации. Рассчитывается;

E – слой суммарного испарения с поверхности (м) – вычисляется по формуле $E = K_{\Pi} * t$, где K_{Π} – коэффициент испарения, t – время испарения. Рассчитывается;

U_{OT} – слой стока (оттока) воды с площадки (м). Рассчитывается;

Также используется формула $M_{A1} = M_{A2} + \Phi_{\Pi}$ (2), где

M_{A2} – слой влаги в ПЗАВ (м) в конце расчетного периода – то есть по прошествии времени t . Задается;

M_{A1} – слой влаги в ПЗАВ (м) в начале расчетного периода. Задается;

Исходя из заданных ($A_3, A_B, M_{A2}, M_{A1}, K_{\Phi}, K_{\Pi}, t$) и рассчитанных (Φ_{Π}, t) величин определяем:

$U_{OT} = A_3 + A_B - \Phi_{\Pi} - E$ – отток (сток) с площадки.

$\Delta M_A = M_{A2} - M_{A1}$ – изменение запасов влаги в ПЗАВ.

Обозначим площадь ортогональной проекции площадки через S , площадь самой прямоугольной площадки через F . Тогда $F = \frac{S}{\cos(\alpha)}$ (3), где α – угол наклона прямоугольной площадки.

На основании формул (1), (3) – определяем модуль стока по формуле:

$$\Omega = \frac{U_{OT}}{F * t}. \quad \text{Полученные выходные данные корректно решают}$$

поставленную задачу.

Расчет стока для прямоугольного в плане склона, разбитого на n площадок.

Каждая стоковая площадка S_i , $i = 1, 2, \dots, n$ приближается стандартным прямоугольником и расположена под углом наклона α_i . Нормальный вектор каждой стоковой площадки лежит в плоскости, ортогональной плоскости нулевого уровня – следовательно, стекание воды происходит в положительном направлении оси ОХ.

Для каждой стоковой площадки S_i проводится соответствующий расчет:

$$U_{\Pi Pi} + A_{3i} + A_{Bi} = \Phi_{\Pi i} + E_i + U_{OTi} \quad (4)$$

$$M_{A1i} = M_{A2i} + \Phi_{\Pi i} \quad (5)$$

$$U_{OTi} = U_{\Pi (i+1)} \quad (6), \text{ где } U_{\Pi Pi} - \text{слой притока воды на}$$

площадку S_i с вышележащей площадки S_{i-1} . Величины A_{3i} ; A_{Bi} ; $\Phi_{\Pi i}$; E_i ; M_{A2i} ; M_{A1i} ; $K_{\Pi i}$ имеют тот же самый смысл, что и в алгоритме 1 для соответствующего прямоугольника (стоковой площадки) S_i . Дополнительное соотношение $U_{OTi} = U_{\Pi (i+1)}$ означает, что отток с площадки S_i есть приток на площадку S_{i+1} . Отток с последней площадки и есть результирующий сток с прямоугольного в плане склона.

Дальнейший расчет модуля стока со всего склона и интегральные показатели расходных статей баланса, а также изменение запасов влаги в ПЗАВ выполняется аналогично методике, изложенной выше.

Обобщим эту методику на унимодальную осесимметричную поверхность.

Соотношение $Y_{OTi} = Y_{PP(i+1)}$ верно лишь в том случае, когда площадь всех стоковых площадок одинакова. Исходя из этого, разобьем поверхность в плане на m concentric rings of equal area (Figure 2).

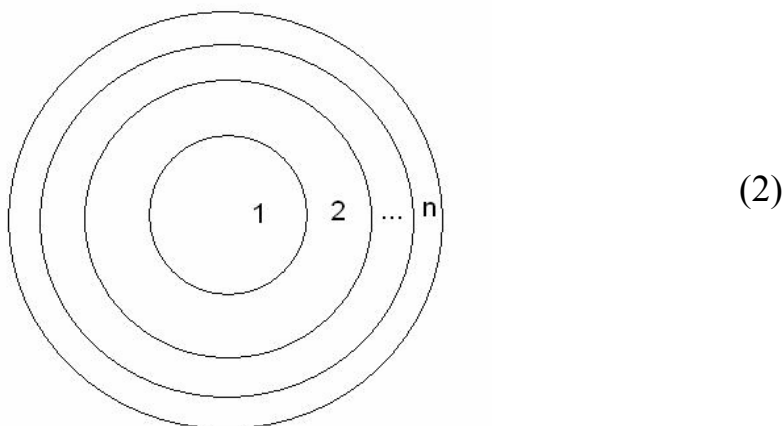


Рисунок 2 - унимодальная осесимметричная поверхность

Разобьем данную поверхность на n sectors with equal angles (Figure 3). Then within each sector we will get m areas of equal area.

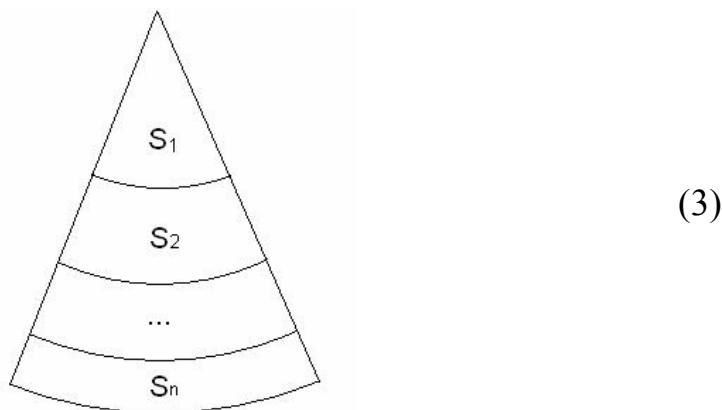


Рисунок 3 - сектор унимодальной осесимметричной поверхности

Мы рассматриваем ситуацию, когда речной сток не имеет уклона в сторону от выбранного направления оси, каждая площадка не имеет потерь слоя оттока воды, то есть равенство $Y_{OTi} = Y_{PP(i+1)}$ верно для любых i , при условии, что площади стоковых площадок равны между собой. Следовательно, форма стоковых площадок не имеет значения. Принципиальное значение для решения поставленной задачи имеет лишь их площадь. Исходя из этого, для случая с унимодальной осесимметричной также справедливы уравнения (4), (5) и (6).

Для каждой стоковой площадки проводится расчет, аналогичный рассмотренному выше. Площади S_i легко подсчитать, зная количество секторов m и количество концентрических колец n .

Для того, чтобы вычислить сток воды со всей унимодальной осесимметричной поверхности, нужно повторить эти вычисления для каждого сектора. В этом случае справедлива формула:

$$\Omega = \sum_{i=1}^m \frac{Y_{OTi}}{S_i \cdot t}, \text{ где } Y_{OTi} - \text{слой оттока воды с последней стоковой площадки}$$

i -го сектора, S_i - площадь крайней стоковой площадки i -го сектора, t - время стока.

Рассмотренные методики расчета модуля стока, расходных статей водного баланса и изменения запаса влаги в ПЗАВ подразумевают обобщение на поверхность произвольной формы за счет дифференциации участков и сведения их к типовым.

Итак, как было сказано выше, задачу расчета стока можно условно разделить на следующие этапы:

1. Разбиение заданной произвольной поверхности на типовые участки.
2. Расчет стока для каждого из участков.
3. Генерализация полученных результатов для всей поверхности в целом.

Реализация каждого из этапов вручную представляет собой непростую и трудоемкую задачу. Очевидна необходимость создания специального программного продукта, позволяющего их автоматизировать.

Список использованных источников

1. **Виноградов Ю. Б.** Математическое моделирование процессов формирования стока [Текст] : монография. - Л. : Гидрометеиздат, 1988. – 312 с. – 1150 экз. - ISBN 5-286-00017-7
2. **Гельфан А. Н.** Динамико-стохастическое моделирование формирования талого стока [Текст] : монография / А. Н. Гельфан . - М. : Наука, 2007. - 279 с. - Библиогр.: с. 265.. - ISBN 978-5-02-033651-3

Конечные нормальные решетки

Искрова О.А., Матанцев Д.С.

Научный руководитель – профессор, д.ф.-м.н. Вечтомов Е.М.

Киров, Вятский государственный гуманитарный университет

В статье дается прямое доказательство теоремы о строении конечных нормальных решеток.

Все рассматриваемые решетки считаются дистрибутивными решетками с наименьшим элементом 0 и наибольшим элементом 1. См. [1].

Решетка L называется нормальной (конормальной), если для любых $a, b \in L$ с условием $a+b=1$ ($ab=0$) существуют такие $c, d \in L$, что $a+c=1=b+d$ и $cd=0$ (соответственно: $ac=0=bd$ и $c+d=1$). Если $a \in L$, то наибольший элемент $a^* \in L$ со свойством $aa^*=0$ (если он существует) называется псевдодополнением элемента a . Решетка L с псевдодополнениями (каждый ее элемент имеет псевдодополнение) называется стоуновой, если $a^*+a^{**}=1$ для любого $a \in L$. Отметим, что конечные решетки будут решетками с псевдодополнениями. Заметим также, что стоуновость любой решетки с псевдодополнениями эквивалентна ее конормальности. Поэтому для конечных решеток понятие стоуновости двойственно нормальности.

Решетка L называется локальной, если она имеет единственный максимальный идеал, и плотной, если в ней нет ненулевых делителей нуля. Локальность (плотность) решетки L эквивалентна тому, что $a+b=1$ ($ab=0$) влечет $a=1$ или $b=1$ (соответственно, $a=0$ или $b=0$) для любых $a, b \in L$. Локальность (плотность) конечной решетки L означает, что множество $L \setminus \{1\}$ ($L \setminus \{0\}$) имеет наибольший элемент q (наименьший элемент p); при этом q (p) – единственный коатом (соответственно, атом) решетки L . Очевидно, что локальные (плотные) решетки нормальны (конормальны), а свойство нормальности (конормальности) сохраняется при переходе к прямым произведениям решеток.

Теорема. Конечная решетка нормальна тогда и только тогда, когда она изоморфна прямому произведению конечного числа локальных (конечных) решеток.

Следствие. Конечная решетка стоунова (конормальна) тогда и только тогда, когда она изоморфна прямому произведению конечного числа плотных (конечных) решеток.

В силу двойственности теорема и следствие эквивалентны между собой. Эти утверждения являются частными случаями общих результатов о функциональных характеристиках нормальных решеток [2] и стоуновых решеток [3].

Докажем теорему.

Для этого введем следующие понятия и обозначения. Через $\text{Max}L$ обозначается множество всех максимальных идеалов решетки L . Если $a \in L$ и $M \in \text{Max}L$, то

$\text{Anna} = \{b \in L: ab=0\}$, $O(M) = \{a \in L: \text{Anna не содержится в } M\}$ и

$x\rho(M)y \Leftrightarrow x+c=y+c$ для некоторого элемента $c \in O(M)$ при $x, y \in L$.

Легко проверяется, что Anna , $O(M)$ – идеалы, $\rho(M)$ – конгруэнция решетки L и $O(M) \subseteq M$.

Определим канонический гомоморфизм решеток

$$\alpha: L \rightarrow \prod \{L/\rho(M): M \in \text{Max}L\}, \text{ где } \alpha(a)(M) = [a]_{\rho(M)} \in L/\rho(M)$$

есть класс элемента $a \in L$ конгруэнции $\rho(M)$. При этом $[0]_{\rho(M)} = O(M)$.

В силу сказанного выше достаточно доказать необходимость условия теоремы.

Пусть L – произвольная конечная нормальная решетка. Для нее $\text{Max}L = \{M_1, M_2, \dots, M_n\}$.

Последовательно докажем следующие утверждения:

1. Для любого $M \in \text{Max}L$ идеал $O(M)$ содержится ровно в одном максимальном идеале решетки L – в M .

Предположим от противного, что $N \in \text{Max}L$, $N \neq M$ и $O(M) \subseteq N$. Тогда $M+N=L$ и $a+b=1$ для некоторых $a \in M$ и $b \in N$. В силу нормальности решетки L существуют такие $c, d \in L$, что $a+c=1=b+d$ и $cd=0$. Поэтому $c \notin M$, $d \notin N$ и $d \in O(M) \subseteq N$; противоречие.

2. $\cap \{O(M) : M \in \text{Max}L\} = \{0\}$.

Возьмем $a \in \cap \{O(M) : M \in \text{Max}L\}$. Тогда $Anna$ не содержится ни в одном максимальном идеале M решетки L . Значит, $Anna=L$, то есть $a=a \cdot 1=0$.

3. $\cap \{\rho(M) : M \in \text{Max}L\}$ – это отношение равенства на L .

Пусть $x, y \in L$ и $x\rho(M)y$ для всех $M \in \text{Max}L$. Тогда существуют такие $c_1 \in O(M_1)$, $c_2 \in O(M_2)$, ..., $c_n \in O(M_n)$, что $x+c_1=y+c_1$, $x+c_2=y+c_2$, ..., $x+c_n=y+c_n$. В силу утверждения 2 имеем $c_1 c_2 \dots c_n = 0$. Поэтому по второму закону дистрибутивности получаем:

$$x = x + c_1 c_2 \dots c_n = (x + c_1)(x + c_2) \dots (x + c_n) = (y + c_1)(y + c_2) \dots (y + c_n) = y + c_1 c_2 \dots c_n = y.$$

4. Гомоморфизм α инъективен.

Пусть $\alpha(x) = \alpha(y)$ для некоторых элементов $x, y \in L$. Это значит, что $[x]_{\rho(M)} = [y]_{\rho(M)}$ для всех $M \in \text{Max}L$, то есть $x\rho(M)y$ для всех $M \in \text{Max}L$. Тогда $x=y$ по утверждению 3.

5. $[1]_{\rho(M)} = L \setminus M$ для любого $M \in \text{Max}L$.

Если $a \in [1]_{\rho(M)}$, то есть $a+c=1+c=1$ для некоторого элемента $c \in O(M) \subseteq M$, то $a \in L \setminus M$. Проверим обратное включение. Пусть $a \in L \setminus M$. Рассмотрим идеал $aL + O(M)$ решетки L . Если $aL + O(M) \neq L$, то $aL + O(M)$ содержится в некотором максимальном идеале N решетки L . При этом $N \neq M$ и $O(M) \subseteq N$, что противоречит утверждению 1. Значит, $aL + O(M) = L$ и $ax+c=1$ для некоторых $x \in L$ и $c \in O(M)$. Поэтому $a+c=1=1+c$ при $c \in O(M)$, то есть $a \in [1]_{\rho(M)}$.

6. Для любого $M \in \text{Max}L$ факторрешетка $L/\rho(M)$ является локальной.

Пусть $[a]_{\rho(M)} + [b]_{\rho(M)} = [1]_{\rho(M)}$ – наибольший элемент в $L/\rho(M)$, $a, b \in L$. Имеем $[a+b]_{\rho(M)} = [1]_{\rho(M)}$, то есть $a+b \in [1]_{\rho(M)} = L \setminus M$ в силу утверждения 5. Поэтому $a \in L \setminus M$ или $b \in L \setminus M$. Значит, $a \in [1]_{\rho(M)}$ или $b \in [1]_{\rho(M)}$, то есть $[a]_{\rho(M)} = [1]_{\rho(M)}$ или $[b]_{\rho(M)} = [1]_{\rho(M)}$.

7. $O(M) + O(N) = L$ любых $M \neq N$ из $\text{Max}L$.

Возьмем $M \neq N$ в $\text{Max}L$. Предположим от противного, что $O(M) + O(N) \neq L$. Тогда $O(M) + O(N)$ содержится в некотором максимальном идеале K решетки L , отличном хотя бы от одного из идеалов $M \neq N$. Допустим $K \neq M$. Но тогда идеал $O(M)$ содержится в двух различных максимальных идеалах K и M , что снова противоречит утверждению 1.

8. $O(M) + \cap \{O(N) : N \in \text{Max}L \setminus \{M\}\} = L$ для любого $M \in \text{Max}L$.

Будем считать, что $M=M_1$. В силу утверждения 7 получаем $O(M)+O(M_2)=L, \dots, O(M)+O(M_n)=L$. Известно [1], что решетка идеалов любой дистрибутивной решетки дистрибутивна. Поэтому

$$O(M)+(O(M_2)\cap\dots\cap O(M_n))=L.$$

9. Гомоморфизм α сюръективен.

Возьмем в произведении факторрешеток $L/\rho(M_1)\times L/\rho(M_2)\times\dots\times L/\rho(M_n)$ элемент $([a_1], [a_2], \dots, [a_n])$, где $a_1, a_2, \dots, a_n \in L$. Требуется найти такой элемент $a \in L$, чтобы $a\rho(M_1)a_1, a\rho(M_2)a_2, \dots, a\rho(M_n)a_n$. (Ситуация аналогична китайской теореме об остатках.) Это и будет означать сюръективность α : $([a_1], [a_2], \dots, [a_n])=\alpha(a)$. В силу утверждения 8 для любого номера $k=1, 2, \dots, n$ существуют элементы

$$b_k \in O(M_k) \text{ и } c_k \in O(M_1)\cap\dots\cap O(M_{k-1})\cap O(M_{k+1})\cap\dots\cap O(M_n), b_k+c_k=1.$$

Тогда рассмотрим элемент $a=a_1c_1+\dots+a_kc_k+\dots+a_nc_n \in L$. Для любого $k=1, 2, \dots, n$ имеем

$$c_1\rho(M_k)0, \dots, c_{k-1}\rho(M_k)0, c_k\rho(M_k)1, c_{k+1}\rho(M_k)0, \dots, c_n\rho(M_k)0.$$

Поэтому

$$(a_1c_1+\dots+a_kc_k+\dots+a_nc_n)\rho(M_k)(a_1\cdot 0+\dots+a_{k-1}\cdot 0+a_k\cdot 1+a_{k+1}\cdot 0+\dots+a_n\cdot 0).$$

Значит, $a\rho(M_k)a_k$ для всех $k=1, 2, \dots, n$, что и требовалось доказать в этом пункте.

В силу утверждений 4, 6 и 9 заключаем, что α – искомый изоморфизм:

$$L \cong L/\rho(M_1)\times L/\rho(M_2)\times\dots\times L/\rho(M_n).$$

Замечание 1. Нормальность решетки использовалась в доказательстве утверждения 1, а ее конечность – в доказательствах утверждений 3, 8 и 9.

Замечание 2. Подобными рассуждениями можно провести также прямое доказательство следствия.

Список использованных источников

1. Гретцер Г. Общая теория решеток. – М.: Мир, 1982.
2. Filipoiu A. Compact sheaves of lattices and normal lattices// Math. Jap. 1991. V. 36. № 2. P. 381–386.
3. Вечтомов Е.М. Функциональная характеристика стоуновых решеток // Вестник Вятского гос. пед. ун-та. 1999. № 2. С. 9–11.

Численные модели диагностики разрушения образцов

Каракулина Е.О.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

Настоящая работа посвящена разработке численных моделей разрушения дискретных сред и установлению закономерностей формирования микротрещин по границам зерен материала.

Реализация цели осуществлялась посредством решения дифференциальных уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} \right) = 0,$$
$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1}{1-2\nu} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) = 0,$$

где u - смещения по оси Ox ;

v - смещения по оси Oy ;

ν - коэффициент Пуассона.

Рассмотрим образец зернистого материала, который нагружался симметричным инструментом.

На рисунке 1 представлен образец исследуемого материала. Высота данного образца составляла $h=0,95$ м, φ - угол заострения инструмента.

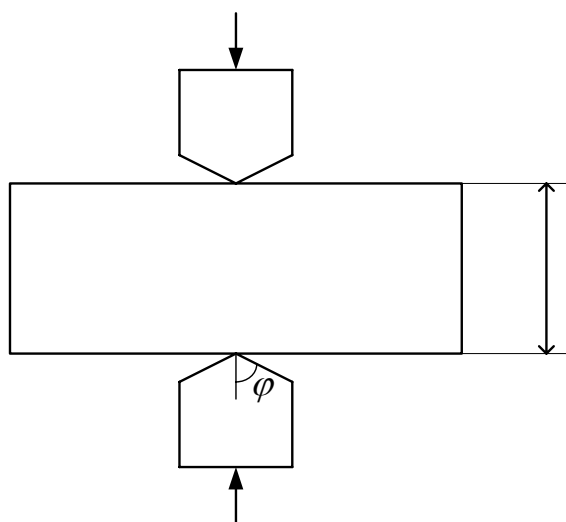


Рисунок 1. Образец материала, нагруженный симметричным инструментом.

При моделировании воздействия инструмента на образец была рассмотрена бесконечная полоса, размеры которой по длине в десять раз превышают высоту. Структура материала представлена в виде сетки гексагональных зерен с одинаковым диаметром зерна $d = 1$ мм.

Реализация модели осуществлялась методом граничных элементов [1].

Граничные интегральные уравнения этого метода в процессе дискретизации границ представляются в виде следующей системы линейных уравнений:

$$\begin{aligned}\sigma_s^i &= K_{si} D_{si} + \sum_{j=1}^N [B_{ssij} D_{sj} + B_{snij} D_{nj}], \\ \sigma_n^i &= K_{ni} D_{ni} + \sum_{j=1}^N [B_{nsij} D_{sj} + B_{nnij} D_{nj}],\end{aligned}\quad i = \overline{1, N}, \quad (1)$$

где N - количество всех граничных элементов;

$D_{nj} = u_n(x, 0_-) + u_n(x, 0_+)$, $D_{sj} = u_s(x, 0_-) + u_s(x, 0_+)$ - компоненты разрывов смещений j -ого отрезка трещины в нормальном и касательном направлениях соответственно;

$u_n(x, 0_-), u_n(x, 0_+)$ - нормальные смещения нижнего и верхнего берегов трещины;

$u_s(x, 0_-), u_s(x, 0_+)$ - касательные смещения нижнего и верхнего берегов трещины;

σ_s^i, σ_n^i - касательные и нормальные напряжения на границе тела соответственно;

K_{nj}, K_{sj} - нормальная и касательная жесткость заполнителя i -ого элемента соответственно;

$B_{ssij}, B_{snij}, B_{nsij}, B_{nnij}$ - фундаментальные решения.

Краевые условия имеют вид: $\sigma_n = \sigma_n^0$; $\sigma_s = \frac{\sigma_n}{2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$, где φ - угол

заострения инструмента.

Упругие характеристики зерна и заполнителя имели одинаковые значения: модуль Юнга $E = 3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$; коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$.

Формирование и развитие трещины происходило под действием постоянно увеличивающихся нагрузок на границе материала.

В результате решения линейных уравнений (1) получаем смещения j -ого отрезка трещины в нормальном и касательном направлениях D_{nj}, D_{sj} . Механизм продвижения трещины по границам зерен материала получим из итерационного процесса.

Для описания изменения упругих характеристик материала в процессе образования микротрещин, при решении задачи используем разные модели. На каждом итерационном шаге жесткость заполнителя изменяется:

- 1) по линейной зависимости;
- 2) по параболической зависимости, график которой выпуклый вверх;
- 3) по параболической зависимости, график которой выпуклый вниз.

В результате численного решения задачи получили зависимости, представленные на рисунке 2.

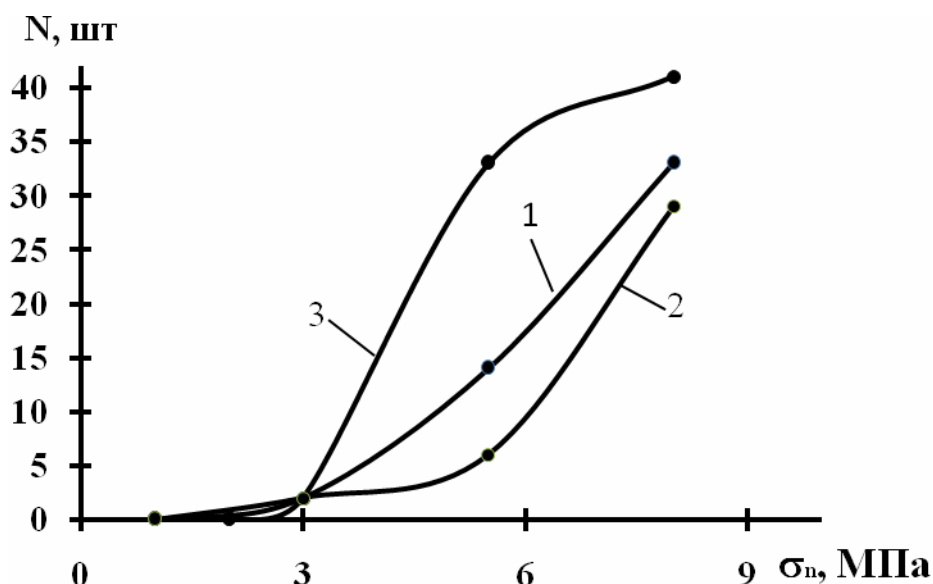


Рисунок 2. Изменение количества микротрещин N по границам зерен материала при увеличении нагрузки: 1- модель 1); 2- модель 2); 3- модель 3).

Установленные зависимости характеризуют рост числа микротрещин по границам зерен при увеличении нагрузки для материалов, обладающих различными хрупко-пластическими свойствами. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными других исследователей [2].

Список использованных источников

1. Крауч С. Методы граничных элементов в механике твердого тела / С. Крауч, А. Старфилд. - М.: Мир, 1987.-328 с.
2. Егоров П.В. О некоторых закономерностях импульсного электромагнитного излучения щелочно-галогидных кристаллов и горных пород / П.В. Егоров, В.В. Иванов, Л.А. Колпакова.- ФТПРПИ. – 1988, №1.- с.67-70.

К результатам статьи из журнала «ОCTOGON» о применении теоремы Ролля

Клековкина М.В.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Калинин С.И.
Киров, Вятский государственный гуманитарный университет

В настоящей заметке вниманию читателей будут представлены теоремы, полученные в статье [1] с некоторыми ошибками и недочетами. В цитируемой работе упоминаемые теоремы автором приводятся без доказательства. Их справедливость предлагается установить читателю с помощью теоремы Ролля.

Целью данной работы является исправление ошибочных формулировок ряда теорем и приведение соответствующих доказательств.

Обратимся к теореме 3 из [1, с. 248]. Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a; b]$ и дифференцируема внутри него. Тогда найдется точка $c \in (a; b)$ такая, что

$$\alpha(x-a)^{\alpha-1} \int_c^b f(x)dx + \beta(x-b)^{\beta-1} \int_a^x f(x)dx = ((x-a)^\alpha - (x-b)^\beta) \cdot f(c). \quad (*)$$

В равенстве (*) допущена опечатка, здесь некоторые слагаемые содержат x вместо c . Кроме того, в условиях теоремы никак не фигурируют числа α и β . С учетом вышеизложенных замечаний легко видеть, что данное равенство корректно не для всех значений α и β . Так, например, выражение $\beta(c-b)^{\beta-1}$ при $\beta = \frac{5}{4}$ смысла не имеет. Мы предлагаем следующую формулировку.

Теорема 1. Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a; b]$, дифференцируема внутри него и $\alpha, \beta > 0$. Тогда найдется точка $c \in (a; b)$ такая, что

$$\alpha(c-a)^{\alpha-1} \int_c^b f(x)dx - \beta(b-c)^{\beta-1} \int_a^c f(x)dx = ((c-a)^\alpha - (b-c)^\beta) \cdot f(c).$$

Доказательство: рассмотрим функцию

$$g(x) = (x-a)^\alpha \int_x^b f(t)dt + (b-x)^\beta \int_a^x f(t)dt,$$

она удовлетворяет всем условиям теоремы Ролля. Следовательно, найдется такая точка $c \in (a; b)$, что $g'(c) = 0$. Имеем:

$$g'(x) = \alpha \cdot (x-a)^{\alpha-1} \int_x^b f(t)dt - (x-a)^\alpha \cdot f(x) - \beta(b-x)^{\beta-1} \int_a^x f(t)dt + (b-x)^\beta \cdot f(x),$$

$$g'(c) = \alpha \cdot (c-a)^{\alpha-1} \int_c^b f(x)dx - (c-a)^\alpha \cdot f(c) - \beta(b-c)^{\beta-1} \int_a^c f(x)dx + (b-c)^\beta \cdot f(c) = 0.$$

Получаем: $\alpha(c-a)^{\alpha-1} \int_c^b f(x)dx - \beta(b-c)^{\beta-1} \int_a^c f(x)dx = ((c-a)^\alpha - (b-c)^\beta) \cdot f(c).$

Рассмотрим теорему 16 из [1, с. 250]. Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a; b]$ и дифференцируема внутри него. Тогда найдется точка $c \in (a; b)$ такая, что

$$\frac{f'(c)}{f(c)} = \frac{1}{c-a} + \frac{1}{c-b}. \quad (**)$$

При попытке доказательства теоремы, было обнаружено, что соотношение (**) не верно. А именно, оно должно выглядеть так:

$$\frac{f'(c)}{f(c)} = \frac{1}{a-c} + \frac{1}{b-c}.$$
 Переформулируем теорему авторов.

Теорема 2. Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a; b]$ и дифференцируема внутри него. Тогда найдется точка $c \in (a; b)$ такая, что
$$\frac{f'(c)}{f(c)} = \frac{1}{a-c} + \frac{1}{b-c}.$$

Доказательство: рассмотрим функцию $g(x) = f(x) \cdot (x-a) \cdot (b-x)$. Она удовлетворяет всем условиям теоремы Ролля. Следовательно, найдется такая точка $c \in (a; b)$, что $g'(c) = 0$. Имеем: $g'(x) = f'(x) \cdot (x-a) \cdot (b-x) + f(x) \cdot (b-x) - f(x) \cdot (x-a)$,

$$g'(c) = f'(c) \cdot (c-a) \cdot (b-c) + f(c) \cdot (a+b-2c) = 0,$$

$$f'(c) \cdot (a-c) \cdot (b-c) = f(c) \cdot (a+b-2c).$$

Таким образом, получаем:
$$\frac{f'(c)}{f(c)} = \frac{a+b-2c}{(a-c) \cdot (b-c)} = \frac{1}{a-c} + \frac{1}{b-c}.$$
 Теорема доказана.

Ошибка рассмотренного выше типа имеет место и в теореме 22 из [1, с. 251]: Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a; b]$ и дифференцируема внутри него. Тогда найдется точка $c \in (a; b)$ такая, что
$$\frac{f'(c)}{f(c)} = \frac{1}{\int_c^b f(x) dx} - \frac{1}{\int_a^c f(x) dx}.$$
 Теорема должна звучать так:

Теорема 3. Пусть функция $f(x)$ определена и непрерывна на отрезке $[a; b]$ и дифференцируема внутри него. Тогда найдется точка $c \in (a; b)$ такая, что

$$\frac{f'(c)}{f^2(c)} = \frac{1}{\int_c^b f(x) dx} - \frac{1}{\int_a^c f(x) dx}.$$

Доказательство: функция $g(x) = f(x) \int_a^x f(t) dt \int_x^b f(t) dt$ удовлетворяет всем условиям теоремы Ролля. Следовательно, найдется такая точка $c \in (a; b)$, что

$$g'(c) = 0. \text{ Имеем: } g'(x) = f'(x) \int_a^x f(t) dt \int_x^b f(t) dt + f^2(x) \int_x^b f(t) dt - f^2(x) \int_a^x f(t) dt,$$

$$g'(c) = f'(c) \int_a^c f(x) dx \int_c^b f(x) dx + f^2(c) \int_c^b f(x) dx - f^2(c) \int_a^c f(x) dx = 0,$$

$$f'(c) \int_a^c f(x) dx \int_c^b f(x) dx = f^2(c) \cdot \left(\int_a^c f(x) dx - \int_c^b f(x) dx \right).$$

Получаем:
$$\frac{f'(c)}{f^2(c)} = \frac{\int_a^c f(x)dx - \int_c^b f(x)dx}{\int_a^c f(x)dx \int_c^b f(x)dx} = \frac{1}{\int_c^b f(x)dx} - \frac{1}{\int_a^c f(x)dx}.$$

В заключение отметим, что представленный в настоящей статье материал будет полезен учащимся школ физико-математического профиля, а также студентам высших учебных заведений. Кроме того, данная статья может пригодиться математикам, использующим результаты статьи [1] в своих исследованиях.

Список использованных источников

1. Mihaly Bencze, Marian Dinca, D.M. Batinetu-Giurgiu About Rolle Theorem // OCTOGON. – 2005. – № 1. – Vol. 13. – С. 247–252.

О решетке ядер некоторых полутел

Кочкина М.А., Петухова Я.В.

Научный руководитель – профессор, д.ф.-м.н. Вечтомов Е.М.

Киров, Вятский государственный гуманитарный университет

1. Решетка ядер полутел треугольных матриц

Пусть M_n – кольцо всех верхних треугольных матриц n -го порядка с действительными элементами, рассматриваемое с обычными операциями сложения и умножения матриц. Через V_n обозначим множество всех матриц из M_n с положительными элементами на главной диагонали. Относительно операций сложения и умножения матриц V_n является полутелом. *Полутелом* называется такая алгебраическая структура V с абстрактными операциями сложения и умножения, что по умножению V есть группа, по сложению – коммутативная полугруппа и умножение дистрибутивно относительно сложения с обеих сторон. Коммутативное полутело называется *полуполем*. *Ядром* полутела V называется любая нормальная подгруппа K мультипликативной группы V с условием выпуклости: $a, b \in K, u, v \in V, u + v = 1$ влекут $au + bv \in K$. Ядра полутела V соответствуют его конгруэнциям. Множество $ConV_n$ всех ядер полутела V замкнуто относительно операций умножения и пересечения и образует решетку с наименьшим и наибольшим ядрами $\{1\}$ и V (см. [1]).

Заметим, что кольцо $M_n = V_n - V_n$ является кольцом разностей полутела V_n . При $n = 1$ имеем $M_n = R$ – это поле действительных чисел, а $V_n = R^+$ – полуполе положительных действительных чисел. При $n \geq 2$ полутело V_n некоммутативно.

Полутело называется ограниченным, если оно совпадает с наименьшим своим ядром, содержащим элемент $2=1+1$.

Теорема 1. Полутело V_n – ограниченное, решетка $ConV_n$ его ядер – конечная дистрибутивная решетка с единственным атомом и число ее элементов равно числу сочетаний из $2(n+1)$ по $n+1$, деленному на $n+2$.

Диаграммы Хассе решеток $ConV_n$ для $n=2$ и $n=3$ (рис. 1 и 2).

Ограниченность полутела V_n вытекает из следующего легко проверяемого свойства ядер:

Лемма. Для любого ядра K полутела V если $a, b, c \in V$ таковы, что $a, c \in K$ и $a+v=b$, $b+u=c$ для некоторых $u, v \in V$, то $b \in K$.

Известно [2], что для любого ограниченного полутела V решетка $ConV_n$ изоморфна решетке IdR всех идеалов кольца разностей R полутела V при соответствиях: $\delta: K \rightarrow (1-K)V = \{u-v: uv^{-1} \in K\}$ и $\gamma: J \rightarrow (J+1) \cap V, K \in ConV$ и $J \in IdR$. Поэтому можно рассматривать и подсчитывать идеалы кольца M_n . Наименьшее неединичное ядро полутела V_n (атом решетки $ConV_n$) соответствует идеалу кольца M_n , состоящему из матриц (a_{ij}) со всеми нулевыми коэффициентами a_{ij} кроме, возможно, a_{1n} . Значит, полутело V_n подпрямо неразложимо.

Предложение 1. На полутеле V_2 существует ровно пять ядер: K_0, K_1, K_2, K_3, V_2 .

Доказательство.

Пусть, K произвольное ядро на полутеле V_2 . Покажем, что оно совпадает с одним из пяти указанных ядер.

1. Пусть $K \not\subset K_1 \wedge K \not\subset K_2$. Докажем, что тогда $K = V_2$.

$$K_1: \left\{ \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \middle| b, c \in R \right\}$$

$$K_2: \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \middle| a, b \in R \right\}$$

$$K \not\subset K_1 \Rightarrow \exists K \ni A = \begin{pmatrix} a & b \\ 0 & c \end{pmatrix}, a \neq 1, a > 1.$$

$$K \not\subset K_2 \Rightarrow \exists K \ni B = \begin{pmatrix} a' & b' \\ 0 & c' \end{pmatrix}, c' \neq 1, c' > 1.$$

Существует $l \in \mathbb{N}$ $a^l > 2$.

Существует $m \in \mathbb{N}$ $(c')^m > 2$.

$$\text{Тогда } C = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} A^l + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix} B^m = \begin{pmatrix} a_0 & b \\ 0 & c_0 \end{pmatrix} \in K, a_0 > 1, c_0 > 1.$$

Пусть $X = \begin{pmatrix} x & y \\ 0 & z \end{pmatrix}$. Тогда найдется $n \in \mathbb{N}$, для которого $a_0^{-n} < x < a_0^n$ и $c_0^{-n} < z < c_0^n$. Поэтому $C^{-n} < X < C^n \Rightarrow X \in K$ и $C^n - X \in V_2$, $X - C^{-n} \in V_2$. Поскольку $C^{-n}, C^n \in K$, то по лемме $X \in K$. Значит, $K = V_2$.

2. $K \subseteq K_1$

Если $\begin{cases} K \neq K_1 \\ K \neq K_0 \end{cases} \Rightarrow \exists \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & c \end{pmatrix} \in K$, где $c \neq 1$ или $c = 1 \wedge b \neq 0$.

Если $K \subseteq K_3$, но $K \neq K_0$ то $K = K_3$.

Покажем, что вместо b можно брать любые действительные числа.

Пусть, есть матрицы $\begin{pmatrix} p & q \\ 0 & r \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} p' & q' \\ 0 & r' \end{pmatrix}$. И пусть,

$$\alpha = \begin{pmatrix} p'(p' + p)^{-1} & (qr' - q'r)(-p' - p)^{-1}(r' + r)^{-1} \\ 0 & r'(r' + r)^{-1} \end{pmatrix} \text{ и}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} p(p' + p)^{-1} & (q'r - qr')(-p' - p)^{-1}(r' + r)^{-1} \\ 0 & r(r' + r)^{-1} \end{pmatrix}.$$

$$\alpha + \beta = 1 \Rightarrow \alpha \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 1 & b' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & (bp' + b'p)(p' + p)^{-1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \in K.$$

Если $K \subseteq K_3 \wedge b = 0$, то $K = K_0$.

Если $K \neq K_0$, то $K = K_1$.

Пусть, $K \ni A = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & c \end{pmatrix}, c > 1$. Покажем, что вместо c будет любое

положительное действительное число. То есть $\forall r \in R^+, \alpha + \beta = 1$, то $x < r < y$ и $r = \alpha x + \beta y = \alpha x + (1 - \alpha)y = \alpha(x - y) + y$.

$$\exists C = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} A^{-1} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & r \end{pmatrix} \in K = K_1. \text{ Значит, возводя } A^{-1} \text{ и } A \text{ в}$$

степени, мы получим любые матрицы вида $\begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & r \end{pmatrix}$. То есть

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} A^{-n} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix} A^n = \begin{pmatrix} 1 & d' \\ 0 & r' \end{pmatrix} \in K.$$

3. Случай $K \subseteq K_2$ вполне аналогичен случаю $K \subseteq K_1$. К найденным ранее четырем ядрам добавляется еще одно — K_2 .

Теорема доказана.

Предложение 2. В полутеле V_n всех верхних треугольных матриц третьего порядка существует ровно 14 ядер, представленных в следующей таблице.

Найдем идеалы кольца M_3 верхних треугольных матриц 3-го порядка:

1. $A : \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$	2. $A_1 : \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$	3. $A_2 : \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$	4. $A_3 : \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
5. $A_4 : \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	6. $A_5 : \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	7. $A_6 : \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	8. $A_7 : \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
9. $A_8 : \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	10. $A_9 : \begin{pmatrix} 0 & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$	11. $A_{10} : \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	12. $A_{11} : \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
13. $A_{12} : \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{pmatrix}$	14. $A_0 : \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$		

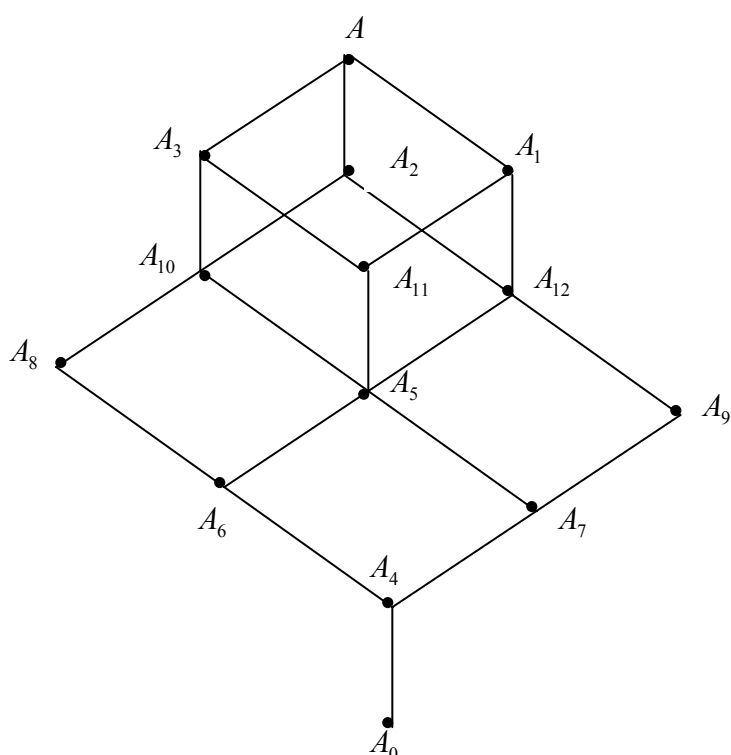


Рисунок 1 – диаграмма Хассе
решетки $ConV_n$ для $n = 3$

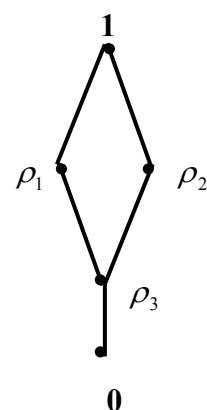


Рисунок 2 – диаграмма Хассе
решетки $ConV_n$ для $n = 2$

2. Ядра полуполей нильмногочленов

Пусть n – натуральное число и множество $U_2 = \left\{ a_0 + a_1x + \dots + a_{n-1}x^{n-1} : a_i \in R, a_0 > 0 \right\}$ рассматривается с обычными

операциями сложения и умножения многочленов, но с учетом равенства $x^n = 0$. Получаем полуполе U_2 так называемых нильмногочленов индекса n . По умножению U_2 – коммутативная группа, а по сложению – коммутативная полугруппа. Исследуем структуру конгруэнций полуполей U_2 . Как известно, конгруэнции ρ на любом полуполе U полностью определяется своими классами $\left[1 \right]_\rho$ – ядрами полуполя U . При $n=1$ получаем простое полуполе R^+ положительных действительных чисел. Полуполе U называется простым (цепным), если решетка $\text{Con } U$ двухэлементна (является цепью). При $u \in U$ через (u) обозначается главное ядро полуполя U , порожденное элементом u .

Для $1 \leq m \leq n-1$ положим $K_m = \left\{ 1 + a_m x^m + \dots + a_{n-1} x^{n-1} : a_m, a_{n-1} \in R \right\}$.

Получаем в полуполе U_n цепочку ядер $\{1\} \subset K_{n-1} \subset \dots \subset K_1 \subset U_n$ (*).

Теорема 2. При любом натуральном n полуполе U_n – ограниченное и цепное, имеет ровно $n+1$ ядер (*), каждое из которых главное.

Имеем: $(1) = \{1\}$; если $r \in R^+$ и $r \neq 1$, то $(r + a_1x + \dots + a_{n-1}x^{n-1}) = U_n$; если же $1 \leq m \leq n-1$ и $a_m \neq 0$, то $(1 + a_m x^m + \dots + a_{n-1} x^{n-1}) = K_m$. Поэтому цепочка (*) приобретает вид: $(1) \subset (1 + x^{n-1}) \subset (1 + x^{n-2}) \subset \dots \subset (1 + x) \subset (2) = U_n$.

Кроме того, получаем факторполуполя:

$U_n / K_1 \cong R^+ \equiv U_1$, вообще, $U_n / K_m \cong U_m$ для всех натуральных $m \leq n-1$.

Сформулированную теорему можно доказывать непосредственно, а также с помощью кольца разностей и свойств ограниченных полуполей.

Кольцом разностей полуполя U_n служит коммутативное кольцо главных идеалов, изоморфное факторкольцу $T_n = R[x] / x^n \cdot R[x]$ кольца многочленов $R[x]$ по главному идеалу $x^n \cdot R[x]$, порожденному одночленом x^n . Идеалы кольца T_n соответствуют ядрам полуполя U_n :

$$\{0\} = \{1\} - \{1\}, \quad x^m T_n = K_m - K_m \text{ при } 1 \leq m \leq n-1 \text{ и } T_n = U_n - U_n.$$

Элементы кольца T_n можно мыслить как многочлены из $R[x]$ степени $\leq n-1$, имея в виду соотношение $x^n = 0$. Кольцо T_n имеет единственный максимальный (наибольший собственный) идеал xT_n , все элементы которого нильпотентны индекса $\leq n$, а все элементы кольца, не принадлежащие этому идеалу, обратимы. Заметим, что полуполе U_n не является редуцированным: в нем не выполняется квазитождество: $u^2 + v^2 = 2uv \Rightarrow u = v$. Действительно, при неравных $u = 1 + x^{n-1}$ и $v = 1 - x^{n-1}$ в полуполе U_n имеем $u^2 + v^2 = 2 = 2uv$. Это связано с тем, что кольцо разностей полуполя U_n содержит ненулевые нильпотентные элементы.

Список использованных источников

1. Семенов А.Н. О решетке конгруэнций полутел // Вестник ВятГГУ. 2003. № 9. С. 92–95.
2. Черанева А.В. О конгруэнциях на полутелах // Чебышевский сборник. 2005. Т. 6. Вып. 4. С. 164–171.

К новым теоремам о среднем для дифференцируемых функций

Микрюкова О.С.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Калинин С.И.
Киров, Вятский государственный гуманитарный университет

При реферировании статьи [1], посвященной рассмотрению новых теорем о среднем значении, нами были обнаружены некорректные формулировки некоторых утверждений, а также математические ошибки в ряде доказательств.

Целью нашей работы является устранение упоминаемых издержек в результатах цитируемой статьи.

1. К теореме 1 М. Bencze. Отмечаемая в названии пункта теорема из [1] имеет следующую редакцию: если функции $f(x)$, $g(x)$ определены и непрерывны на $[a, b]$ и дифференцируемы на (a, b) , так что $g'(x) \neq 0$ для всех $x \in (a, b)$ и $\alpha, \beta > 0$, то существует точка $c \in (a, b)$, такая, что
$$\frac{f(c) - f(a)}{g(b) - g(c)} = \frac{\alpha f'(c)}{\beta g'(c)}.$$

Проанализируем условия воспроизведенной теоремы.

Во-первых, использование двух констант α, β в формулировке теоремы 1 является нецелесообразным, так как частное $\frac{\alpha}{\beta}$ есть постоянная величина.

Далее, применяемая в доказательстве вспомогательная функция $h(x) = (f(x) - f(a))^\alpha (g(b) - g(x))^\beta$ не будет иметь смысла в следующих случаях:

1) если как минимум одно из выражений $f(x) - f(a)$, $g(b) - g(x)$ примет отрицательное значение хотя бы в некоторых точках отрезка $[a, b]$. В этом случае $h(x)$ может быть не определена на $[a, b]$. (Скажем, при некоторых рациональных α, β и иррациональных значениях для этих параметров).

2) если хотя бы одно из выражений $f(x) - f(a)$, $g(b) - g(x)$ будет обращаться в 0 в некоторых точках отрезка $[a, b]$.

Нам представляется логичным теорему 1 М. Bencze переформулировать в следующем виде.

Теорема А. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и непрерывны на $[a, b]$, функция $f(x)$ возрастает на $[a, b]$ и дифференцируема на (a, b) , а функция $g(x)$ дифференцируема на (a, b) , и ее производная $g'(x)$ не меняет знак на данном

интервале, то для любого $\alpha > 0$ существует точка $c \in (a, b)$ такая, что выполняется равенство $\frac{f(c) - f(a)}{g(b) - g(c)} = \alpha \frac{f'(c)}{g'(c)}$.

Доказательство. Введем вспомогательную функцию

$$h(x) = (f(x) - f(a))^\alpha \cdot (g(b) - g(x)).$$

Выражение $f(x) - f(a) > 0$, т. к. $f(x)$ возрастает на $[a, b]$. Очевидно, $h(a) = h(b) = 0$, следовательно, функция $h(x)$ удовлетворяет всем условиям теоремы Ролля, поэтому существует такая точка c , для которой $h'(c) = 0$. Найдем производную функции $h(x)$:

$$\begin{aligned} h'(x) &= \alpha (f(x) - f(a))^{\alpha-1} \cdot (g(b) - g(x)) \cdot f'(x) - g'(x) \cdot (f(x) - f(a))^\alpha = \\ &= (f(x) - f(a))^{\alpha-1} \cdot (\alpha f'(x) \cdot (g(b) - g(x)) - g'(x) \cdot (f(x) - f(a))). \end{aligned}$$

В силу соотношения $h'(c) = 0$,

$$(f(c) - f(a))^{\alpha-1} \cdot (\alpha f'(c) \cdot (g(b) - g(c)) - g'(c) \cdot (f(c) - f(a))) = 0.$$

Мы можем разделить обе части на $(f(c) - f(a))^{\alpha-1}$ ($f(x)$ – возрастающая функция). После преобразований получаем результат: $\frac{f(c) - f(a)}{g(b) - g(c)} = \alpha \frac{f'(c)}{g'(c)}$.

Теорема доказана.

Перейдем к рассмотрению других утверждений работы [1].

2. О теореме 2 работы [1]. Рассматриваемая в заголовке пункта теорема из [1] звучит так: если функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и непрерывны на $[a, b]$ и дифференцируемы на интервале (a, b) , так что $g'(x) \neq f'(x)(g(b) - g(x))$ для всех $x \in (a, b)$, и для этих функций выполняется условие

$$f(a) + g(a) = f(b) + g(b), \quad (1)$$

то существует точка c из (a, b) такая, что

$$\frac{f'(c) - g'(c)(f(c) - f(a))}{g'(c) - f'(c)(g(b) - g(c))} = e^{f(c) + g(c) - f(a) - g(b)}.$$

В статье [1] приведено следующее доказательство рассматриваемой теоремы: пусть $h(x) = (f(x) - f(a))e^{g(b) - g(x)} + (g(b) - g(x))e^{f(x) - f(a)}$, тогда $h(a) = g(b) - g(a)$, $h(b) = f(b) - f(a)$, но по условию (1) $f(a) + g(a) = f(b) + g(b)$, поэтому $h(a) = h(b)$, следовательно, функция $h(x)$ удовлетворяет всем условиям теоремы Ролля, поэтому существует такая точка c , для которой $h'(c) = 0$.

Заметим, что, учитывая условие (1), $h(a) = -h(b)$, следовательно, применять теорему Ролля для доказательства теоремы нельзя.

Переформулируем теорему 2 М. Венце в следующем виде:

Теорема В. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и непрерывны на $[a, b]$ и дифференцируемы на интервале (a, b) , так что $g'(x) \neq f'(x)(g(b) - g(x))$ для всех $x \in (a, b)$ и для этих функций выполняется условие

$$f(a) + g(b) = g(a) + f(b), \quad (2)$$

то существует точка c из (a,b) такая, что

$$\frac{f'(c) - g'(c)(f(c) - f(a))}{g'(c) - f'(c)(g(b) - g(c))} = e^{f(c)+g(c)-f(a)-g(b)}.$$

Доказательство. Введем вспомогательную функцию

$$h(x) = (f(x) - f(a))e^{g(b)-g(x)} + (g(b) - g(x))e^{f(x)-f(a)},$$

тогда $h(a) = g(b) - g(a)$, $h(b) = f(b) - f(a)$, но по условию (2) $f(a) + g(b) = g(a) + f(b)$, поэтому $h(a) = h(b)$, следовательно, функция $h(x)$ удовлетворяет всем условиям теоремы Ролля, а значит существует такая точка c , для которой $h'(c) = 0$.

Найдем $h'(x)$. Имеем:

$$h'(x) = f'(x)e^{g(b)-g(x)} - g'(x)(f(x) - f(a))e^{g(b)-g(x)} - g'(x)e^{f(x)-f(a)} + f'(x)(g(b) - g(x))e^{f(x)-f(a)}.$$

Условие $h'(c) = 0$ влечет то, что

$$f'(c)e^{g(b)-g(c)} - g'(c)(f(c) - f(a))e^{g(b)-g(c)} - g'(c)e^{f(c)-f(a)} + f'(c)(g(b) - g(c))e^{f(c)-f(a)} = 0,$$

или

$$e^{g(b)-g(c)}(f'(c) - g'(c)(f(c) - f(a))) = e^{f(c)-f(a)}(g'(c) - f'(c)(g(b) - g(c))).$$

Отсюда получаем: $\frac{f'(c) - g'(c)(f(c) - f(a))}{g'(c) - f'(c)(g(b) - g(c))} = e^{f(c)+g(c)-f(a)-g(b)}$. Теорема доказана.

3. К теореме 8 статьи [1]. Обозначенная в названии пункта теорема из [1] звучит следующим образом: если функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и непрерывны на $[a,b]$, дифференцируемы на (a,b) , и при этом $g(b) - g(x) - (b-x)g'(b) \neq 0$ для всех $x \in (a,b)$, то существует точка $c \in (a,b)$ такая, что $\frac{f(c) - f(a) - (c-a) \cdot f'(a)}{g(b) - g(c) - (b-c) \cdot g'(b)} = \frac{f'(c) - f'(a)}{g'(c) - g'(b)}$.

Заметим:

1) Функции $f(x)$ и $g(x)$ должны быть дифференцируемы и на концах интервала (a,b) .

2) Необходимо добавить условие $g'(x) \neq g'(b)$.

Переформулируем теорему.

Теорема С. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ определены и непрерывны на $[a,b]$, функция $f(x)$ дифференцируема на $[a,b]$, функция $g(x)$ дифференцируема на $(a,b]$, при этом $g'(x) \neq g'(b)$ и $g(b) - g(x) - (b-x)g'(b) \neq 0$ для всех $x \in (a,b)$, то существует точка $c \in (a,b)$ такая, что $\frac{f(c) - f(a) - (c-a) \cdot f'(a)}{g(b) - g(c) - (b-c) \cdot g'(b)} = \frac{f'(c) - f'(a)}{g'(c) - g'(b)}$.

Доказательство.

Введем вспомогательную функцию

$h(x) = (f(x) - f(a) - (x-a)f'(a)) \cdot (g(b) - g(x) - (b-x)g'(b))$. Поскольку $h(a) = h(b) = 0$, то, функция $h(x)$ удовлетворяет всем условиям теоремы Ролля, поэтому существует такая точка c , для которой $h'(c) = 0$.

Найдем $h'(x)$. Имеем:

$$h'(x) = (f'(x) - f'(a)) \cdot (g(b) - g(x) - (b-x)g'(b)) + (f(x) - f(a) - (x-a)f'(a)) \cdot (-g'(x) + g'(b)).$$

Из равенства $h'(c) = 0$ следует, что

$$(f'(c) - f'(a)) \cdot (g(b) - g(c) - (b-c)g'(b)) = (g'(c) - g'(b)) \cdot (f(c) - f(a) - (c-a)f'(a)).$$

После преобразований получаем результат:

$$\frac{f(c) - f(a) - (c-a) \cdot f'(a)}{g(b) - g(c) - (b-c) \cdot g'(b)} = \frac{f'(c) - f'(a)}{g'(c) - g'(b)}.$$

Теорема доказана.

Мы рассмотрели некоторые новые теоремы из работы [1], содержащие в авторской редакции неточности и ошибки, постарались устранить отмеченные издержки. Эти теоремы могут быть полезны студентам ВУЗов, изучающим математический анализ, а также вузовским преподавателям, обучающим студентов математическому анализу.

Список использованных источников

1. *Bencze M.* A new type of mean value theorem // Octagon. – 2000. – 8, №2. – P. 381–384.

О кривых третьего порядка

Панков А.С.

Научный руководитель – Козлова Д.Ф.

Курган, Курганский государственный университет

Как известно, кривая с общим уравнением $Ax^3 + 3Bx^2y + 3Cxy^2 + Dy^3 + 3Ex^2 + 6Fxy + 3Gy^2 + Hx + Iy + K = 0$ называется кривой 3-го порядка.

В 1704 г. И. Ньютон впервые классифицировал эти кривые. При помощи элементарных преобразований общее уравнение кривой 3-го порядка было сведено [2] к одной из четырех канонических форм:

А. $xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + cx + d,$

В. $xy = ax^3 + bx^2 + cx + d,$

С. $y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d,$

Д. $y = ax^3 + bx^2 + cx + d.$

По коэффициентам канонического уравнения составлены вспомогательные уравнения 4-й (или 3-й) степени:

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + \frac{e^2}{4} = 0$$

или

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0,$$

которые называются характеристическими. Далее, в зависимости от различных соотношений между корнями характеристического уравнения И. Ньютон разделил все кривые 3-го порядка на 7 классов, 14 родов, 72 типа.

Кривые, уравнения которых приводятся к канонической форме А, разбиты на четыре класса:

Класс I. Гиперболическая гипербола ($a > 0$), которая в свою очередь делится на четыре рода:

1. Адиаметральная – без диаметров ($e \neq 0$) {9 типов}.
2. Монодиаметральная – с одним диаметром ($e \neq 0, b^2 \neq 4ac$) {12 типов}.
3. Тридиаметральная – с тремя диаметрами ($e = 0, b^2 = 4ac$) {2 типа}.
4. Гиперболическая гипербола с асимптотами, пересекающимися в одной точке ($b \neq 0$) {9 типов}.

Класс II. Дефективная гипербола ($a < 0$), состоящая из двух родов:

1. Адиаметральная ($e \neq 0$) {6 типов}.
2. Монодиаметральная ($e = 0$) {7 типов}.

Класс III. Параболическая гипербола ($a = 0, b \neq 0$), состоящая из двух родов:

1. Адиаметральная ($e \neq 0$) {7 типов}.
2. Монодиаметральная ($e = 0$) {4 типа}.

Класс IV. Гиперболизмы конических сечений ($a = b = 0$), которые в свою очередь делятся на три рода:

1. Гиперболизм гиперболы ($c > 0$) {4 типа}.
2. Гиперболизм эллипса ($c < 0$) {3 типа}.
3. Гиперболизм параболы ($c = 0$) {2 типа}.

Кривые, уравнения которых приводятся к каноническим формам В, С, D, представляют соответственно по одному классу:

Класс V. Трезубец или параболизм гиперболы ($xy = ax^3 + bx^2 + cx + d$).

Класс VI. Расходящаяся парабола ($y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d$) {5 типов}.

Класс VII. Кубическая парабола ($y = ax^3 + bx^2 + cx + d$).

После И. Ньютона изучением кривых третьего порядка занимались такие математики, как: Л. Эйлер, А. Кэли, Г. Дюреш, Д. Лория, Г.Э. Шрётер, П. Гордан, Вельмин В.П., Л. Кремона, А. Бейтель, Ч. Барингтон, Ю. Плюккер, Адамов А.А. и другие. В последствии практически каждый из них создал свою классификацию. Например:

Л. Эйлер (1748г.) относит все кривые 3-го порядка к 16 родам в зависимости от положения асимптот и прямой $s = 0$, соединяющей точки пересечения кривой с асимптотами.

А. Кэли (1866 г.) делит все кривые 3-го порядка на семь классов в зависимости от характера точек пересечения кривой с бесконечно удаленной прямой.

Г. Дюреш (1873 г.) классифицирует кривые третьего порядка, исходя из свойств четырех касательных, проведенных к кривой из ее точки.

Д. Лория (1887г.), принимая полностью классификацию И. Ньютона выделяет два специальных типа кривых K_3 : рациональные и циркулярные.

Г.Э. Шрётер, подобно Л. Кремоне (1864 г.), делит все кривые 3-го порядка без двойных точек на две категории. К первой категории он относит

кривые, состоящие из одного потока; ко второй – состоящие из двух непрерывно проходящих потоков: овала (который он называет четным потоком) и бесконечной ветви (называемой нечетным потоком).

Вельмин В.П. (1906 г.), исходя из общего уравнения кривой 3-го порядка $Ax^3 + 3Bx^2y + 3Cxy^2 + Dy^3 + 3Ex^2 + 6Fxy + 3Gy^2 + Hx + Iy + K = 0$, (1)

составляет для распознавания класса кривой вспомогательное уравнение

$$A + 3Bm + 3Cm^2 + Dm^3 = 0,$$

где m – угловой коэффициент асимптоты кривой.

А. Бейтель (1911 г.) делит все неособенные (не имеющие двойных точек) кривые 3-го порядка на две основные категории: состоящие из одного нечетного потока и состоящие из двух потоков – нечетного и четного.

Ч. Барингтон (1935 г.) классифицирует кривые 3-го порядка по рангам и сигнатурам матрицы, составленной из производных 2-го порядка левой части уравнения кривой, и матрицы, полученной из упомянутой вычеркиванием последней строки и последнего столбца.

Целью нашей работы является исследование кривых третьего порядка по Ньютону, поскольку в доступной литературе это исследование не приведено.

При исследовании мы находим зависимость очертаний кривых третьего порядка от корней характеристического уравнения.

В качестве примера – приведем исследование одного из типов адиаметральной гиперболической гиперболы (рисунок 1).

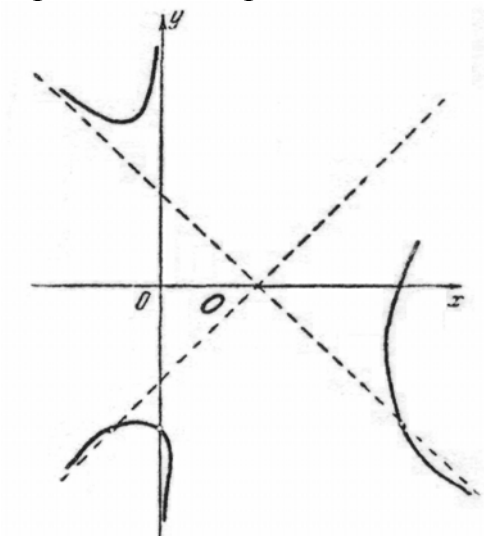


Рисунок 1 – Адиаметральная гиперболическая гипербола.

Ее характеристическое уравнение имеет вид

$$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + \frac{e^2}{4} = 0. \quad (2)$$

Из уравнения гиперболической гиперболы $xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + cx + d$ находим:

$$y = \frac{-e \pm 2\sqrt{ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + \frac{e^2}{4}}}{2x} = \frac{-e \pm \sqrt{a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)}}{2x} \quad (3)$$

где x_1, x_2, x_3, x_4 - корни уравнения (2). Переменная y принимает действительные или мнимые значения в зависимости от знака подкоренного выражения в (3), т.е. от знака левой части уравнения (2). Разберем один из девяти возможных случаев.

Все корни характеристического уравнения – действительные и различные и все они одного знака.

Допустим, что $0 < x_1 < x_2 < x_3 < x_4$. Подкоренное выражение в (3) неотрицательно при $x \leq x_1$; $x_2 \leq x \leq x_3$; $x_4 \leq x$. Если x равно x_1, x_2, x_3 или x_4 , то $y = -\frac{e}{2x}$.

В промежутке $[x_2, x_3]$, в котором y принимает только конечные значения, кривая имеет замкнутую форму (овал). Этот овал полностью находится внутри асимптотического треугольника.

Достаточно убедиться, что найдется хотя бы одна точка овала, лежащая внутри асимптотического треугольника. Действительно, овал либо весь лежит внутри асимптотического треугольника, либо весь – вне его, так как ни одна из асимптот не пересекает овала и не касается его. Рассмотрим точку $M\left(x_2, -\frac{e}{2x_2}\right)$ овала. Ее проекция N на ось абсцисс лежит внутри асимптотического треугольника, так как $x_2 < \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + x_4)}{2} = -\frac{b}{2a}$

(сумма корней характеристического уравнения равна $-\frac{b}{a} > 0$). Пусть прямая MN пересекает ту или иную из асимптот $y = \pm\sqrt{a}\left(x + \frac{b}{2a}\right)$ в точке P . Покажем, что отрезок NM меньше отрезка NP , т.е.

$$\left| -\frac{e}{2x_2} \right| < \left| \pm\sqrt{a}\left(x_2 + \frac{b}{2a}\right) \right|.$$

Так как $|e| = 2\sqrt{a}\sqrt{x_1x_2x_3x_4}$, то предыдущее неравенство принимает вид $\sqrt{x_1x_2x_3x_4} < \frac{x_1 - x_2 + x_3 + x_4}{2}$. (*)

Полагая $x_1 = \alpha x_2$, $x_3 = (1 + \beta)x_2$, $x_4 = (1 + \gamma)x_2$, где $0 < \alpha < 1$, $0 < \beta < \gamma$, и принимая во внимание, что $x_2 > 0$, приведем неравенство (*) к виду

$$2\sqrt{\alpha(1 + \beta)(1 + \gamma)} < 1 + \alpha + \beta + \gamma.$$

Отсюда после упрощений получим неравенство [2]

$$0 < (1 - \alpha)^2 + 2(\beta + \gamma + 2\beta\gamma)(1 - \alpha) + (\gamma - \beta)^2,$$

справедливость которого при наложенных выше ограничениях на величины α , β и γ очевидна. Из доказанного вытекает, что точка M лежит внутри асимптотического треугольника).

В промежутках (x_1, x_2) и (x_3, x_4) переменная y принимает мнимые значения. Кроме овала, кривая содержит три бесконечные гиперболические

ветви. (Одна ветвь в промежутке $[x_4, +\infty)$, другая – в промежутке $(-\infty, x_1]$ и третья – в промежутке $(-\infty, 0)$).

Двойных точек кривая не имеет, так как характеристическое уравнение не имеет кратных корней.

Список использованных источников

1. Савелов А.А. Плоские кривые. М., 1960.
2. Смогоржевский А.С., Столова Е.С. Справочник по теории плоских кривых третьего порядка. М.: Физматгиз., 1961.
3. Столова Е.С. Некоторые вопросы теории кривых третьего порядка. Труды Киев. Гидромел., 1954.

О топологических инвариантах

Парахин И.Г.

Научный руководитель – Козлова Д.Ф.

Курган, Курганский государственный университет

Топология является одним из важнейших разделов современной математики. Центральное понятие в топологии – понятие топологического инварианта.

Целью нашего исследования является составление авторских задач, иллюстрирующих топологические инварианты.

В качестве исследуемых инвариантов нами были выбраны основные инварианты топологических пространств: отделимость и связность топологического пространства.

Рассмотрим примеры задач, иллюстрирующих свойства отделимости.

Задача 1. Пусть $X = (0;1) \cup [2;3)$. Для любой точки $x \in (0;1) \cup [2;3)$ в качестве окрестности возьмем интервал $(x - \varepsilon; x + \varepsilon) \in X$. Элементарной окрестностью точки 2 назовем множество $O(2) = \{2\} \cup (t;1), t \in (0;1)$. Выяснить, является ли данное топологическое пространство хаусдорфовым.

Решение. Пространство $(X \setminus \{2\}; \tau)$ – подпространство метрического пространства $(\mathbb{R}; \rho)$. Для всех точек из множества $X \setminus \{2\}$ выполняется аксиома Хаусдорфа.

Проверим выполнимость аксиомы для точки 2 и некоторой точки $y \in (0;1) \cup (2;3)$.

Пусть $y \in (2;3)$, в качестве окрестности точки y возьмем интервал $(2;3)$.

$O(y) \cap O_t(2) = (2;3) \cap (\{2\} \cup (t;1)) = \emptyset$. Аксиома Хаусдорфа выполняется.

Пусть $y \in (0;1)$. Возьмем $O_\varepsilon(y) = (y - \varepsilon; y + \varepsilon)$, $0 < \varepsilon < 1 - y$.

В качестве окрестности точки 2 возьмем множество $O(2) = \{2\} \cup (\frac{y + \varepsilon + 1}{2}; 1)$.

Докажем, что $y + \varepsilon < \frac{y + \varepsilon + 1}{2} < 1$.

Заметим, что $y + \varepsilon < 1 \Rightarrow y + \varepsilon + 1 < 2 \Rightarrow \frac{y + \varepsilon + 1}{2} < 1$,

$y + \varepsilon < 1 \Rightarrow (y + \varepsilon) + (y + \varepsilon) < 1 + (y + \varepsilon) \Rightarrow 2(y + \varepsilon) < 1 + (y + \varepsilon) \Rightarrow y + \varepsilon < \frac{y + \varepsilon + 1}{2}$

$O_\varepsilon(y) \cap O(2) = (y - \varepsilon; y + \varepsilon) \cap (\{2\} \cup (\frac{y + \varepsilon + 1}{2}; 1)) = \emptyset$. Аксиома Хаусдорфа

выполняется. $(X; \tau)$ - хаусдорфовое.

Задача 2. Пусть $X = (0; 1) \cup [2; 3)$. Для любой точки $x \in (0; 1) \cup [2; 3)$ в качестве окрестности возьмем интервал $(x - \varepsilon; x + \varepsilon) \cap X$. Элементарной окрестностью точки 2 назовем множество $O(2) = \{2\} \cup (t; 1), t \in (0; 1)$. Докажите, что $(X; \tau)$ - нормальное.

Доказательство. Так как $(X; \tau)$ - хаусдорфовое (по предыдущей задаче), значит, $(X; \tau)$ является T_1 -пространством. Остается доказать что выполняется аксиома T_4 (для любых двух непересекающихся замкнутых множеств существуют непересекающиеся окрестности).

Пусть A_1, A_2 - непересекающиеся замкнутые множества, $A_1, A_2 \in X$.

Возможны следующие случаи:

а) $2 \notin A_1 \cup A_2 \Rightarrow A_1, A_2 \subset X \setminus \{2\} \Rightarrow \exists O(A_1), O(A_2) : O(A_1) \cap O(A_2) = \emptyset$ (так как $(X \setminus \{2\}; \tau)$ - подпространство метрического пространства $(\mathbb{R}; \rho)$).

б) $2 \in A_1 \cup A_2$. Пусть $2 \in A_1 \Rightarrow 2 \notin A_2$ (так как $A_1 \cap A_2 = \emptyset$).

$O(A_1) = O(A_1 \setminus \{2\}) \cup O(2)$.

$O(A_1)$

$O(A_1) \cap O(A_2) = (O(A_1 \setminus \{2\}) \cup O(2)) \cap O(A_2) = (O(A_1 \setminus \{2\}) \cap O(A_2)) \cup (O(2) \cap O(A_2))$.

$O(A_1 \setminus \{2\}) \cap O(A_2) = \emptyset$ (см. случай а)) $\Rightarrow O(A_1) \cap O(A_2) = O(2) \cap O(A_2)$.

Докажем, что $O(2) \cap O(A_2) = \emptyset$. Так как A_2 - замкнуто, то $X \setminus A_2$ - открыто.

$2 \in X \setminus A_2 \Rightarrow \exists O_t(2) : O_t(2) \subset X \setminus A_2 \Rightarrow A_2 \subset (0; t) \cup (2; 3), t \in (0; 1)$.

В качестве окрестности множества A_2 возьмем

$O(A) = (0; t + \varepsilon) \cup (2; 3)$, где $0 < \varepsilon < 1 - t$.

В качестве окрестности точки 2 возьмем $O(2) = \{2\} \cup (t + \varepsilon; 1)$.

$O(2) \cap O(A_2) = (\{2\} \cup (t + \varepsilon; 1)) \cap ((0; t + \varepsilon) \cup (2; 3)) = \emptyset$.

Следовательно $O(A_1) \cap O(A_2) = \emptyset \Rightarrow (X; \tau)$ - нормальное.

Задача 3. Пусть $T = [0; 1]$. Для $\forall t \in (0; 1)$ элементарной окрестностью является сама эта точка, т.е. $O(t) = t$. В качестве окрестности точки $t = 0$ возьмем множество $O(0) = [0; \varepsilon), \varepsilon \in (0; 1]$.

В качестве окрестности точки $t = 1$ возьмем множество

$O(1) = \{1\} \cup \{\frac{1}{2^n}; \frac{1}{2^{n+1}}; \frac{1}{2^{n+2}}; \dots; \frac{1}{2^{n+k}}; \dots\}, n \in \mathbb{N}$.

Является ли $(T; \tau)$ T_1 -пространством? Хаусдорфовым пространством?

Решение. 1) Возьмем $\forall t \in (0; 1)$. Выберем в качестве окрестности точки 0 полуинтервал $[0; t)$.

$t \cap O(0) = t \cap [0; t) = \emptyset$.

Подберем n_0 таким образом, чтобы для $\forall n \geq n_0$ $\frac{1}{2^n} < t \Rightarrow n > \log_2 \frac{1}{t}$.

Возьмем $n_0 = [\log_2 \frac{1}{t}] + 1$.

$$t \cap O(1) = t \cap \{1\} \cup \left\{ \frac{1}{2^{n_0}}, \frac{1}{2^{n_0+1}}, \frac{1}{2^{n_0+2}}, \dots, \frac{1}{2^{n_0+k}}, \dots \right\} = \otimes.$$

$O(0) \cap 1 = \otimes$, $O(1) \cap 0 = \otimes$. Аксиома T_1 выполняется.

2) Пространство $(X; \tau)$ не является хаусдорфовым, так как любые окрестности точек 0 и 1 пересекаются.

Задача 4. $X = \{(x; y) : x^2 + y^2 = 1; x, y \in R\} \setminus p$, где p – точка с координатами $(0; 1)$. Элементарной окрестностью точки $a \in X$ назовем дугу окружности, соединяющую точки a и p . Докажите, что данное пространство нормальное.

Доказательство. 1) Для любой точки $a \in X$ существует только две дуги окружности, соединяющие a с p . Обозначим их V_1 и V_2 . $V_1 \cap V_2 = \{a\}$. Значит, $\{a\}$ – открытое множество.

Рассмотрим $\forall m_1, m_2 \in X, m_1 \neq m_2$. В качестве окрестности точки m_1 возьмем одноточечное множество $\{m_1\}$.

$O(m_1) \cap m_2 = m_1 \cap m_2 = \otimes$. Аксиома T_1 (для любых двух точек существует окрестность одной из них, не содержащая другую точку) выполняется.

2) Пусть X_1, X_2 – непересекающиеся замкнутые множества, $X_1, X_2 \subset X$.

$$\forall a \in X_1 \quad O(a) = a \Rightarrow O(X_1) = X_1, \quad \forall b \in X_2 \quad O(b) = b \Rightarrow O(X_2) = X_2.$$

$O(X_1) \cap O(X_2) = X_1 \cap X_2 = \otimes$. Аксиома T_4 (для любых двух непересекающихся замкнутых множеств существуют непересекающиеся окрестности) выполняется. Данное пространство является нормальным.

Для иллюстрирования свойства связности мы предлагаем следующие задачи.

Задача 5. $M = (0; 1) \cup (1; 2)$. Докажите, что M является связным в пространстве $(R; \rho)$ относительно индуцированной топологии. Является ли M линейно – связным?

Доказательство. Предположим, что множество M несвязно относительно индуцированной топологии, значит, найдутся открытые множества U и V , такие, что

$$1) U \cup V = R \Rightarrow M \subset U \cup V$$

$$2) (M \cap U) \cap (M \cap V) = \otimes$$

$$3) (M \cap U) \neq \otimes, (M \cap V) \neq \otimes.$$

Рассмотрим множество $M \cup \{1\} = (0; 2)$. Возможны следующие случаи:

а) $\{1\} \in U, \{1\} \notin V$ (Для случая, когда $\{1\} \notin U, \{1\} \in V$ рассуждения аналогичны).

$$1) M \cup \{1\} \subset U \cup V = R$$

$$2) ((M \cup \{1\}) \cap U) \cap ((M \cup \{1\}) \cap V) =$$

$$((M \cap U) \cup \underbrace{(U \cap \{1\})}_{=1}) \cap ((M \cap V) \cup \underbrace{(V \cap \{1\})}_{=\otimes}) =$$

$$= ((M \cap U) \cup \{1\}) \cap (M \cap V) = \underbrace{((M \cap U) \cap (M \cap V))}_{=\otimes} \cup \underbrace{((M \cap V) \cap \{1\})}_{=\otimes} = \otimes$$

$$3) (M \cap U) \neq \emptyset, (M \cap V) \neq \emptyset \Rightarrow ((M \cup \{1\}) \cap U) \neq \emptyset, ((M \cup \{1\}) \cap V) \neq \emptyset.$$

Следовательно, $M \cup \{1\} = (0; 2)$ – не связно относительно индуцированной топологии, но интервал – связное множество. Получили противоречие, следовательно, M связно относительно индуцированной топологии.

б) $\{1\} \in U, \{1\} \in V \Rightarrow \{1\} \in U \cap V \Rightarrow \exists O_\varepsilon(1) \subset U \cap V$. Но в любой окрестности точки 1 найдется точка из множества M : $\exists x \in O_\varepsilon(1) : x \in M$. Так как $x \in O_\varepsilon(1) \Rightarrow x \in U \cap V$
 $x \in M$ и $x \in U \cap V \Rightarrow x \in (M \cap U) \cap (M \cap V) \Rightarrow (M \cap U) \cap (M \cap V) \neq \emptyset$.

Следовательно, M связно относительно индуцированной топологии.

Множество M не является линейно – связным, так как нельзя соединить путем, целиком содержащимся в M , например, точки $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{2}$.

Задача 6. Пусть X – числовая плоскость R^2 .

$$X_1 = \{(x; y) : -1 < y < 1; -3 < x < -1; x, y \in R\}, X_2 = \{(x; y) : -1 < y < 1; 1 < x < 3; x, y \in R\},$$

$$\tau = \{\emptyset; X; X_1; X_2; X_1 \cup X_2\},$$

$$M = \{(x; y) : (x+2)^2 + y^2 \leq 1\} \cup \{(x; y) : (x-2)^2 + y^2 \leq 1; x, y \in R\}.$$

Выясните, является ли M связным в пространстве $(X; \tau)$. Будет ли M связным в $(R^2; \rho)$?

Решение. 1) В данном пространстве непустыми открытыми множествами являются X, X_1 и $X_2, X_1 \cup X_2$.

M нельзя покрыть множествами X_1 и X_2 , так как $M \not\subset X_1 \cup X_2$. Например, точка $A(1; 0) \notin X_1 \cup X_2$ (см. рисунок 1).

Ни для какой пары непустых открытых множеств U и V не выполняется второе условие несвязности, т.е. $(M \cap U) \cap (M \cap V) \neq \emptyset$

Получили, что M – связно в $(X; \tau)$.

$$2) \text{ Возьмем множества } U = \{(x; y) : x < 1; x, y \in R\}, V = \{(x; y) : x > 0; x, y \in R\}.$$

Данные множества открыты в $(R^2; \rho)$.

$$U \cup V = R \Rightarrow M \subset U \cup V, (M \cap U) \cap (M \cap V) = \emptyset, (M \cap U) \neq \emptyset, (M \cap V) \neq \emptyset.$$

Все условия несвязности выполняются, M несвязно в $(R^2; \rho)$.

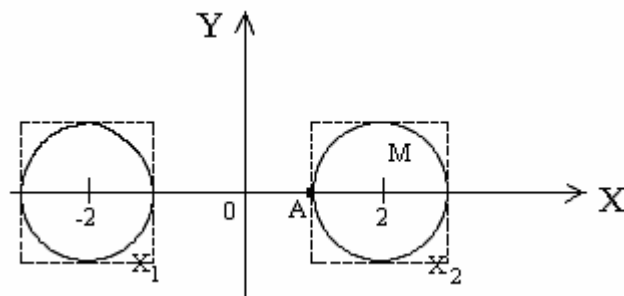


Рисунок 1. Множество M

Задача 7. $X = \{(x; y) : -1 \leq y \leq 1; 0 \leq x \leq 1; x, y \in R\}, \tau = \{\emptyset; X; C; X \setminus C\},$ где $C = \{(x; y) : -1 \leq y < 0; 0 \leq x \leq 1; x, y \in R\}$. Будет ли пространство $(X; \tau)$ связным?

Решение. Рассмотрим множества C и $X \setminus C$. Данные множества открыты, X можно представить в виде $X = C \cup (X \setminus C), C \cap (X \setminus C) = \emptyset, C \neq \emptyset, X \setminus C \neq \emptyset$. Все условия несвязности выполняются, следовательно $(X; \tau)$ – несвязное.

Список использованных источников

- 1.Александрян Р.А., Мирзаханян Э. А. Общая топология.- М.: Высшая школа, 1979.
2. Подран В.Е. Элементы топологии.- СПб.: Изд-во «Лань», 2008.

Моделирование и оптимальное управление взаимодействием операторов сотовой связи на общем рынке

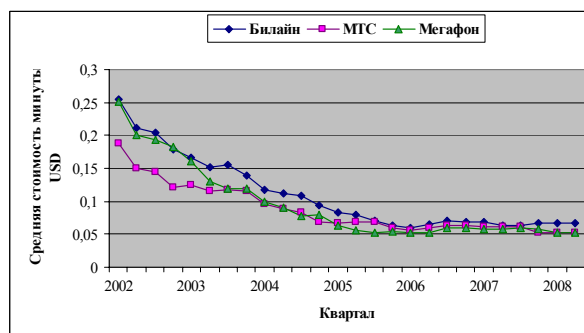
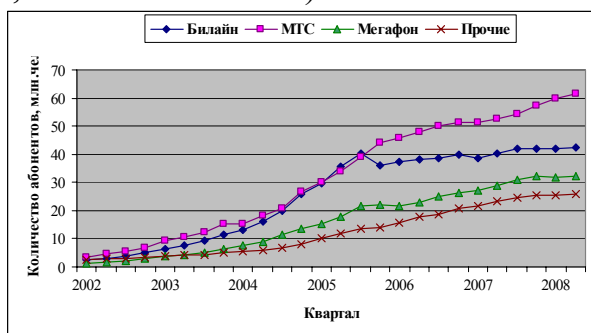
Пахомова Е.А.

Научный руководитель – профессор, д.т.н. Болодурина И.П.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Актуальная задача, стоящая перед фирмой, предоставляющей услуги сотовой связи, – это задача эффективного реагирования на изменение ситуации на рынке. Одним из важнейших параметров, характеризующих конкурентную способность оператора сотовой связи – это емкость системы связи, определяемая числом абонентов, и значительная часть усилий направлена именно на обеспечение необходимой емкости. В связи с этим весьма острой является необходимость разработки эффективного экономического механизма управления поведением предприятием сотовой связи.

В рамках задачи построения оптимального управления поведением предприятия сотовой связи в условиях конкурентной борьбы за общие ресурсы (в данном случае это пользователи услуг) важное место занимает разработка математической модели данного процесса.

Для этой цели рассмотрим российский рынок сотовой связи. На рынке России действуют три крупнейших оператора: МТС, Билайн, Мегафон, и множество других менее развитых предприятий, которые также предоставляют услуги сотовой связи. Для анализа будем использовать данные абонентской базы и данные тарифной политики операторов, которые ежеквартально публикуются в финансовой отчетности (их динамика представлена на рисунках 1, 2 соответственно).



Рисунки 1 и 2 – Динамика абонентской базы и средней стоимости минуты пользования услугами сотовой связи операторов по России

Исходя из нелинейности и существования временного лага, выберем структуру модели управления поведением предприятия сотовой связи в условиях конкуренции на рынке в виде системы дифференциальных уравнений с запаздыванием, которая по сложившимся традициям носит имя модели Лотки-Вольтерры:

$$\dot{x}_i(t) = x_i(t) \left[\varepsilon_i - \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} x_j(t - \tau) \right] - p_i u_i(t), \quad i = 1, \dots, n. \quad (1)$$

Т.е. предположим, что в отсутствии конкурентов число абонентов $x_i(t)$

i -ой фирмы растет экспоненциально с коэффициентом прироста ε_i ($\varepsilon_i > 0$), где $i = 1, \dots, n$ (n – количество конкурирующих предприятий). Принимая во внимание эффект насыщения и наличие конкурентов на рынке, где услуги сотовой связи продаются, кроме естественного прироста учтем и убыль числа абонентов в силу влияния конкурирующих фирм. Коэффициент взаимного влияния i -го и j -го предприятий обозначим γ_{ij} .

В качестве управляющего воздействия, влияющего непосредственно на прирост числа потребителей услуг i -го оператора сотовой связи, используем показатель $u_i(t)$, характеризующий среднюю стоимость минуты пользования услугами связи оператора в момент времени t , коэффициент влияния которой обозначим p_i .

Введение запаздывания τ ($\tau > 0$) в данной модели, связано с разницей во времени между изменениями в рыночной ситуации и принятием решения с целью улучшения этой ситуации по средствам изменения качества предоставляемых услуг.

Поскольку структура модели выбрана субъективно, перейдем к решению задачи идентификации параметров модели.

Ориентируясь на последующее решение задачи оптимального управления, предположим, что одно из предприятий (Билайн) представлено обособлено, а все остальные – совокупно, т.е. объединим остальные предприятия путем простого суммирования числа абонентов на рынке.

В данном случае единицей измерения является квартал, поэтому предположим, что величина запаздывания τ – целое число (количество кварталов), т.е. $\tau = l\Delta$, где Δ – интервал наблюдения (квартал). Поскольку в модели (1) ($n = 2$) неизвестными являются, как коэффициенты, так величина запаздывания, идентификацию параметров будем производить в два этапа.

На первом этапе для оценки неизвестных коэффициентов модели (1) будем решать приближенную задачу, опираясь на метод наименьших квадратов (МНК), в основе которого лежит минимизация функционала (2), характеризующего качество настройки параметров системы, зависящего от величины лага:

$$F_l = \sum_{k=l}^{N-1} \sum_{i=1}^n \left\{ \ln x_i(k+1) - \ln x_i(k) - \Delta \left[\varepsilon_i - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \gamma_{ij} (x_j(k-l) + x_j(k+1-l)) - p_i u_i(k) x_i^{-1}(k) \right] \right\}^2, \quad (2)$$

где N – количество наблюдений за состоянием системы в дискретные моменты времени.

Для идентификации модели будем использовать только часть данных, а на остальных данных (интервалом в 1 год: с 3 квартала 2007 г. до 2 квартала 2008 г. включительно) будем проверять полученные результаты на адекватность, сравнивая модельные и реальные данные. В результате расчетов получим оптимальные коэффициенты модели для произвольной величины $\tau = l\Delta$: $\varepsilon_i = \varepsilon_i(\tau)$, $\gamma_{ik} = \gamma_{ik}(\tau)$, $p_i = p_i(\tau)$, $i, k = \overline{1, 2}$, где $l = 1, \dots, N - 2$.

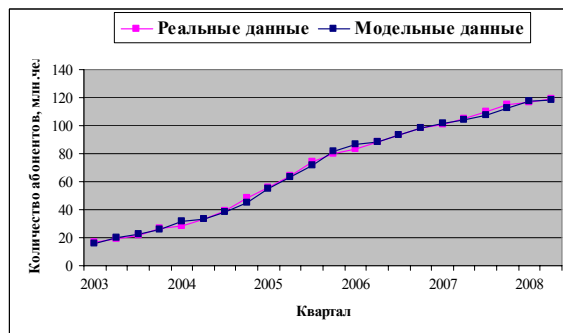
На втором этапе, чтобы выбрать оптимальную величину запаздывания τ , воспользуемся остатком данных и построим функционал, являющийся усредненным квадратом ошибки прогноза на 1 год:

$$D_\tau = \frac{1}{4} \sum_{k=22}^{25} \left[x_1(k+1) - x_1(k) \exp \left(\varepsilon_1 - \frac{\gamma_{11}}{2} (x_1(k-\tau) + x_1(k+1-\tau)) - \frac{\gamma_{12}}{2} (x_2(k-\tau) + x_2(k+1-\tau)) - p_1 u_1(k) x_1^{-1}(k) \right) \right]^2 + \left[x_2(k+1) - x_2(k) \exp \left(\varepsilon_2 - \frac{\gamma_{21}}{2} (x_1(k-\tau) + x_1(k+1-\tau)) - \frac{\gamma_{22}}{2} (x_2(k-\tau) + x_2(k+1-\tau)) - p_2 u_2(k) x_2^{-1}(k) \right) \right]^2. \quad (3)$$

В результате расчетов и численных экспериментов окончательно считаем наилучшим – лаг, равный 3 кварталам, и модель с оптимальными коэффициентами:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) [0,28121 - 0,01242x_1(t-3) + 0,00241x_2(t-3)] - 2,49952u_1(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_2(t) [0,19267 - 0,00166x_1(t-3) - 0,00104x_2(t-3)] - 2,05483u_2(t), \end{cases} \quad (4)$$

Графики реальной кривой и модельной приведены на рисунках 3, 4.



Рисунки 3 и 4 – Результат моделирования для квартального объема абонентской базы оператора Билайн и его конкурентов: сравнение реальных и модельных данных в интервале с 3 квартала 2007 г. до 2 квартала 2008 г.

Экономическая интерпретация полученного результата:

– коэффициент прироста числа абонентов оператора сотовой связи Билайн без учета эффекта насыщения ε_1 больше соответствующего коэффициента его конкурентов ε_2 : это значит, что абонентская база оператора Билайн наращивает объемы быстрее, чем абонентская база других операторов в

совокупности; наибольшее возможное увеличение абонентов в квартал оператор Билайн может осуществить до 24%, а его конкуренты до 20%;

- коэффициенты γ_{ik} отвечают в модели за изменение спроса на данный вид предоставляемых услуг при увеличении объемов абонентской базы всех операторов сотовой связи;

- коэффициенты p_i – за уменьшение спроса на услуги сотовой связи при увеличении средней стоимости минуты связи;

- временной лаг составляет 3 квартала: очевидно, что различные операторы сотовой связи вводят качественные изменения в предоставляемые услуги за разное время, но в данном случае мы имеем дело со средним статистическим сроком.

Анализ выбранной модели показал, что введение временного лага в данном случае приносит новую динамику по сравнению с моделью без лагов. Так отклонение прогнозных оценок от фактической реализации состояния системы без учета временного лага составляет до 4,43%, а при введении временного запаздывания, равного 3 кварталам, отклонение снижается до 2,49%. Полученный результат свидетельствует, что введение запаздывания не только естественно, но и существенно дополняет модель управления поведением предприятия сотовой связи.

Решив задачу идентификации параметров модели, перейдем к решению задачи оптимального управления (ЗОУ). Для этого введем следующие обозначения:

- M – плановый уровень объема абонентской базы оператора Билайн в конечный момент времени T ;

- $r(t) \geq x_1(t)$, $t \in [0, T)$ – плановая траектория изменения фазового вектора оператора Билайн с учетом запаса, гарантирующего выполнение плана и определяемая исходя из практики планирования на предприятии;

- Q – средний уровень расходов одного абонента оператора Билайн за пользование услугами связи;

- $\varphi_i(t)$, $i=1,2$ – количество абонентов i -го участника рынка (Билайн и его конкурентов соответственно) на интервале запаздывания $t \in [-\tau, 0]$;

- η_i , $i=1,2$ – минимально допустимое количество абонентов, которое обеспечивает нормальное функционирование предприятия Билайн и его конкурентов соответственно;

- α – минимальная средняя стоимость минуты связи оператора Билайн, при которой затраты на издержки не превысят выручку, получаемую от использования услуг сотовой связи (себестоимость минуты связи);

- β – максимальная средняя стоимость минуты связи оператора Билайн, позволяющая оператору оставаться конкурентно способным на рынке.

Таким образом, задача оптимального управления поведением предприятия сотовой связи заключается в нахождении такой тарифной политики оператора Билайн $\bar{u}_1(t)$, $t \in [0, T)$, которая доставляла бы минимум

функционалу, характеризующего отклонение от плановой траектории развития абонентской базы:

$$J(u_1) = (M - x_1(T))^2 + \int_0^T (r(t) - x_1(t))^2 Q dt \rightarrow \min, \quad (5)$$

при динамических ограничениях (4), где $t \in [0, T]$, начальных условиях:

$x_i(t) = \varphi_i(t)$, $t \in [-\tau, 0]$, $i = 1, 2$, фазовых ограничениях: $x_i(t) \geq \eta_i$, $i = 1, 2$ и

ограничении на управление: $\alpha \leq u_1(t) \leq \beta$, $t \in [0, T]$

Для решения поставленной задачи применим принцип максимума Понтрягина для системы с постоянным запаздыванием.

Решение краевой задачи принципа максимума Понтрягина аналитически весьма затруднительно, поэтому был разработан программный продукт, реализующий ее численное решение. В его основе лежит алгоритм метода проекций градиента, учитывающий штрафные слагаемые.

Исследуем влияние плановой траектории $r(t)$ развития абонентской базы оператора Билайн на характер управления $u_1(t)$, и как следствие на прирост числа потребителей услуг оператора Билайн. Для этого смоделируем следующую практическую ситуацию (параметры, выбранные для моделирования, представлены в таблице 1).

Таблица 1 – Значения параметров при моделировании влияния тарифной политики оператора Билайн на прирост числа абонентов

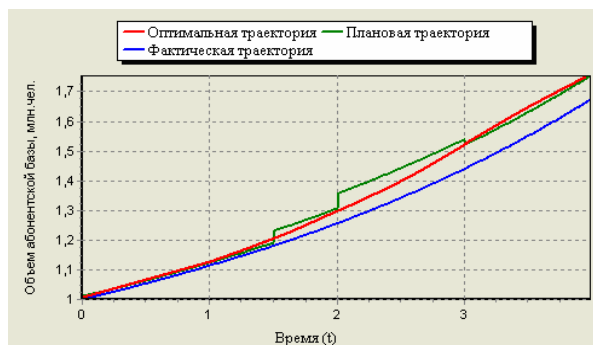
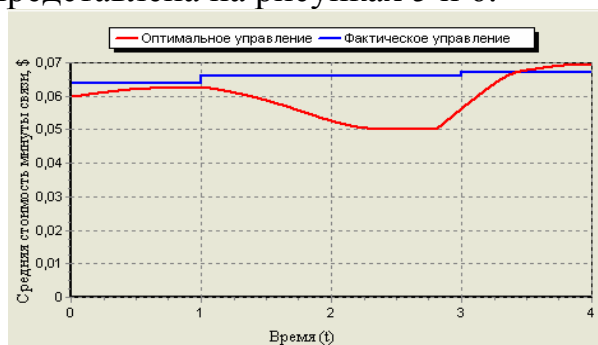
Параметр	T	$\varphi_1(t)$	$\varphi_2(t)$	η_1	η_2	α	β	Q
Значение	4	1	3	1	3	0,05	0,07	12,3
Единицы измерения	квартал	млн. чел.	млн. чел.	млн. чел.	млн. чел.	USD	USD	USD

Средняя стоимость услуг связи для второго участника рынка $u_2(t)$, как правило, не известна, но может быть оценена из динамики предыдущей тарифной политики и тенденций развития рынка.

В качестве плановой траектории движения $r(t)$ с учетом запаса выберем следующую последовательность векторов. На промежутке до середины 2 квартала запланируем прирост абонентской базы Билайн на 10 тыс. человек по сравнению с фактической траекторией развития абонентской базы, которая определялась из имеющихся данных о фактическом управлении на рассматриваемом отрезке времени. С середины до конца второго квартала – на 50 тыс. человек. До конца 3 квартала увеличим прирост в объеме равном 100 тыс. человек. Поскольку в реальной ситуации может возникнуть проблема перегруженности сотовой связи, на интервале с 3 по 4 квартал уменьшим плановый прирост до 80 тыс. человек.

В результате работы программы получим оптимальную траекторию изменения средней стоимости минуты связи оператора Билайн, обеспечивающую выполнение плана развития абонентской базы оператора с учетом запаса. Графическое представление оптимального управления и

соответствующая ему траектория развития абонентской базы оператора Билайн представлена на рисунках 5 и 6.



Рисунки 5 и 6 – Оптимальная тарифная политика и динамика развития абонентской базы оператора Билайн при использовании оптимальной политики

Из анализа полученного результата следует, что с 1 квартала рассматриваемого периода алгоритм предполагает снижение стоимости минуты связи и минимально возможное значение (0,05 USD) фиксирует с середины 3 квартала. Далее необходимо повышение стоимости минуты связи, и к концу 4 квартала она достигнет максимального значения (0,07 USD).

Результатом оптимального управления является существенный рост числа потребителей услуг оператора Билайн. В таблице 2 приведены значения планируемого прироста абонентов Билайн и полученные в результате оптимального управления.

Таблица 2 – Сравнение планируемого прироста абонентской базы и прироста полученного в результате оптимальной тарифной политики

Отрезок времени, квартал	Прирост абонентской базы, тыс. чел.	
	по плану	получили
[0;1,5]	10	23
(1,5;2]	50	52
(2;3]	100	80
(3;4]	80	87

Анализируя развитие абонентской базы оператора Билайн, полученное в результате оптимальной тарифной политики, и динамику плановой траектории развития абонентской базы, а также результаты таблицы 2 можно заключить следующее. Предложенный в качестве критерия качества квадратичный функционал, минимизирующий отклонение от плановой траектории развития абонентской базы оператора сотовой связи с учетом запаса, позволяет рассматривать различные сценарии поведения предприятий на рынке и находить управленческие решения, реализующие эти сценарии.

Созданный программный продукт обеспечивает руководителей предприятия сотовой связи инструментарием поддержки принятия управленческих решений по разработке мероприятий в части тарифной политики для выполнения плана объема абонентской базы.

Отметим, что уточнение параметров модели при поступлении новой информации об абонентской базе и тарифной политике операторов позволит

повысить точность моделирования, прогнозирования, оценивания потенциальной емкости рынка и эффективность управления поведением предприятия в условиях конкуренции на рынке предоставляемых услуг.

Список использованных источников

1. Алексеев, В.М. Оптимальное управление: учеб. пособие / В.М. Алексеев, В.М. Тихомиров, С.В. Фомин. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1979. – 432 с.
2. Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов: учеб. для вузов / Т. Андерсон. – М.: Мир, 1976. – 343 с.
3. Андреева, Е.А. Управление системами с последствием: учеб. для вузов / Е.А. Андреева, В.Б. Колмановский, Л.Е. Шайхет. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1992. – 336с.
4. Андреева, Е.А. Вариационное исчисление и методы оптимизации: учеб. для вузов / Е.А. Андреева, В.М. Цирулева. – Оренбург-Тверь: ГОУ ОГУ, Твер. гос. ун-т, 2004. – 575 с.
5. Андреева, Е.А. Математическое моделирование: учеб. пособие / Е.А. Андреева, В.М. Цирулева. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2004. – 502 с.
6. Вольтерра, В. Математическая теория борьбы за существование: учеб. для вузов / В. Вольтерра. – М.: Наука, 1976. – 288 с.
7. Гантмахер, Ф.Р. Теория матриц: учеб. для вузов / Ф.Р. Гантмахер. – М.: Наука, 1967. – 560 с.
8. Колмановский, В.Б. Задачи оптимального управления / В.Б. Колмановский // Соросовский образовательный журнал. – 1997. – № 6. – С. 121-127.
9. Моисеев Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем: учеб. для вузов / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1971. – 424 с.
10. Прасолов, А.В. Применение метода локального моделирования к экономическим задачам: учеб. для вузов / А.В. Прасолов, А.В. Степанов. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 1998. – 268 с.
11. Прасолов, А.В. Математические методы экономической динамики: учеб. для вузов / А.В. Прасолов. – СПб.: СПбГУЭФ, 2008. – 352 с.
12. Степанов, А. В. Математические методы и алгоритмы численного моделирования динамических процессов: дис. канд. физ.-мат. наук. / А.В. Степанов. – СПбГУ, 1996. – 143 с.
13. Тихомиров, Н.П. Эконометрика: учебник / Н.П. Тихомирова, Е.Ю. Дорохина. – М.: Изд-во Рос. экон. акад., 2002. – 640 с.
14. Черепанов, О.И. Элементарные основы теории идентификации систем: учеб. пособие / О.И. Черепанов. – М.: Мир, 2004. – 133 с.

Решение уравнений мелкой воды над неровным подвижным дном

Родина М.С.

Научный руководитель – профессор, д.ф.-м.н. Захаров Ю.Н.

Кемерово, Кемеровский государственный университет

Влияние изменения формы дна на поведение поверхностных волн до сих пор недостаточно изучено. Хотя знание этого влияния часто является практически важным, например, известно, что волны цунами возникают или при подводных землетрясениях, или при сходе придонных отложений со склонов подводных гор. В силу того, что проведение натурных и лабораторных экспериментов практически невозможно, единственным способом изучения данной проблемы является математическое моделирование. Как известно [1], существуют несколько моделей, описывающих движение поверхностных волн разной степени сложности и адекватности реальному процессу их распространения. Но при решении любой из моделей, описывающей движение волн в безграничной среде, существует проблема переноса краевых условий с бесконечности на границу области. Настоящая работа и посвящена численному изучению влияния изменения формы дна на поведение поверхностных волн с учетом переноса краевых условий с бесконечности на границу конечной области на примере достаточно простой модели мелкой волны.

1. Движение волн на поверхности безграничной тяжелой стратифицированной жидкости описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial((H-B)u)}{\partial x} + \frac{\partial((H-B)v)}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial t} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad u_0 = u(x, y, 0) \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + g \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0 \quad v_0 = v(x, y, 0) \\ \eta_0 = \eta(x, y, 0) \quad (2)$$

$$(x, y) \in \Omega, \quad t > 0$$

$$u(x, y, t), v(x, y, t), \eta(x, y, t) \rightarrow 0, \quad \text{при } x^2 + y^2 \rightarrow \infty \quad (3)$$

где $H = H(x, y)$ – функция дна, $B = B(x, y, t)$ – функция изменения дна, $\eta = \eta(x, y, t)$ – функция свободной поверхности, $u = u(x, y, t)$ – скорость по оси Ох, $v = v(x, y, t)$ – скорость по оси Оу, $g=9.8$ – ускорение свободного падения. $u_0(x, y, t)$, $v_0(x, y, t)$, $\eta_0(x, y, t)$ – начальные скорости и форма свободной поверхности.

Введем в области Ω неравномерную по пространственным переменным сетку Ω_h с шагом $h_{xi} = x_{i+1} - x_i$, $h_{yi} = y_{i+1} - y_i$ и равномерную с $\tau > 0$ по t . На этой сетке аппроксимируем систему (1) неявной разностной схемой.

$$\begin{aligned}
& \frac{\eta_{ij}^{n+1} - \eta_{ij}^n}{\tau} + \beta_1 \left[\frac{(H_{i+1j} - B_{i+1j}^{n+1})u_{i+1j}^{n+1} - (H_{i-1j} - B_{i-1j}^{n+1})u_{i-1j}^{n+1}}{h_{xi} + h_{xi-1}} + \frac{(H_{ij+1} - B_{ij+1}^{n+1})v_{ij+1}^{n+1} - (H_{ij-1} - B_{ij-1}^{n+1})v_{ij-1}^{n+1}}{h_{yi} + h_{yi-1}} \right] + \\
& (1 - \beta_1) \left[\frac{(H_{i+1j} - B_{i+1j}^n)u_{i+1j}^n - (H_{i-1j} - B_{i-1j}^n)u_{i-1j}^n}{h_{xi} + h_{xi-1}} + \frac{(H_{ij+1} - B_{ij+1}^n)v_{ij+1}^n - (H_{ij-1} - B_{ij-1}^n)v_{ij-1}^n}{h_{yi} + h_{yi-1}} \right] \\
& = \frac{B_{ij}^{n+1} - B_{ij}^n}{\tau} \\
& \frac{u_{ij}^{n+1} - u_{ij}^n}{\tau} + g \left[\beta_2 \frac{\eta_{i+1j}^{n+1} - \eta_{i-1j}^{n+1}}{h_{xi} + h_{xi-1}} + (1 - \beta_2) \frac{\eta_{i+1j}^n - \eta_{i-1j}^n}{h_{xi} + h_{xi-1}} \right] = 0 \\
& \frac{v_{ij}^{n+1} - v_{ij}^n}{\tau} + g \left[\beta_3 \frac{\eta_{ij+1}^{n+1} - \eta_{ij-1}^{n+1}}{h_{xi} + h_{xi-1}} + (1 - \beta_3) \frac{\eta_{ij+1}^n - \eta_{ij-1}^n}{h_{xi} + h_{xi-1}} \right] = 0 \tag{4}
\end{aligned}$$

$$i, j \in J, n = 0, 1, \dots, N, \beta_1, \beta_2, \beta_3 \in [0, 1]$$

где J - множество индексов. $u_{ij}^0 = u_0(x_i, y_j)$, $v_{ij}^0 = v_0(x_i, y_j)$, $\eta_{ij}^0 = \eta_0(x_i, y_j)$ - начальные условия. Если $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$, то схема (4) является явной, а если $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \frac{1}{2}$, то эта схема является схемой Кранка-Николсона и имеют порядок аппроксимации $O(\phi^2 + h^2)$, где $h = \max_{i,j} \{h_{xi}, h_{yi}\}$

При численном решении схемы (4) область решения $\Omega_k \subset \Omega$ должна быть конечной и для ее реализации необходимо каким-либо способом замкнуть схему (4) на границе Γ_k области Ω_k . Существуют несколько способов постановки условий на Γ_k (см [1]). Они позволяют достаточно эффективно решать поставленную задачу, но не являются универсальными. Мы предлагаем поступать следующим образом. Т.к. граница Γ_k принадлежит области Ω и тем самым на ней выполняется система (1), а характер течения на Γ_k чаще всего определяется влиянием поведения решения внутри Ω_k , то мы можем замкнуть схему (4), аппроксимируя на Γ_k , например, внутри области Ω_k , систему (1). В итоге, схема (4) с таким замыканием на Γ_k представляет собой систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

(5)

$$Aw = f$$

относительно вектора переменных $w^n = (\eta_{11}^{n+1}, \dots, \eta_{M1M2}^{n+1}, u_{11}^{n+1}, \dots, u_{M1M2}^{n+1}, v_{11}^{n+1}, \dots, v_{M1M2}^{n+1})^T$, где известный вектор правой части f зависит от η_{ij}^n , u_{ij}^n , v_{ij}^n , H_{ij}^n , $B_{ij}^n = B(x_i, y_j, n\tau)$, $B_{ij}^{n+1} = B(x_i, y_j, (n+1)\tau)$

Таким образом, для решения задачи (1), (2) предлагается следующий алгоритм. По известному вектору $\{u_{ij}^n, v_{ij}^n, \eta_{ij}^n\}$ на каждом временном шаге каким-либо итерационным методом находим приближенное решение системы (5) и принимаем его за решение схемы (4) на $(n+1)$ слое. Начальными данными

для итерационного метода естественно выбирать решение схемы (4) на n -м слое по времени.

Матрица A системы (5) является ленточной, не самосопряженной, не обладает свойством диагонального преобладания и может быть не знакоопределенной. Очевидно, свойство знакоопределенности зависит, в частности, от поведения функции изменения формы дна $B = B(x, y, t)$. А как известно (см, например, [2]) знакоопределенность необходима для построения быстросходящихся итерационных схем. Проверка этого свойства матрицы A крайне затруднительна, поэтому, для решения системы (5) мы используем итерационную схему

$$w^{k+1/2} = w^k - \tau_{k+1}(Aw^k - f) \quad (6.1)$$

$$w^{k+1} = w^{k+1/2} - \beta_{k+1} z^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (6.2)$$

$$w^0 = (\eta_{11}^n, \dots, \eta_{M1M2}^n, u_{11}^n, \dots, u_{M1M2}^n, v_{11}^n, \dots, v_{M1M2}^n)^T$$

где τ_{k+1} - итерационный параметр. α_{k+1} - диагональная матрица итерационных параметров. На каждом шаге по времени итерационная схема считалась сходящейся, если выполнялось условие

$$\|Aw^k - f\| = \|r^k\| = \left(\sum_{i,j}^{M1-1, M2-1} r_{ij}^2 h_{xi} h_{yi} \right)^{\frac{1}{2}} \leq 10^{-3}$$

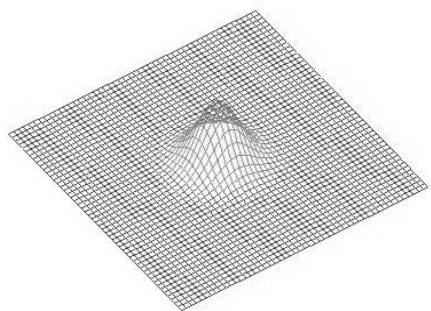
В [3] показано, что итерационная схема (6) при правильно выбранном α_{k+1} сходится независимо от знакоопределенности матрицы A . При этом, если $A > 0$, то схема (6) сходится быстрее, чем градиентные схемы вида (6.1), где τ_{k+1} выбирается из условия минимальности квадратичного функционала погрешности.

2. Для проверки эффективности предлагаемого алгоритма решения задач (1-3) были проведены тестовые расчеты движения поверхностных волн над ровным, неровным и изменяющим свою форму дном. Следует отметить, что показываемые картины приведены в единичном квадрате. Ω_k . Правильность решения проверялась следующим образом: в начале задача решалась в области Ω_k^1 , пока волны полностью не выйдут, затем в области Ω_k^2 , охватывающую Ω_k^1 . И сравнивались оба решения в меньшей области Ω_k . Во всех случаях решения отличались друг от друга на 1-2%.

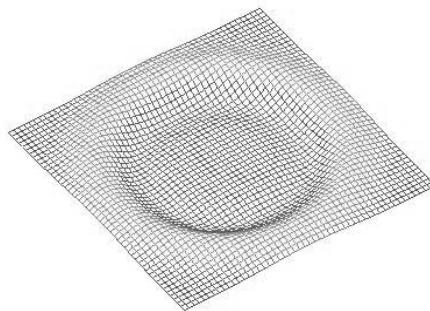
На Рисунке 1. приведена картина дифракции волны над ровным дном, из которой видно, что волны выходят из области без искажений. Здесь и далее показаны расчеты. Когда сетка была равномерной по x и y с шагом $h = 0.02$

$$H(x, y) = 0.1, u_0 = v_0 = 0, \eta_0 = 10^{-2} * e^{-100 * \left(\left(\frac{x}{N_x} - \frac{1}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{N_y} - \frac{1}{2} \right)^2 \right)} \quad B = 0,$$

На Рисунке 2 приведены изменения начального возмущения свободной поверхности над неровным дном



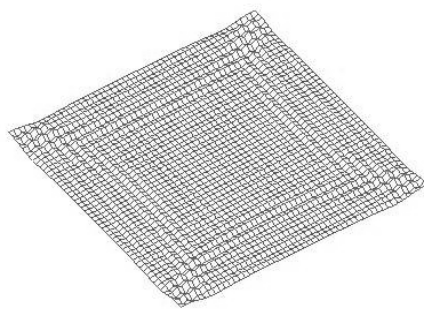
$t=0$



$t=0.4$

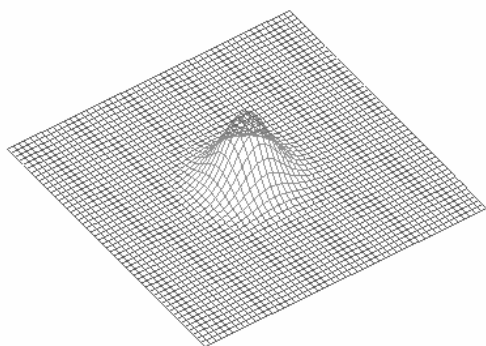


$t=0.6$

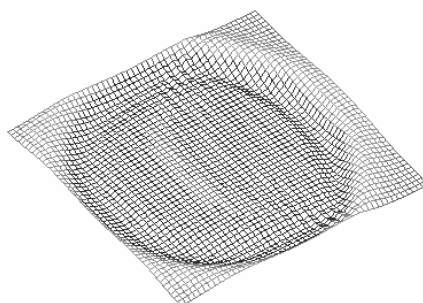


$t=0.8$

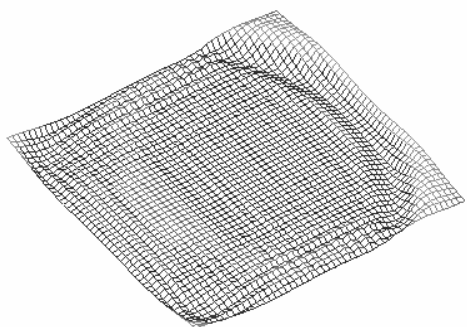
Рисунок 1



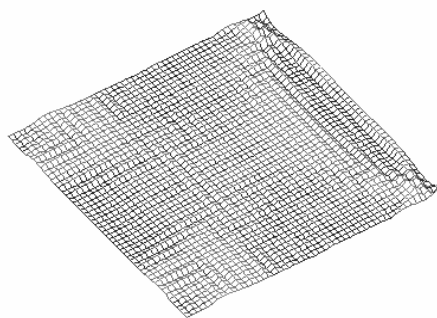
$t=0$



$t=0.4$



$t=0.6$



$t=0.8$

Рисунок 2

$$H = \begin{cases} 0, x \in [0, 1/40) \\ 0.6, x \in [1/40, 1] \end{cases} \quad \eta = 10^{-3} * e^{-100 * ((\frac{i}{Nx} - \frac{1}{2})^2 + (\frac{j}{Ny} - \frac{1}{2})^2)} \quad B = 0, u_0 = v_0 = 0$$

На Рисунке 3 показано возникновение поверхностных волн при изменении форм дна.

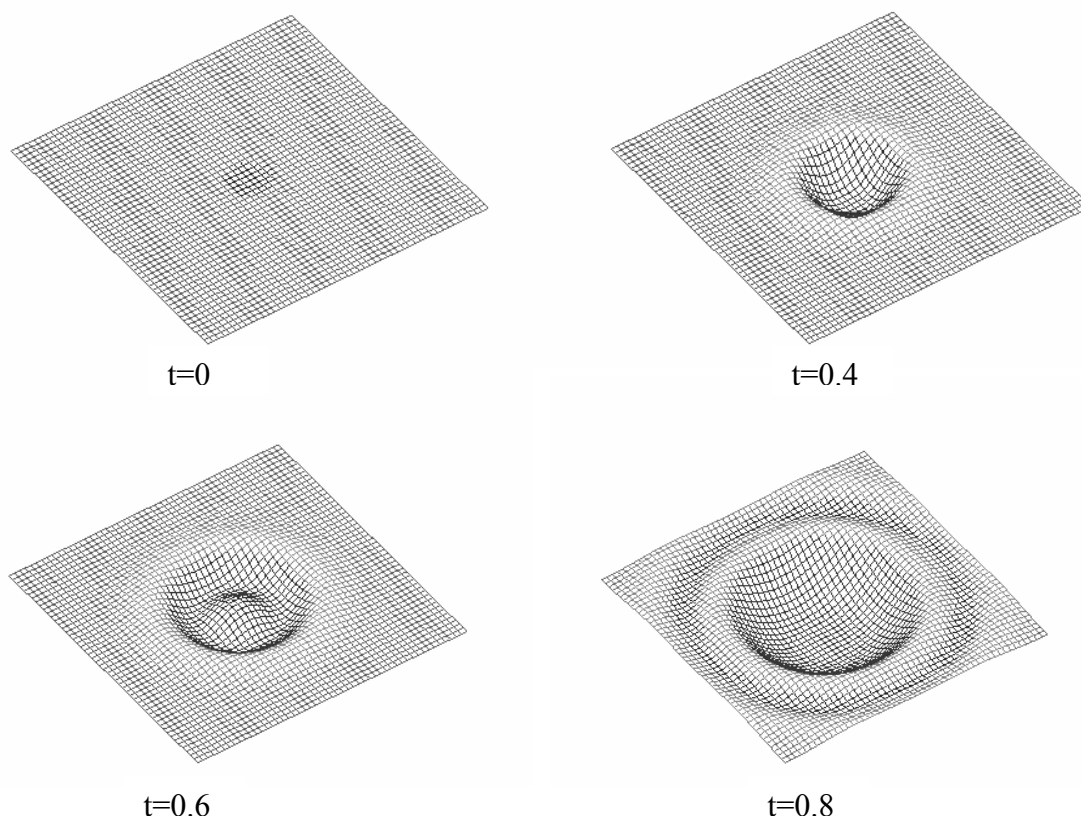


Рисунок 3

$$H(x, y) = 0.1, u_0 = v_0 = 0$$

$$B(x, y, t) = C_1 * e^{-C_2 * ((\frac{i}{Nx} - \frac{1}{2})^2 + (\frac{j}{Ny} - \frac{1}{2})^2)} \quad \therefore,$$

где C_2 уменьшается с 100 до 0, а C_1 подбирается таким образом, чтобы интеграл от $B(x, y, t)$ сохранял свое значение на каждом временном слое. Следует заметить, что, для удобства просмотра полученного изображения, значения функции свободной поверхности $\eta(x, y, t)$ умножались на 100.

Список использованных источников

1. Ан.Г.Марчук Л.Б.Чубаров Ю.И.Шокин «Численное моделирование волн цунами» // Численные методы механики сплошной среды. – Новосибирск, 1983 –с. 71-74
2. Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 1987.
3. Захаров Ю.Н. «Итерационные схемы неполной аппроксимации» // Численные методы механики сплошной среды. – 1985 – т. 16 - № 6 – с. 77-83.

Метод контроля качества в бикомпозиционных материалах

Рубанов В.А.

Научные руководители – профессор, д.т.н. Абдеев Р.Г.,

преподаватель Железняков А.Н.

Уфа, Уфимский филиал Оренбургского государственного университета

В настоящее время, широкое распространение получили композиционные материалы, повышающие прочность и долговечность изготавливаемых изделий в различных отраслях промышленности. Состав композита влияет на физические свойства материала. В связи с этим возникает задача оценки количества примесей в бикомпозиционном материале.

В настоящее время широко распространены методы разрушающего контроля качества материалов, недостатком которых является высокая трудоёмкость и себестоимость. Поэтому разработка методов неразрушающего экспресс-контроля качества материалов является актуальной задачей.

Одним из перспективных направлений контроля качества композитных материалов является метод пропускания излучения различной природы сквозь изучаемый материал. Параметры прошедшего сквозь образец сигнала будут зависеть от диэлектрических свойств применяемых компонентов и их процентного состава. Существенное значение имеет и ориентации примеси в основном материале. Так, например, если примесь П имеет форму овала, то сигнал, пройдя по направлению C_2 через примесь П, будет иметь ослабление выше, чем по C_1 . В результате от ориентации примеси в направлении облучения появляется дополнительная погрешность, которая обусловлена характерным отличием диаметров зёрен примесей.

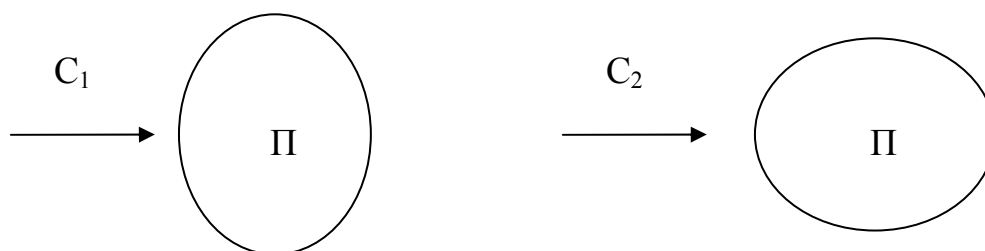


Рисунок 1 – Ориентация примеси на пути прохождения излучения

Для увеличения точности определения количества примесей от их случайной ориентации в основном компоненте, используют многократные измерения при вращении исследуемого материала в поле излучения с последующим усреднением их результатов.

Такой метод сложно реализуем для крупногабаритных изделий. Поэтому нами предлагается следующий метод, позволяющий создать квазивращающийся вектор внутри контролируемого образца.

Рассмотрим образец квадратного сечения на смежных сторонах которого установлены излучатели Г1 и Г2, напротив них – детекторы Д1, Д2, а в центре находится примесь П, как на рисунке 2.

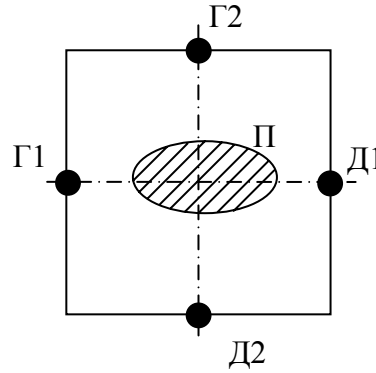


Рисунок 2 – Расположение двух пар излучателей-приёмников:

Г1, Г2 –излучатели; Д1, Д2 –детекторы; Н - примесь.

На детектор Д1 воздействуют излучаемые волны от обоих генераторов. Каждая из этих волн, пришедшая на Д1, содержит в себе информацию о среде, через которую она прошла – её амплитуду и фазовый набег.

Амплитуда результирующего воздействия на детектор Д1 от двух излучателей Г1 и Г2, будет определяться по принципу суперпозиций – как векторная сумма сигналов, прошедших сквозь образец от этих излучателей:

$$|\vec{C}| = \sqrt{|\vec{A}_1|^2 + |\vec{A}_2|^2 + 2 \cdot |\vec{A}_1| \cdot |\vec{A}_2| \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}, \quad (1)$$

где $\vec{A}_1$ и $\vec{A}_2$ – вектора, пришедшие на детектор от излучателей Г1 и Г2 соответственно; φ_1 и φ_2 – фазы этих сигналов в момент детектирования.

Рассмотрим модель из n пар излучателей и приёмников, а значения амплитуд пройденных лучей $|\vec{A}_i|$ имеют равномерное случайное распределение в интервале $[A - \alpha; A + \alpha]$, где A – истинное значение луча, прошедшего сквозь исследуемый материал, α – максимальное отклонение толщин зёрен примесей.

Среднее значение детектируемых амплитуд определится как:

$$|A_{cp}| = \frac{1}{J \cdot n} \cdot \sum_{i=1}^J \sum_{k=1}^n C_{ik}, \quad (3)$$

где k – номер детектора, на который действует результирующая приходящих сигналов; C_{ik} – результирующий сигнал на k -том детекторе; i – номер измерения; J – количество измерений; n – число пар излучатель-приёмник.

Определим минимальное значение разброса среднего арифметического при многократных измерениях детектируемых лучей.

Среднее квадратичное отклонение:

$$CKO_i = \sqrt{\frac{\sum_{q=1}^i \left(C_q - \frac{1}{i} \cdot \sum_{r=1}^i C_r \right)^2}{i-1}}. \quad (4)$$

Абсолютная погрешность:

$$\Delta_i = \frac{CKO_i}{\sqrt{i}}. \quad (5)$$

Относительная погрешность:

$$\delta_i = \frac{\Delta_i}{A_i}. \quad (6)$$

Рассмотрим результат имитационного моделирования отклонений среднего значения для $n = 2$ и $n = 3$ (рисунок 3). При увеличении измерений свыше 500 раз, относительная погрешность δ среднего значения $|\bar{A}_{ki}|$, при $n=2$ и $\alpha=10\%$, не превышает 2 %. При отклонениях прошедших лучей через исследуемый образец с 20 % и 30 %, значение минимальной погрешности δ увеличивается до 3 и 4 % соответственно.

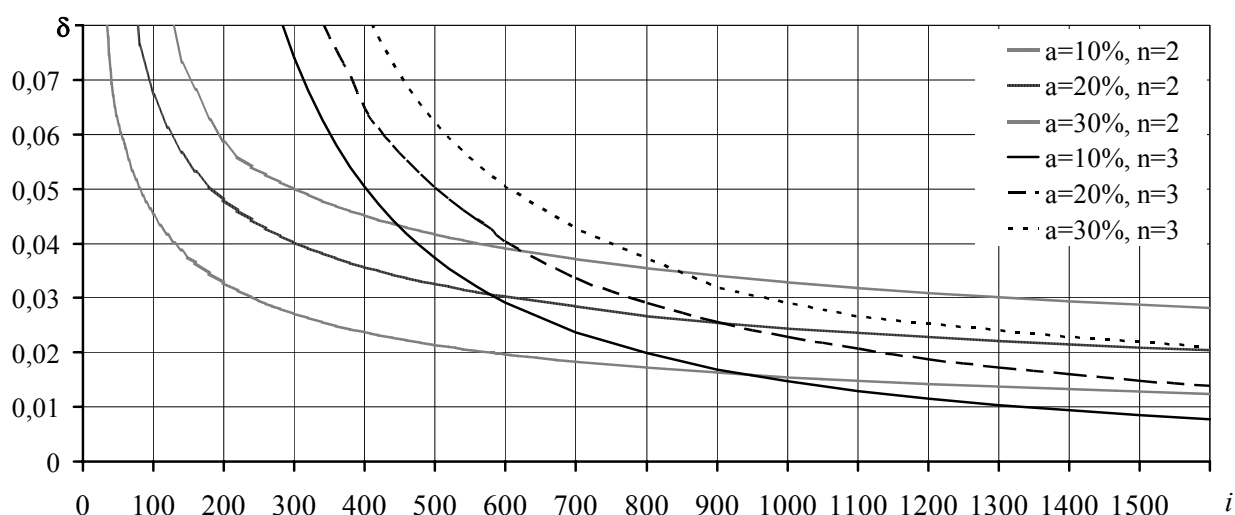


Рисунок 3. Относительная погрешность среднего арифметического значения детектируемых сигналов при $n=2$ и $n=3$

Результаты эксперимента показывают, что, используя два излучателя ($n=2$) для экспресс определения объёмного состава исследуемого бикомпозиционного материала, возможно, получить суммарный сигнал с отклонениями, не превышающими 2%, на образце с примесями, дающими 10% методической погрешности на приборах при $n=1$.

Таким образом, описанный выше метод позволяет, повысить точность экспресс определения состава бикомпозиционных материалов в несколько раз.

Список использованных источников

1. Ахиезер А.И., Ахиезер И.А. Электромагнетизм и электромагнитные волны: Учебное пособие для вузов. - Высш. школа, М.:1985. -504 с.

Оценка риска инвестиционного проекта методом нечетко-множественного анализа

Сероштанова И.Ю.

Научный руководитель – старший преподаватель Руцкова И.Г.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Проблема риска и дохода является одной из ключевых в финансовой и производственной деятельности рыночных отношений. Для любого бизнеса важным является не избежание риска вообще, а предвидение и снижение его до минимального уровня.

Инвестиционная деятельность предприятий, инвестиционная активность государства и его инновационное развитие также подвержены возникновению рискованных ситуаций, которые представляют собой элемент неопределённости. Любой инвестиционный проект не может работать без риска, как и не может быть полностью преодолен ни один из видов риска.

Под инвестиционным риском понимается риск, связанный с возможным обесцениванием инвестиционно-финансового портфеля, состоящего как из собственных ценных бумаг, так и приобретенных [4].

Принятие инвестиционных решений чаще всего происходит в условиях информационной неопределенности, а именно, в условиях, когда инвестор не может заранее точно оценить параметры проекта, а может лишь предположить, какими денежными ресурсами он будет располагать при его реализации, поэтому уместно параметры инвестиционного проекта представлять в виде нечетких треугольных чисел (симметричных или общего вида).

В качестве параметра оценки инвестиционного проекта рассмотрим NPV – чистую текущую стоимость проекта, т.е. стоимость, получаемую путем дисконтирования отдельно за каждый год разности всех оттоков и притоков денежных средств, накапливающихся за период функционирования проекта.

Положительное значение NPV считается подтверждением целесообразности инвестирования денежных средств в проект, а отрицательное, напротив, свидетельствует о неэффективности их использования.

Соотношение для нахождения NPV имеет следующий вид [3]:

$$NPV = -I + \sum_{i=1}^N \frac{\Delta V_i}{(1+r_i)^i} + \frac{C}{(1+r_{N+1})^{N+1}}, \quad (1)$$

где I – стартовый объем инвестиций;

N – число плановых периодов инвестиционного процесса;

ΔV_i – оборотное сальдо поступлений и платежей в i -ом периоде;

r_i – ставка дисконтирования, выбранная для i -го периода;

C – ликвидационная стоимость проекта.

Инвестиционный проект признается эффективным, когда NPV , оцененная формулой (1), больше определенного проектного уровня G (в самом распространенном случае $G = 0$) [2].

Пусть параметры инвестиционного проекта обладают «размытостью», т.е. их точное планируемое значение неизвестно, представим их в виде нечетких треугольных чисел: $\underline{I} = (I_{\min}; \bar{I}; I_{\max})$, $\underline{r}_i = (r_{i\min}; \bar{r}_i; r_{i\max})$, $\underline{\Delta V}_i = (V_{i\min}; \bar{\Delta V}_i; V_{i\max})$, $\underline{C} = (C_{\min}; \bar{C}; C_{\max})$, $\underline{G} = (G_{\min}; \bar{G}; G_{\max})$.

По каждому нечеткому числу в структуре исходных данных построим интервалы достоверности $[I_1, I_2]$, $[r_{i1}, r_{i2}]$, $[\Delta V_{i1}, \Delta V_{i2}]$, $[C_1, C_2]$, $[G_1, G_2]$ для заданного уровня $\alpha \in [0, 1]$ [3]. Для того чтобы найти границы интервалов достоверности, определяется уровень принадлежности α как ордината функции принадлежности нечеткого числа, тогда пересечение функции принадлежности с нечетким числом дает пару значений, которые и принято называть границами интервала достоверности.

Интервалы достоверности находятся сегментным методом следующим образом:

1. $k=1, \alpha = 0$,

$$[(I_1)_1, (I_2)_1] = [I_{\min}, I_{\max}], [(C_1)_1, (C_2)_1] = [C_{\min}, C_{\max}], [(r_1)_1, (r_2)_1] = [r_{1\min}, r_{N\max}],$$

$$[(\Delta V_1)_1, (\Delta V_2)_1] = [\Delta V_{1\min}, \Delta V_{N\max}], [(G_1)_1, (G_2)_1] = [G_{\min}, G_{\max}]; \quad (2)$$

2. Задаем q – количество интервалов достоверности. Определяем шаг $h = \frac{1}{q}$;

3. $k = k + 1, \alpha_k = \alpha_{k-1} + h$,

$$(r_1)_k = (r_1)_{k-1} + h_1, \quad (r_2)_k = (r_2)_{k-1} - h_2, \quad h_1 = \frac{\bar{r}_1 - r_{1\min}}{q}, \quad h_2 = \frac{r_{N\max} - \bar{r}_N}{q},$$

$$(\Delta V_1)_k = (\Delta V_1)_{k-1} + h_3, \quad (\Delta V_2)_k = (\Delta V_1)_{k-1} - h_4, \quad h_3 = \frac{\bar{\Delta V}_1 - \Delta V_{1\min}}{q}, \quad h_4 = \frac{\Delta V_{N\max} - \bar{\Delta V}_N}{q},$$

$$(I_1)_k = (I_1)_{k-1} + h_5, \quad (I_2)_k = (I_2)_{k-1} - h_6, \quad h_5 = \frac{\bar{I}_1 - I_{1\min}}{q}, \quad h_6 = \frac{I_{1\max} - \bar{I}_1}{q}, \quad (3)$$

$$(C_1)_k = (C_1)_{k-1} + h_7, \quad (C_2)_k = (C_2)_{k-1} - h_8, \quad h_7 = \frac{\bar{C}_1 - C_{1\min}}{q}, \quad h_8 = \frac{C_{1\max} - \bar{C}_1}{q},$$

$$(G_1)_k = (G_1)_{k-1} + h_9, \quad (G_2)_k = (G_2)_{k-1} - h_{10}, \quad h_9 = \frac{\bar{G} - G_{\min}}{q}, \quad h_{10} = \frac{G_{\max} - \bar{G}}{q};$$

4. Определяем интервалы достоверности параметра NPV :

$$[(NPV_1)_k, (NPV_2)_k] = \left[-(I_2)_k + \sum_{i=1}^N \frac{(\Delta V_1)_k}{(1 + (r_2)_k)^i} + \frac{(C_1)_k}{(1 + (r_2)_k)^{N+1}}, -(I_1)_k + \sum_{i=1}^N \frac{(\Delta V_2)_k}{(1 + (r_1)_k)^i} + \frac{(C_2)_k}{(1 + (r_1)_k)^{N+1}} \right],$$

$$k = \overline{1, q+1}.$$

Перейдем к оценке риска инвестиций. На рисунке 1 представлены произвольные функции принадлежности параметра NPV и критериального значения G .

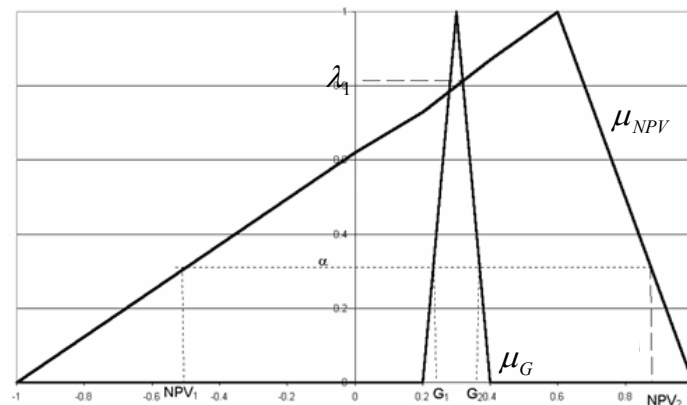


Рисунок 1 – Соотношение параметра NPV и критерия эффективности G

Точка пересечения этих двух функций с наибольшей по величине ординатой называется верхней границей зоны риска λ_1 .

Выберем произвольный уровень принадлежности α и определим сегментным методом соответствующие интервалы $[NPV_1, NPV_2]$ и $[G_1, G_2]$. При $\alpha > \lambda_1$ и $NPV_1 > G_2$, интервалы не пересекаются, и уверенность в том, что проект эффективен, стопроцентная, степень риска неэффективности инвестиций в этом случае равна нулю.

Рассмотрим случай, когда интервалы пересекаются, т.е. при $0 \leq \alpha \leq \lambda_1$.

В фазовом пространстве (NPV, G) выделим прямоугольник, ограниченный левыми и правыми точками NPV и G . Этот прямоугольник представляет собой поле равновозможных событий, характеризующих результат инвестиционного процесса.

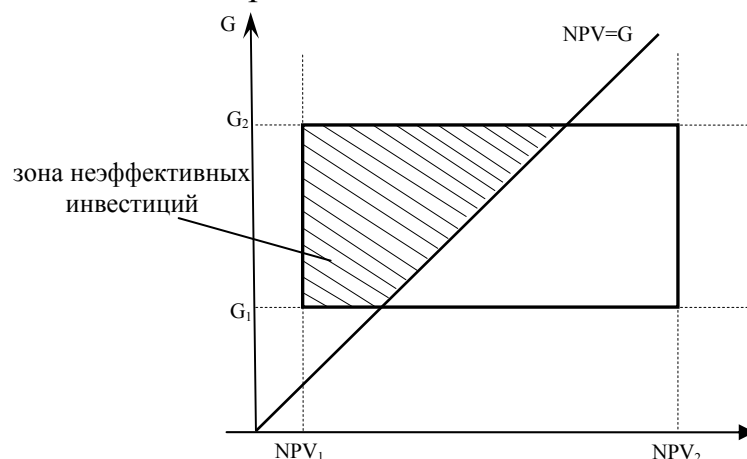


Рисунок 2 – Зона неэффективных инвестиций для случая $NPV_1 \leq G_1 < G_2 \leq NPV_2$

На рисунке 2 показана заштрихованная зона неэффективных инвестиций, ограниченная прямыми $G = G_1$, $G = G_2$, $NPV = NPV_1$, $NPV = NPV_2$ и биссектрисой

координатного угла $G = NPV$. Взаимные соотношения параметров $G_{\min, \max}$ и $NPV_{\min, \max}$ дают следующий расчет для площади заштрихованной плоской фигуры [1]:

$$S = \begin{cases} 0, & NPV_{\min} \geq G_{\max}, \\ \frac{(G_{\max} - NPV_{\min})^2}{2}, & G_{\min} < NPV_{\min} < G_{\max} \leq NPV_{\max}, \\ \frac{(G_{\min} - NPV_{\min}) + (G_{\max} - NPV_{\min})}{2} \cdot (G_{\max} - G_{\min}), & NPV_{\min} \leq G_{\min} < G_{\max} \leq NPV_{\max}, \\ \frac{(G_{\max} - NPV_{\max}) + (G_{\max} - NPV_{\min})}{2} \cdot (NPV_{\max} - NPV_{\min}), & G_{\min} \leq NPV_{\min} \leq NPV_{\max} \leq G_{\max}, \\ (G_{\max} - G_{\min})(NPV_{\max} - NPV_{\min}) - \frac{(NPV_{\max} - G_{\min})^2}{2}, & NPV_{\min} \leq G_{\min} \leq NPV_{\max} \leq G_{\max}, \\ (G_{\max} - G_{\min})(NPV_{\max} - NPV_{\min}), & NPV_{\max} \leq G_{\min}. \end{cases} \quad (4)$$

Так как все реализации (NPV, G) при заданном уровне принадлежности α равновозможны, то степень риска неэффективности проекта $\varphi(\alpha)$ есть вероятность события, соответствующего попаданию точки (NPV, G) в зону неэффективных инвестиций, которую можно определить, используя геометрическое определение вероятности:

$$\varphi(\alpha) = \frac{S}{(G_{\max} - G_{\min})(NPV_{\max} - NPV_{\min})}, \quad (5)$$

где S оценивается по формуле (4).

Если фактор $G = \bar{G}$ т.е. имеет точечную оценку, то (5) преобразуются к виду:

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} 0, & G < NPV_{\min}, \\ \frac{G - NPV_{\min}}{NPV_{\max} - NPV_{\min}}, & NPV_{\min} \leq G \leq NPV_{\max}, \\ 1, & G > NPV_{\max}. \end{cases} \quad (6)$$

Если $NPV = \overline{NPV}$, то получаем:

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} 0, & G_{\max} < NPV, \\ \frac{G_{\max} - NPV}{G_{\max} - G_{\min}}, & G_{\min} \leq NPV \leq G_{\max}, \\ 1, & G_{\min} > NPV. \end{cases} \quad (7)$$

Если $G = (G_{\min}, \bar{G}, G_{\max})$ и $NPV = (NPV_{\min}, \overline{NPV}, NPV_{\max})$ – треугольные числа симметричного или общего вида, $NPV_{\alpha} = [NPV_{1\alpha}, NPV_{2\alpha}]$ и $G_{\alpha} = [G_{1\alpha}, G_{2\alpha}]$ – множество интервалов достоверности, определенных сегментным методом, для соответствующего заданного уровня достоверности α , степень риска определяется по формуле (5) для каждого уровня α . Суммарное значение степени риска для всех $\alpha \in [0,1]$ может быть определено двумя способами [3]:

1. приближенно (как конечная сумма):

$$\Phi_{II} = \sum_{k=1}^{q+1} \varphi(\alpha)h, \quad (8)$$

где $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{q+1})$, $\alpha_1 = 0$, $\alpha_i = \alpha_{i-1} + h$, $i = \overline{2, q+1}$, $h = \frac{1}{q}$ – дискрет сегментирования (шаг).

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} 0, & G_{2\alpha} \leq NPV_{1\alpha}, \\ \varphi_1 = \frac{(G_{2\alpha} - NPV_{1\alpha})^2}{2(G_{2\alpha} - G_{1\alpha})(NPV_{2\alpha} - NPV_{1\alpha})}, & G_{1\alpha} < NPV_{1\alpha} < G_{2\alpha} \leq NPV_{2\alpha}, \\ \varphi_2 = \frac{(G_{1\alpha} - NPV_{1\alpha}) + (G_{2\alpha} - NPV_{1\alpha})}{2(NPV_{2\alpha} - NPV_{1\alpha})}, & NPV_{1\alpha} \leq G_{1\alpha} < G_{2\alpha} \leq NPV_{2\alpha}, \\ \varphi_3 = \frac{(G_{2\alpha} - NPV_{2\alpha}) + (G_{2\alpha} - NPV_{1\alpha})}{2(G_{2\alpha} - G_{1\alpha})}, & G_{1\alpha} \leq NPV_{1\alpha} \leq NPV_{2\alpha} \leq G_{2\alpha}, \\ \varphi_4 = 1 - \frac{(NPV_{2\alpha} - G_{1\alpha})^2}{2(G_{2\alpha} - G_{1\alpha})(NPV_{2\alpha} - NPV_{1\alpha})}, & NPV_{1\alpha} \leq G_{1\alpha} \leq NPV_{2\alpha} \leq G_{2\alpha}, \\ \varphi_5 = 1, & NPV_{2\alpha} \leq G_{1\alpha}. \end{cases} \quad (9)$$

2. точно (через интеграл):

$$\Phi_T = \int_0^1 \varphi(\alpha) d\alpha, \quad (10)$$

где $\varphi(\alpha)$ определяется соотношением (9).

Таким образом, точная оценка степени риска определяется соотношением вида:

$$\Phi_T = \int_0^1 \varphi(\alpha) d\alpha = 0 + \int_{\beta_0}^{\beta_1} \varphi_1(\alpha) d\alpha + \int_{\beta_1}^{\beta_2} \varphi_2(\alpha) d\alpha + \int_{\beta_2}^{\beta_3} \varphi_3(\alpha) d\alpha + \int_{\beta_3}^{\beta_4} \varphi_4(\alpha) d\alpha + \int_{\beta_4}^{\beta_5} \varphi_5(\alpha) d\alpha, \quad (11)$$

где $\beta_i, i = \overline{0,5}$ – ординаты точек пересечения функций принадлежности μ_G и μ_{NPV} , которые имеют вид (12) [5].

$$\mu_{NPV}(x) = \begin{cases} 0, & x \leq NPV_{\min}, \\ \frac{x - NPV_{\min}}{NPV - NPV_{\min}}, & NPV_{\min} < x \leq \overline{NPV}, \\ \frac{NPV_{\max} - x}{NPV_{\max} - \overline{NPV}}, & \overline{NPV} < x \leq NPV_{\max}, \\ 0, & x > NPV_{\max}. \end{cases} \quad \mu_G(x) = \begin{cases} 0, & x \leq G_{\min}, \\ \frac{x - G_{\min}}{\overline{G} - G_{\min}}, & G_{\min} < x \leq \overline{G}, \\ \frac{G_{\max} - x}{G_{\max} - \overline{G}}, & \overline{G} < x \leq G_{\max}, \\ 0, & x > G_{\max}. \end{cases} \quad (12)$$

Значения $\beta_i, i = \overline{0,5}$ определяются из равенства функций μ_G и μ_{NPV} на соответствующих интервалах достоверности.

В случаях, когда один из параметров NPV или G задан нечетким треугольным числом, а другой интервалом или действительным числом, приближенная и точная оценка степени риска рассчитываются аналогично случаю двух треугольных чисел, за исключением того, что интервалы достоверности строятся только для одного из параметров, а именно для того, который задан в виде треугольного числа.

В качестве примера рассмотрим инвестиционный проект «Технологическое развитие предприятия в 2006-2007 году», реализованный Тамбовским заводом «Комсомолец», совместно с Тамбовским Государственным Техническим Университетом [6].

Значения основных параметров рассматриваемого инвестиционного проекта представлены в таблице 1:

Таблица 1 – Параметры инвестиционного проекта «Технологическое развитие предприятия в 2006-2007 году»

Параметр проекта	Значение
Полная стоимость проекта (объем инвестиций)	2 000 000 евро
Срок жизни проекта	2 года
Начало реализации проекта	первый квартал 2006 года
Окончание реализации проекта	четвертый квартал 2007 года
Ставка дисконтирования	0,2
Оборотное сальдо	1
Остаточная стоимость	—
Величина риска	27%

Оценка риска данного проекта была проведена методом экспертных оценок и методом аналогий на стадии утверждения проекта, величина риска составила 27%.

Представим параметры проекта в виде нечетких треугольных чисел симметричного вида: $I = (1;1;1)$, $r = (0,1;0,2;0,3)$, $\Delta V = (0;1;2)$, $C = (0;0;0)$, $G = (-1;0;1)$.

Программно реализовав сегментный метод, и процедуру нахождения оценки степени риска, получаем результаты, представленные в таблице 2:

Таблица 2 – Полученные значения точной и приближенной оценки степени риска проекта

Вид параметра	Вид критерия эффективности G		
	Число	Интервал	Нечеткое треугольное число
NPV			
Число	27%	28,82%	28,34% – приближенная оценка
			28,26% – точная оценка
Интервал	28,85%	28,87%	28,79% – приближенная оценка
			28,54% – точная оценка
Нечеткое треугольное число	28,53% – приближенная оценка	28,38% – приближенная оценка	27,78% – приближенная оценка
	28,41% – точная оценка	28,15% – точная оценка	27,21% – точная оценка

Полученные значения степени неэффективности проекта близки к реальной оценке. Наиболее точное значение получено в случае «треугольное число + треугольное число» и составляет 27,21%, что лишь на 0,21% превышает экспертную оценку степени риска.

Список использованных источников

1. **Жирабок, А. Н.** Нечеткие множества и их использование для принятия решений: учеб. пособие / А. Н. Жирабок. - Владивосток, 2001.
2. **Москвин, В. А.** Управление рисками при реализации инвестиционных проектов: учеб. пособие / В. А. Москвин. - М., 2003, 240 с.
3. **Недосекин, А. О.** Оценка риска инвестиций по NPV произвольно-нечеткой формы: учеб. пособие / А. О. Недосекин. - СПб, Типография «Сезам», 2002. 115 с.
4. **Симкина, Л. Г.** Экономическая теория: учебник 2-е изд. / Л. Г. Симкина. - СПб.: Питер, 2008. – 384 с.: ил. - ISBN 978-5-91180-787-0.
5. **Яхьяева, Г. Э.** Нечеткие множества и нейронные сети: учебное пособие / Г.Э. Яхьяева. - М.: Интернет-Университет Информационных Технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. – 316 с.: ил. ISBN 978-5-94774-818-5.
6. **<http://www.zavkom.com>** – Сайт ОАО Тамбовский завод «Комсомолец» имени Н.С. Артемова.

Численное моделирование разрушения геоматериалов в задаче со смешанными краевыми условиями

Спиридонова Е.В.

Научный руководитель – доцент, д.т.н. Полкунов Ю.Г.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Под действием нагрузки геоматериалы проявляют различные условия поведения, которые зависят от условий и величины нагружения, а также минерального состава и структуры породы. Деформация таких материалов часто сопровождается изменением объема, они могут разрыхляться или уплотняться, соответственно формируются полосы сдвига, расширения или уплотнения.

В настоящее время, несмотря на значительный объем проведенных исследований, остается множество вопросов, касающихся решения конкретных задач, так как не получено полного понимания механизмов, происходящих в материалах под действием нагрузок. Поэтому решение вопросов связанных с разработкой численных моделей, используемых для моделирования процессов развития зияющих трещин в материалах со смешанными краевыми условиями и влияние этого процесса на устойчивость породы, приобретает особую актуальность.

Целью данной работы является разработка коэффициентов интенсивности напряжений первого и второго родов для трещин, имеющих на берегах смешанные краевые условия.

Постановка задачи. На рис.1 приведен разрез ОА бесконечной упругой плоскости, с зияющей трещиной, которая находится под действием сжимающих напряжений.

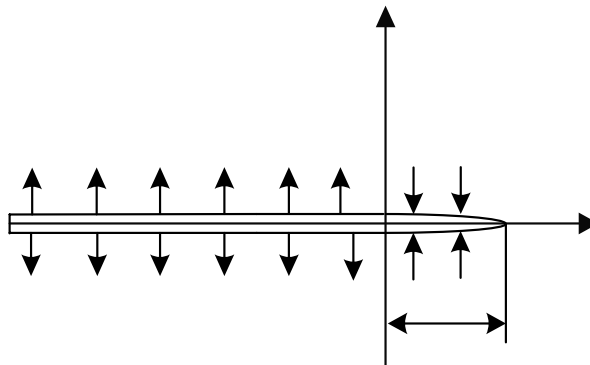


Рисунок 1. Математический разрез упругой плоскости с зияющей трещиной отрыва, которая находится под действием сжимающих напряжений

Краевые условия имеют вид:

$$\begin{aligned} u_n = h, \sigma_s = 0 \quad \text{при } y = 0, \quad A \leq x \leq 0; \\ \sigma_s = 0, \sigma_n = q \quad \text{при } y = 0, \quad 0 \leq x \leq B, \end{aligned}$$

где u_n - нормальные смещения берегов разреза;

σ_n, σ_s - нормальные и касательные напряжения соответственно;

h, q – заданные величины.

Граничные интегральные уравнения [3] для данной задачи приводились к следующей системе линейных уравнений:

$$\begin{aligned} 0 = (\sigma_s^i)_0 &= \sum_{j=1}^N A_{ss}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A_{sn}^{ij} D_n^j, \quad i = \overline{1, N}; \\ h = (u_n^i)_0 &= \sum_{j=1}^N B_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N B_{nn}^{ij} D_n^j, \quad i = \overline{1, M}; \\ q = (\sigma_n^i)_0 &= \sum_{j=1}^N A_{ns}^{ij} D_s^j + \sum_{j=1}^N A_{nn}^{ij} D_n^j, \quad i = \overline{M+1, N}, \end{aligned}$$

где N - количество всех граничных элементов;

M - количество граничных элементов на которые разбивается участок АО;

D_{nj}, D_{sj} - компоненты разрывов смещений j -ого отрезка трещины нормальном и касательном направлениях соответственно;

u_s^i - касательные перемещения;

u_n^i - нормальные перемещения;

σ_s^i, σ_n^i - касательные и нормальные напряжения на границе теласоответственно;

$B_{ssij}, B_{snij}, B_{nsij}, B_{nnij}, A_{ssij}, A_{snij}, A_{nsij}, A_{nnij}$ - фундаментальные решения.

Расчеты осуществлялись на основе формул (1) и (2), которые позволяют проводить анализ определения коэффициентов интенсивности напряжений, когда берега разреза находятся отдельно под действием нормальных и сдвиговых смещений [1]:

$$K_I = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{G}{2 \cdot (1 - \nu)} \cdot \lim_{x \rightarrow l} \frac{D_n}{\sqrt{L - x}}, \quad (1)$$

$$K_{II} = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{G}{2 \cdot (1 - \nu)} \cdot \lim_{x \rightarrow l} \frac{D_s}{\sqrt{L - x}}, \quad (2)$$

где

K_I, K_{II} - коэффициенты интенсивности напряжений первого и второго рода соответственно, $H / M^{3/2}$;

$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$ - модуль сдвига, H / M^2 ;

E – модуль Юнга, H / M^2 ;

L - длина трещины, м;

ν - коэффициент Пуассона.

В результате анализа результатов расчета было установлено, что величиной разреза ОА, не теряя точности, можно ограничиться и принять равной 0,1 м.

Решение подобной задачи было приведено в работе [2], где раскрытие зияющей трещины в аналитическом решении задачи имело следующий вид:

$$D_n = -\frac{4 \cdot h}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \sqrt{\frac{x}{L-x}} \right) + \frac{2 \cdot q \cdot (1-\nu)}{G} \cdot \sqrt{x \cdot (L-x)}. \quad (3)$$

Подставляя (3) в (1) получаем коэффициент интенсивности напряжений первого рода для полубесконечного разреза упругой плоскости с зияющей трещиной

$$K_I = \frac{G \cdot h \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{L \cdot \pi} (1-\nu)} - q \cdot \sqrt{\frac{\pi \cdot L}{2}}, \quad (4)$$

установленный в работе [1] на основе асимптотического критерия

$$K_I = \lim_{x \rightarrow L} \sigma_y \cdot \sqrt{2 \cdot \pi \cdot (x-L)}.$$

Численное исследование. В таблице 1 приведены результаты расчетов раскрытия берегов трещины нормального разрыва, вычисленные аналитически по формуле (3) и численно, при следующих входных значениях: $L = 0,01 \text{ м}$;

$h = 0,0000012 \text{ м}$; $q = 9,8 \cdot 10^4 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$; К – количество граничных элементов, на

которые разбивалась зияющая трещина; $\nu = 0,3$; $E = 3 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

Знак «-» перед D_n соответствует раскрытию трещины.

Таблица 1. Результаты моделирования нормального раскрытия зияющей трещины

К	х, см	D_n , см	
		аналитическое решение	численное решение
1	0,05	-0,0002045	-0,0001922
2	0,15	-0,0001775	-0,0001677
3	0,25	-0,0001580	-0,0001487
4	0,35	-0,0001411	-0,0001323
5	0,45	-0,0001253	-0,0001171
6	0,55	-0,0001101	-0,0001026
7	0,65	-0,0000945	-0,0000882
8	0,75	-0,0000780	-0,0000733
9	0,85	-0,0000591	-0,0000569
10	0,95	-0,0000335	-0,0000369

Анализ результатов, приведенных в таблице 1, показал, что значения нормального раскрытия зияющей трещины в аналитических и численных решениях практически совпадают и отличаются в среднем друг от друга на 6,7 %.

Сопоставление раскрытия зияющей трещины в аналитическом и численном решениях приведены на рис. 2.

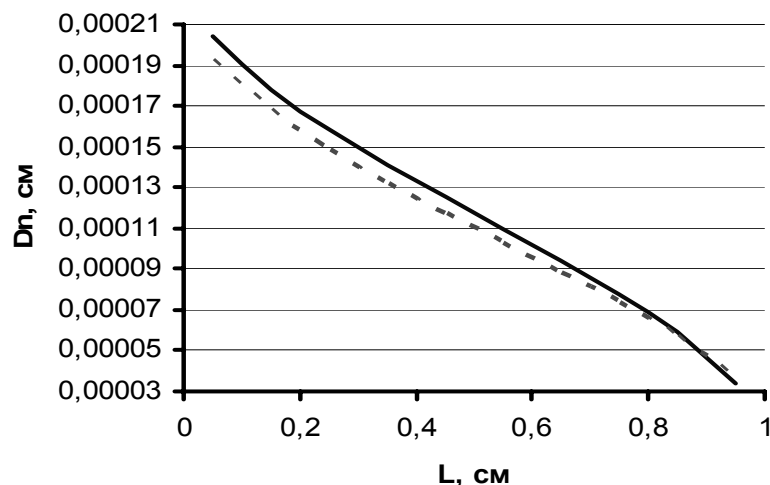


Рисунок 2. Нормальное раскрытие зияющей трещины вычисленное: - аналитически и - - численно

В таблице 2 и рис. 3 приведены результаты численных расчетов, когда зияющая трещина делилась на 50 граничных элементов.

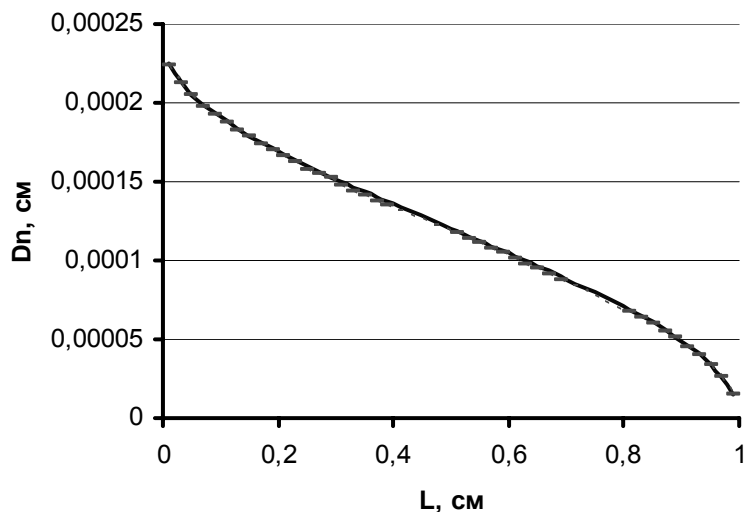


Рисунок 3. Нормальное раскрытие зияющей трещины вычисленное: аналитически и численно

Таблица 2. Результаты моделирования нормального раскрытия зияющей трещины

K	x, см	D _n , см	
		аналитическое решение	численное решение
1	0,01	-0,0002242	-0,0002183
2	0,03	-0,0002126	-0,0002078
3	0,05	-0,0002045	-0,0001998
4	0,07	-0,0001979	-0,0001932
5	0,09	-0,0001921	-0,0001874
...			
16	0,31	-0,0001476	-0,0001421
17	0,33	-0,0001443	-0,0001387
18	0,35	-0,0001411	-0,0001355
19	0,37	-0,0001378	-0,0001322
20	0,39	-0,0001347	-0,0001290
...			
31	0,61	-0,0001008	-0,0000954
32	0,63	-0,0000976	-0,0000923
33	0,65	-0,0000945	-0,0000893
34	0,67	-0,0000913	-0,0000862
35	0,69	-0,0000881	-0,0000831
...			
46	0,91	-0,0000452	-0,0000428
47	0,93	-0,0000397	-0,0000378
48	0,95	-0,0000334	-0,0000322
49	0,97	-0,0000258	-0,0000256
50	0,99	-0,0000148	-0,0000169

Анализ данных зависимостей показал, что результаты численного решения при увеличении количества граничных элементов зияющей трещины отличаются от аналитического в среднем на 5,7 %.

Из таблицы 2 следует, что результаты численных расчетов приближаются к точному решению с увеличением количества граничных элементов K.

Таким образом, приведенные исследования установили, что численное решение нормального раскрытия зияющей трещины удовлетворяет аналитическим выкладкам. Кроме того, моделирование подобных задач позволяет выйти на новый класс задач, который невозможно решить аналитическими методами.

Список использованных источников

1. Линьков, А.М. Комплексный метод граничных интегральных уравнений теории упругости / А.М. Линьков. – СПб.: Наука, 1999. – 382 с.
2. Черепанов, Г.П. Механика разрушения горных пород в процессе бурения / Г.П. Черепанов. – М.: Недра, 1987. – 308с.
3. Крауч, С. Методы граничных элементов в механике твердого тела / Крауч, А. Старфилд. - М.: Мир, 1987. 328 с.

Управление информационными рисками

Фролкина М. В.

Научный руководитель – профессор, д.т.н. Болодурина И. П.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

В настоящее время управление информационными рисками представляет собой одно из наиболее актуальных и динамично развивающихся направлений в области защиты информации. Его основная задача — объективно оценить наиболее значимые для бизнеса информационные риски компании, а также адекватность используемых средств контроля рисков.

Задача определения механизмов защиты от информационных рисков относится к нелинейным дискретным бинарным задачам переборного типа. Для решения поставленной задачи предлагается применить эвристический пошаговый метод. Сущность метода заключается в выборе на каждом шаге одного из возможных механизмов, обеспечивающего получение максимального эффекта.

Формальная постановка задачи выбора может быть представлена в следующем виде. Известно множество значимых рисков $R = \{r_1, r_2, \dots, r_N\}$. Для каждого риска определен ущерб. Ущерб по всем рискам образует множество ущербов $U = \{u_{r_1}, u_{r_2}, \dots, u_{r_N}\}$. Каждый ущерб u_{r_n} определен при условии, что в отношении n -го риска не применяется никаких механизмов защиты.

Определен кортеж механизмов защиты $M = (m_1, m_2, \dots, m_K)$. Каждый k -ый механизм защиты характеризуется множествами параметров R_k и E_k , а так же параметром c_k . Параметр c_k представляет собой затраты предприятия на приобретение или на изменение, разработку, создание, а так же на внедрение и эксплуатацию k -го механизма. Часто руководство предприятия не может направить на совершенствование механизмов защиты денежные средства, превышающие определенную сумму $C_{\max}$.

Эффективность всех механизмов характеризуется матрицей E (где e_{kn} - оценивается эффективность k -го механизма защиты относительно n -го риска):

$$0 \leq e_{kn} < 1, E = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & \dots & e_{1N} \\ e_{21} & e_{22} & \dots & e_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ e_{K1} & e_{K2} & \dots & e_{KN} \end{pmatrix}.$$

На практике определенным информационным рискам часто управляют с помощью нескольких механизмов. Формально это означает, что в столбцах матрицы E может быть несколько элементов, отличных от нуля. При подсчете общей эффективности снижения ущерба от риска n , при условии включения всех рассматриваемых механизмов, может использоваться мультипликативный показатель $\prod_{k=1}^K (1 - e_{kn}) = (1 - e_{1n})(1 - e_{2n}) \dots (1 - e_{Kn})$, характеризующий общую часть

ущерба от риска p , которая сохранится при включении всех механизмов защиты.

Известны так же элементы матрицы совместимости механизмов управления информационными рисками:

$$D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1K} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2K} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{K1} & d_{K2} & \dots & d_{KK} \end{pmatrix},$$

где $d_{ij} = 1$, если i -ый и j -ый механизмы не совместимы; $d_{ij} = 0$ в противном случае.

Несовместимыми считаются механизмы, не допускающие совместного использования без существенного изменения их структур. Например, не могут быть применены программные средства, разработанные для компьютерной системы с различными операционными системами.

Несовместимыми следует считать так же механизмы, выполняющие одинаковые функции и совместное, применение которых не приводит к повышению эффективности системы.

Множество механизмов задается с помощью бинарного вектора конфигураций $X = (x_1, x_2, \dots, x_K)$, где $x_k = 1$, если k -ый механизм включен в систему; $x_k = 0$ в противном случае.

Механизмы защиты $x_i, x_j \in X$ совместимы, если $x_i x_j \leq d_{ij}, i = \overline{1, K}, j = \overline{1, K}$

Общий ущерб U^0 , который ожидается после введения механизмов защиты, назовем остаточным. Он определяется бинарным вектором конфигураций. С учетом введенных обозначений выражение для вычисления остаточного ущерба может быть представлено в следующем виде:

$$U^0(x_1, x_2, \dots, x_K) = \sum_{n=1}^N u_{r_n} \prod_{k=1}^K (1 - e_{kn} x_k).$$

Постановка задачи оптимального выбора механизмов заключается в определении бинарного вектора $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_K^*)$, обеспечивающего минимум суммы остаточного ущерба от всех значимых рисков и затрат на применение механизмов защиты:

$$\begin{aligned} \min & \left(\sum_{k=1}^K (c_k x_k) + \sum_{n=1}^N u_{r_n} \prod_{k=1}^K (1 - e_{kn} x_k) \right) \\ \text{при } & x_i x_j \leq d_{ij}, i = \overline{1, K}, j = \overline{1, K} \\ & \sum_{k=1}^K (c_k x_k) \leq C_{\max} \end{aligned}$$

Для формального представления эвристического метода введем следующие обозначения: h – номер выполненного шага алгоритма; $X_h = (x_{h1}, x_{h2}, \dots, x_{hK})$ – состояние вектора конфигураций после h -го шага; $W(h)$ – множество механизмов, включенных в число применяемых на h -м шаге; $S(h)$ – множество механизмов еще не включенных в число применяемых на h -м шаге, но совместимых с механизмами множества $W(h)$; $\Omega(h)$ – множество

механизмов, несовместимых с множеством $W(h)$, т. е. исключаемых из дальнейшего рассмотрения; $U_n^0(h)$ - остаточный ущерб от n -го риска после выбора механизмов на первых h шагах.

Пусть $m_{h+1} \in S(h)$ - механизм выбираемый на $h+1$ -м шаге. Выбор этого механизма означает, соответствующая компонента вектора X становится равной единицы. Предположим, что выбранному механизму в векторе X соответствует компонента с номером k .

Тогда величина, на которую уменьшается ущерб от n -го риска, будет следующей: $\Delta U_n(h+1, k) = U_n^0(h) e_{kn}$. Оставшаяся величина ущерба от n -го риска $\Delta U_n(h+1, k) = U_n^0(h) e_{kn}$.

Суммарное уменьшение ущербов от рисков всех видов при выборе на $h+1$ -м шаге k -го механизма $\Delta U(h+1, k) = \sum_{n=1}^N \Delta U_n(h+1, k) = \sum_{n=1}^N U_n^0(h) e_{kn}$.

Упускаемая возможность снижения ущербов на последующих шагах алгоритма обусловлена исключением применения на последующих шагах механизма τ , несовместимого с механизмом k , и вычисляется как

$$\Delta U_{\tau}^{-}(h+1, k) = \sum_{n=1}^N U_n^0(h) (1 - e_{kn}) e_{\tau n} \bar{d}_{k\tau} s_{h\tau}, \quad \text{где } \bar{d}_{k\tau} - \text{инверсное значение } d_{k\tau} \text{ из}$$

матрицы совместимости.

Суммарная упускаемая возможность снижения ущербов, в случае выбора на $h+1$ -м шаге k -го механизма из-за исключения несовместимых с ним механизмов, $\Delta U_{\tau}^{-}(h+1, k) = \sum_{\tau=1}^K \sum_{n=1}^N U_n^0(h) (1 - e_{kn}) e_{\tau n} \bar{d}_{k\tau} s_{h\tau}$.

Для оценки эффекта от включения на шаге $h+1$ k -го механизма защиты введем величину $\mathcal{E}(h+1, k) = \Delta U(h+1, k) - (\Delta U^{-}(h+1, k) + c_k)$.

Эффект от включения механизма k определяется как разность суммы прямого уменьшения ущербов от всех видов рисков и суммы затрат на управление k -м информационным риском и размера упущенного уменьшения ущербов в дальнейшем.

Вместо эффекта $\mathcal{E}(h+1, k)$ удобнее пользоваться безразмерной величиной – удельным эффектом $\mathcal{E}_y(h+1, k) = \mathcal{E}(h+1, k) / C_{\max}$.

В соответствии с введенными обозначениями эвристический алгоритм состоит из следующих шагов. На каждом шаге h для $m \in S(h)$ вычисляется $\mathcal{E}_y(h+1, k)$ выбирается такой механизм m^* с номером k^* , для которого удельный эффект $\mathcal{E}_y(h+1, k^*)$ имеет наибольшее значение и при этом не исчерпывает выделенные средства. Если такого механизма нет, то работа алгоритма прекращается и в качестве оптимального принимается вектор $X^*(x_1^*, x_2^*, \dots, x_K^*)$.

Рассмотрим пример использования этого метода. Предположим, что имеется множество значимых рисков: проникновение в помещение предприятия, проникновение в компьютерную систему (КС) через локальную сеть, сбой и отказ в КС, ошибочные действия, обслуживающего персонала КС, подкуп и шантаж сотрудников, электромагнитное излучение и наводка,

вредительские программы. Ущерб по всем рискам образуют множество ущербов в денежной форме (при условии, что в отношении каждого риска не применяется никаких механизмов защиты):
 $u_{r_1} = 37000, u_{r_2} = 24000, u_{r_3} = 54000, u_{r_4} = 23000, u_{r_5} = 30000, u_{r_6} = 32000, u_{r_7} = 28000$. $C_{\max} = 230\ 000$ – максимальная сумма денежных средств. Известен кортеж механизмов защиты: установка охранной сигнализации на помещение, ограничение доступа к ресурсам КС, охрана помещения, в котором находятся аппаратные средства КС, обучение обслуживающего персонала, дублирование информации, адаптивные системы, установка оконных решеток, применение защитных пленок, контроль за действиями персонала организации, биометрическая идентификация, индикаторы электромагнитного поля, обеспечение охраны сотрудников, использование современных технологий программирования, использование специальных антивирусных средств, пространственное зашумление.

Составим матрицу эффективности и совместимости механизмов.

$$E = \begin{pmatrix} 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.3 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6 & 0 & 0.5 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0.7 & 0.3 & 0 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 & 0.6 & 0 & 0 \\ 0.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.2 & 0.7 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Воспользовавшись эвристическим методом, установили оптимальный вектор конфигураций $X^* = (1,1,0,0,1,1,1,1,0,1,0,1,1,1)$, при котором остаточный ущерб равен 38 906.

Таким образом, для управления информационными рисками включены следующие механизмы защиты: установка охранной сигнализации на помещение, ограничение доступа к ресурсам КС, дублирование информации, адаптивные системы, установка оконных решеток, применение защитных пленок, контроль за действиями персонала организации, индикаторы электромагнитного поля, использование современных технологий программирования, использование специальных антивирусных средств, пространственное зашумление.

Точность эвристического метода зависит от размерности задачи. При малом числе рисков около 90% реализаций дают решение, полностью соответствующее результатам, полученным полным перебором. Точность алгоритма может быть повышена путем изменения порядка вычисления общей упускаемой возможности снижения ущерба.

Список используемых источников

1. И.В. Завгородний. Системное управление информационными рисками. Выбор механизмов защиты // Проблемы управления. – 2009. - №1. – С. 53-58.
2. Петренко С.А., Симонов С.В. Управление информационными рисками. Экономически оправданная безопасность. – М.: АйТи-Прогресс, 2004. 384 с.
3. Луман Н. Понятие риска // THESIS/ - 1994. - №5. – С. 135-160.
4. Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика. – М.: Наука, 2000. – 431 с.

Использование схемы со стабилизирующей функцией для численного решения двумерных нестационарных уравнений диссипации, конвекции, кинетики

Хальзова О.С.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Петухова Т.П.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

С помощью двумерных уравнений диссипации, конвекции и кинетики можно моделировать различные сложные явления и процессы (теплопроводность, диффузию и др.). Однако для решения таких уравнений не существует единого универсального алгоритма, и многие задачи требуют индивидуального выбора метода решения.

На сегодняшний день наиболее часто используются разностные схемы метода переменных направлений [1], [2], [3] и метода расщепления [1], [2], [3]. Вместе с тем следует отметить, что математическое обеспечение численного решения двумерных уравнений диссипации, конвекции и кинетики существенно шире. В его состав входят и другие неявные разностные схемы. Так в 1986 году в работе [4] была предложена схема со стабилизирующей функцией, которая получается из явной схемы второго порядка точности за счет введения стабилизирующей функции, что превращает ее в абсолютно устойчивый численный метод. В связи с этим представляет определенный интерес выявление класса задач, для решения которых схема со стабилизирующей функцией будет эффективной. Осуществим сопоставление данной разностной схемы со схемами метода переменных направлений и метода расщепления, как наиболее часто используемыми, и схемой с итерационным процессом типа Зейделя, учитывая, что последняя и рассматриваемая разностные схемы имеют много общего в структуре расчетных формул.

Исследование разностных схем будем осуществлять на задаче о переносе тепла (вещества) теплопроводностью (диффузией) и конвекцией,

математической моделью которой являются дифференциальные уравнения параболического типа [1]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \nu_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - a \frac{\partial u}{\partial x} - b \frac{\partial u}{\partial y} + cu(t, x, y) + f(t, x, y), \quad (1)$$

где ν_1, ν_2, a, b, c – постоянные коэффициенты, $\nu_1 > 0, \nu_2 > 0$.

Решение будем искать в области:

$$G = \{t_0 \leq t \leq T, x_0 \leq x \leq X, y_0 \leq y \leq Y\} \quad (2)$$

при начальном условии:

$$u(t_0, x, y) = \varphi(x, y), \quad (3)$$

где $\varphi(x, y)$ – заданная функция.

Будем рассматривать три типа граничных условий:

- первая краевая задача:

$$u(t, x_0, y) = \psi_1(t, y), \quad (4)$$

$$u(t, X, y) = \psi_2(t, y), \quad (5)$$

$$u(t, x, y_0) = \psi_3(t, x), \quad (6)$$

$$u(t, x, Y) = \psi_4(t, x), \quad (7)$$

где $\psi_1(t, y), \psi_2(t, y), \psi_3(t, x)$ и $\psi_4(t, x)$ – заданные функции;

- вторая краевая задача:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(t, x_0, y) = \psi_5(t, y), \quad (8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(t, X, y) = \psi_6(t, y), \quad (9)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(t, x, y_0) = \psi_7(t, x), \quad (10)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y}(t, x, Y) = \psi_8(t, x), \quad (11)$$

где $\psi_5(t, y), \psi_6(t, y), \psi_7(t, x)$ и $\psi_8(t, x)$ – заданные функции;

- третья краевая задача:

$$\sigma_1(t, y) \frac{\partial u}{\partial x}(t, x_0, y) + \sigma_2(t, y) u(t, x_0, y) = \psi_9(t, y), \quad (12)$$

$$\sigma_3(t, y) \frac{\partial u}{\partial x}(t, X, y) + \sigma_4(t, y) u(t, X, y) = \psi_{10}(t, y), \quad (13)$$

$$\sigma_5(t, x) \frac{\partial u}{\partial y}(t, x, y_0) + \sigma_6(t, x) u(t, x, y_0) = \psi_{11}(t, x), \quad (14)$$

$$\sigma_7(t, x) \frac{\partial u}{\partial y}(t, x, Y) + \sigma_8(t, x) u(t, x, Y) = \psi_{12}(t, x), \quad (15)$$

где $\sigma_1(t, y) - \sigma_4(t, y), \sigma_5(t, x) - \sigma_8(t, x), \psi_9(t, y), \psi_{10}(t, y), \psi_{11}(t, x)$ и $\psi_{12}(t, x)$ – заданные функции.

Рассмотрим процесс получения схемы со стабилизирующей функцией [4]. В расчетной области G введем равномерную разностную сетку с шагами τ, h_1, h_2 :

$$\Omega = \{t^n, x_m, y_k\}, \quad (16)$$

$$t^n = t_0 + n\tau, \quad n = 0, \dots, N, \quad (17)$$

$$x_m = x_0 + mh_1, \quad m = 0, \dots, M, \quad (18)$$

$$y_k = y_0 + kh_2, \quad k = 0, \dots, K, \quad (19)$$

$$\tau = \frac{T - t_0}{N}, \quad h_1 = \frac{X - x_0}{M}, \quad h_2 = \frac{Y - y_0}{K}, \quad (20)$$

где N , M и K – количество точек по осям t , x и y , соответственно.

За основу возьмем явную разностную схему [4] и для получения абсолютной устойчивости введем функцию $R(t, x, y)$, которую назовем стабилизирующей:

$$\begin{aligned} \frac{u_{m,k}^{n+1} - u_{m,k}^n}{\tau} + a \frac{u_{m+1,k}^n - u_{m-1,k}^n}{2h_1} + b \frac{u_{m,k+1}^n - u_{m,k-1}^n}{2h_2} = \nu_1 \frac{u_{m+1,k}^n - 2u_{m,k}^n + u_{m-1,k}^n}{h_1^2} + \\ + \nu_2 \frac{u_{m,k+1}^n - 2u_{m,k}^n + u_{m,k-1}^n}{h_2^2} + cu_{m,k}^n + f_{m,k}^n + R_{m,k}^{n,n+1}. \end{aligned} \quad (21)$$

Пусть $R_{m,k}^{n,n+1}$ имеет вид:

$$R_{m,k}^{n,n+1} = -S_{m,k} \frac{u_{m,k}^{n+1} - u_{m,k}^n}{\tau} + (S_x)_{m,k} \frac{u_{m-1,k}^{n+1} - u_{m-1,k}^n}{\tau} + (S_y)_{m,k} \frac{u_{m,k-1}^{n+1} - u_{m,k-1}^n}{\tau}. \quad (22)$$

Коэффициенты $S_{m,k}$, $(S_x)_{m,k}$, $(S_y)_{m,k}$ называются стабилизирующими коэффициентами. Определим их вид из условия абсолютной устойчивости схемы (21).

Для исследования устойчивости используем спектральный признак Фурье-Неймана [1]. Будем исследовать устойчивость на решениях вида:

$$u_{m,k}^n = \lambda^n e^{i(\omega_1 h_1 m + \omega_2 h_2 k)}. \quad (23)$$

Пусть в (21) $f \equiv 0$. Введем обозначения:

$$K_{\Pi_1} = \frac{2\tau\nu_1}{h_1^2}, \quad K_{\Pi_2} = \frac{2\tau\nu_2}{h_2^2}, \quad K_1 = \frac{|a|\tau}{h_1}, \quad K_2 = \frac{|b|\tau}{h_2}. \quad (24)$$

Числа K_{Π_1} и K_{Π_2} называется параболическими числами Куранта, а K_1 и K_2 – гиперболическими числами Куранта.

После преобразований, учитывая необходимое условие устойчивости ($|\lambda| \leq 1$), получим неравенство:

$$-B(2A - B) - C(2D - C) \leq 0, \quad (25)$$

где

$$A = 1 + S - S_x \cos \omega_1 h_1 - S_y \cos \omega_2 h_2, \quad (26)$$

$$B = K_{\Pi_1} (1 - \cos \omega_1 h_1) + K_{\Pi_2} (1 - \cos \omega_2 h_2), \quad (27)$$

$$C = K_1 \sin \omega_1 h_1 + K_2 \sin \omega_2 h_2, \quad (28)$$

$$D = S_x \sin \omega_1 h_1 + S_y \sin \omega_2 h_2. \quad (29)$$

Исследуем неравенство (25) поэтапно. Пусть $c = 0$. Рассмотрим три следующих случая:

1) $\nu_1 = 0$, $\nu_2 = 0$.

2) $a = 0, b = 0$.

3) $\nu_1 \neq 0, \nu_2 \neq 0, a \neq 0, b \neq 0$.

Итак, рассмотрим первый случай.

При $\nu_1 = 0$ и $\nu_2 = 0$ неравенство (25) принимает вид:

$$C(2D - C) \geq 0. \quad (30)$$

Неравенство (30) будет верно, если будут выполнены следующие условия:

$$S_x = kK_1, S_y = kK_2, k \geq \frac{1}{2}. \quad (31)$$

В случае $a = 0$ и $b = 0$ неравенство (25) будет иметь вид:

$$B(2A - B) \geq 0. \quad (32)$$

Неравенство (32) будет верно, если будут выполнены следующие условия:

$$S \geq \frac{K_{\Pi_1}}{2} + \frac{K_{\Pi_2}}{2} - 1, S_x \geq \frac{K_{\Pi_1}}{2}, S_y \geq \frac{K_{\Pi_2}}{2}. \quad (33)$$

При $a \neq 0, b \neq 0, \nu_1 \neq 0, \nu_2 \neq 0$, учитывая ограничения (31) и (33), можно записать выражения для S_x и S_y в общем случае:

$$S_x = \frac{K_1}{2} + \frac{K_{\Pi_1}}{2}, S_y = \frac{K_2}{2} + \frac{K_{\Pi_2}}{2}. \quad (34)$$

Для получения выражения для S подставим (34) в неравенство (25). В результате S примет вид:

$$S = \frac{K_{\Pi_1}}{2} + \frac{K_{\Pi_2}}{2} + \frac{K_1}{2} + \frac{K_2}{2} - 1. \quad (35)$$

Таким образом, схема со стабилизирующей функцией будет абсолютно устойчивой, если стабилизирующие коэффициенты имеют вид (34) и (35).

В результате разностная схема со стабилизирующей функцией имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & \frac{u_{m,k}^{n+1} - u_{m,k}^n}{\tau} + a \frac{u_{m+1,k}^n - u_{m-1,k}^n}{2h_1} + b \frac{u_{m,k+1}^n - u_{m,k-1}^n}{2h_2} = \nu_1 \frac{u_{m+1,k}^n - 2u_{m,k}^n + u_{m-1,k}^n}{h_1^2} + \\ & + \nu_2 \frac{u_{m,k+1}^n - 2u_{m,k}^n + u_{m,k-1}^n}{h_2^2} + cu_{m,k}^n + f_{m,k}^n - \left(\frac{K_{\Pi_1}}{2} + \frac{K_{\Pi_2}}{2} + \frac{K_1}{2} + \frac{K_2}{2} - 1 \right) \frac{u_{m,k}^{n+1} - u_{m,k}^n}{\tau} + \\ & + \left(\frac{K_1}{2} + \frac{K_{\Pi_1}}{2} \right) \frac{u_{m-1,k}^{n+1} - u_{m-1,k}^n}{\tau} + \left(\frac{K_2}{2} + \frac{K_{\Pi_2}}{2} \right) \frac{u_{m,k-1}^{n+1} - u_{m,k-1}^n}{\tau}. \end{aligned} \quad (36)$$

Полученная разностная схема нами была исследована на величину ошибки аппроксимации и на трудоемкость. Показано, что главный член ошибки аппроксимации имеет вид:

$$\begin{aligned} E = & - \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{m,k}^n + \tau \left(\frac{a}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \right)_{m,k}^n + \frac{b}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial y} \right)_{m,k}^n \right) + h_1^2 \left(\frac{a}{6} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} \right)_{m,k}^n - \frac{\nu_1}{12} \left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} \right)_{m,k}^n \right) + \\ & + h_2^2 \left(\frac{b}{6} \left(\frac{\partial^3 u}{\partial y^3} \right)_{m,k}^n - \frac{\nu_2}{12} \left(\frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \right)_{m,k}^n \right) + \frac{\tau^2}{h_1} \left(- \frac{a}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)_{m,k}^n + \nu_1 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial x} \right)_{m,k}^n \right) + \end{aligned} \quad (37)$$

$$+ \frac{\tau^2}{h_2} \left(-\frac{b}{2} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right)_{m,k}^n + v_2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial y} \right)_{m,k}^n \right) + \frac{\tau}{h_1} \left(-a \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{m,k}^n \right) + \frac{\tau}{h_2} \left(-b \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)_{m,k}^n \right).$$

Как следует из формулы (37), схема со стабилизирующей функцией имеет первый порядок точности по времени, второй по пространству и является условно аппроксимирующей:

$$\frac{\tau}{h_1} \rightarrow 0, \quad \frac{\tau}{h_2} \rightarrow 0. \quad (38)$$

Трудоёмкость схемы, под которой мы понимаем количество мультипликативных операций, определяется выражением:

$$T = 12MNK - 12NM - 12NK + 12N + 33. \quad (39)$$

Далее было проведено теоретическое сопоставление данной схемы со следующими разностными схемами:

- схемой метода переменных направлений;
- схемой метода расщеплений;
- схемой с итерационным процессом типа Зейделя;

на величину ошибки аппроксимации, устойчивость и трудоёмкость. Все разностные схемы при $c = 0$ являются абсолютно устойчивыми. Результаты теоретического исследования методов представлены в таблице 1, где $h_1 = h_2 = h$.

Таблица 1 – Основные характеристики конечно-разностных схем

№	Метод	Порядок аппроксимации	Требования к аппроксимации	Величина старшего члена трудоёмкости
1	Схема метода переменных направлений	$O(\tau^2, h^2)$	–	$31MNK$
2	Схема метода расщеплений	$O(\tau, h^2)$	–	$16MNK$
3	Схема с итерационным процессом типа Зейделя	$O\left(\frac{\tau}{h^2}, \frac{\tau}{h}, \frac{\tau^2}{h^2}, \tau, h^2\right)$	$\frac{\tau}{h^2} \rightarrow 0$	$6MNK$
4	Схема со стабилизирующей функцией	$O\left(\frac{\tau}{h}, \tau, h^2\right)$	$\frac{\tau}{h} \rightarrow 0$	$12MNK$

Таким образом, на основании теоретического исследования можно предположить, что разностная схема со стабилизирующей функцией будет эффективна при численном моделировании квазистационарных решений (т.е. нестационарных решений, которые при $\tau \rightarrow \infty$ выходят на стационарный режим) и для стационарных решений, считааемых методом установления.

Наряду с теоретическим исследованием, было проведено численное сопоставление схемы со стабилизирующей функцией с представленными

разностными схемами на трех типах задач: существенно нестационарных, квазистационарных и стационарных.

Рассмотрим одну из существенно нестационарных задач. Дано уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0,5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 0,5 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 0,3 \frac{\partial u}{\partial x} - 0,3 \frac{\partial u}{\partial y} + 3x^2 t^2 - t^3 - 10x^3 y + y^4 + 6y^2 x^2 + 0,6t^3 x + 1,5x^4 y - 0,6y^4 x + 0,3x^5 - 1,2y^3 x^2. \quad (40)$$

в прямоугольной области G :

$$G = \{0 \leq t \leq 1, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\} \quad (41)$$

при начальном условии:

$$u(0, x, y) = x^5 y - y^4 x^2 + 7 \quad (42)$$

и граничных условиях:

$$\begin{aligned} \psi_1(t, 0, y) &= 7, \\ \psi_2(t, 1, y) &= t^3 + y - y^4 + 7, \\ \psi_3(t, x, 0) &= t^3 x^2 + 7, \\ \psi_4(t, x, 1) &= t^3 x^2 + x^5 - x^2 + 7. \end{aligned} \quad (43)$$

Данная задача имеет точное решение:

$$u(t, x, y) = t^3 x^2 + x^5 y - y^4 x^2 + 7. \quad (44)$$

При ее численном решении будем брать $\tau = h_1 = h_2 = 0,001$. На рисунке 1 представлена зависимость относительной погрешности решения от времени для четырех исследуемых схем.

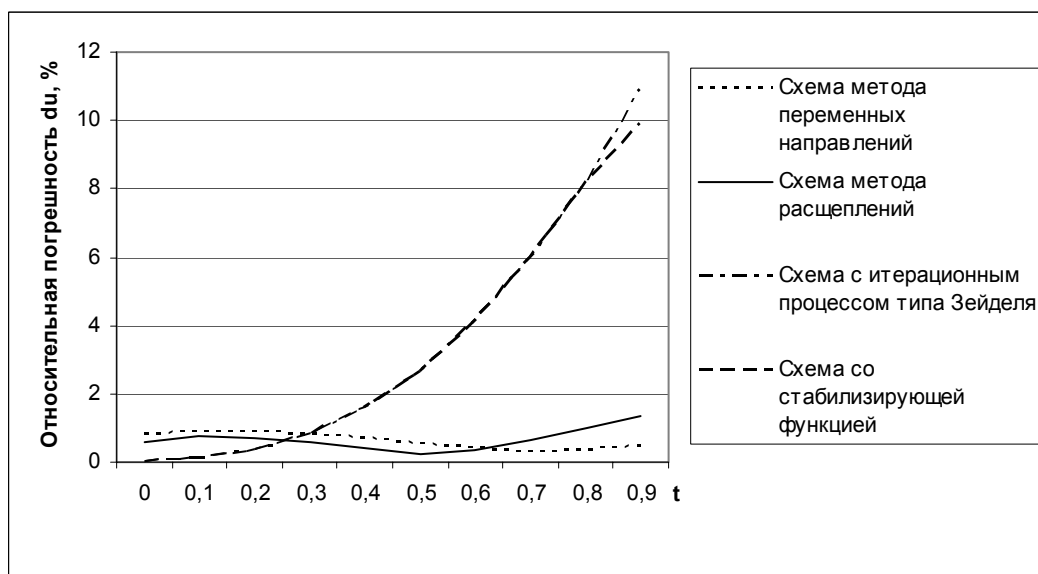


Рисунок 1 – Поведение относительной погрешности решения при использовании разностных схем

Из рисунка видно, что погрешность менее 2% имеют схема метода переменных направлений и схема метода расщепления, а схема типа Зейделя и схема со стабилизирующей функцией дают погрешность, превосходящую 10%. Следует заметить, что наиболее точной является схема метода переменных направлений. Полученные данные подтверждают теоретические результаты. Аналогичное поведение относительной погрешности наблюдалось и в других

тестовых задачах. Таким образом, для решения существенно нестационарных задач рекомендуется использовать схему метода переменных направлений или схему метода расщепления.

Рассмотрим одну из квазистационарных задач. Пусть дано уравнение:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = 0,5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 0,5 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 0,3 \frac{\partial u}{\partial x} - 0,3 \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{2}{t^3} - 6x^2 - 2x + 1,2x^3 + 0,6y^2 + 1,2xy \quad (45)$$

в прямоугольной области G :

$$G = \{10 \leq t \leq 11, 30 \leq x \leq 31, 30 \leq y \leq 31\} \quad (46)$$

при начальном условии:

$$u(0,005, x, y) = x^4 + 2y^2x + 40007 \quad (47)$$

и граничных условиях:

$$\begin{aligned} \psi_1(t, 30, y) &= \frac{1}{t^2} + 60y^2 + 810007, \\ \psi_2(t, 31, y) &= \frac{1}{t^2} + 62y^2 + 923528, \\ \psi_3(t, x, 30) &= \frac{1}{t^2} + x^4 + 1800x + 7, \\ \psi_4(t, x, 31) &= \frac{1}{t^2} + x^4 + 1922x + 7. \end{aligned} \quad (48)$$

Точным решением данной задачи будет функция:

$$u(t, x, y) = \frac{1}{t^2} + x^4 + 2y^2x + 7. \quad (49)$$

При численном решении рассматриваемой задачи будем брать $\tau = h_1 = h_2 = 0,001$. На рисунке 2 представлена зависимость относительной погрешности от времени для исследуемых разностных схем.

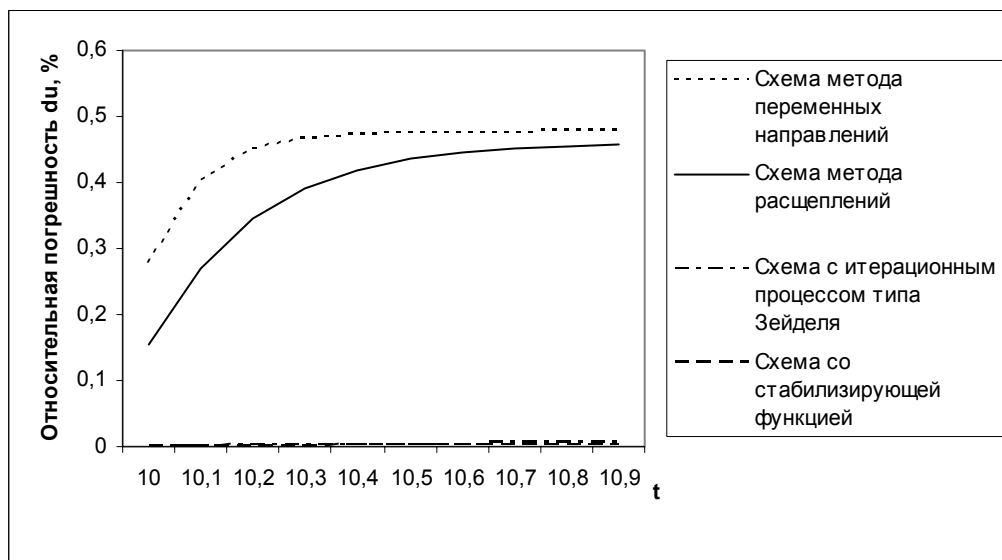


Рисунок 2 – Поведение относительной погрешности решения при использовании разностных схем

Как видно из рисунка 2, погрешность для схем с итерационным процессом типа Зейделя и со стабилизирующей функцией является наименьшей (около 0,006 %). Следует отметить, что схема со стабилизирующей функцией

дает решение более точное, чем схема типа Зейделя. Схема метода переменных направлений и схема метода расщепления дают погрешность около 0,5%. Стоит отметить, схема со стабилизирующей функцией и схема типа Зейделя значительно менее трудоемкие, чем две другие схемы. В связи с этим мы считаем их оптимальными для данного класса задач.

Далее рассмотрим стационарную задачу, решаемую методом установления.

Дано уравнение:

$$0,5 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 0,5 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 0,3 \frac{\partial u}{\partial x} - 0,3 \frac{\partial u}{\partial y} - 4 - 6x^2 y - 3y^2 + 2,4x + 1,2x^3 y + 0,3x^4 + 0,6y^3 = 0 \quad (50)$$

в прямоугольной области G :

$$G = \{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1\} \quad (51)$$

при граничных условиях:

$$\begin{aligned} \psi_1(0, y) &= 0,5y^4 + 10, \\ \psi_2(1, y) &= y + 0,5y^4 + 14, \\ \psi_3(x, 0) &= 4x^2 + 10, \\ \psi_4(x, 1) &= 4x^2 + x^4 + 10,5. \end{aligned} \quad (52)$$

Данная задача будет иметь следующее точное решение:

$$u(x, y) = 4x^2 + x^4 y + 0,5y^4 + 10. \quad (53)$$

В методе установления будем осуществлять внутренние итерации с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$.

При численном решении данной задачи будем брать $h_1 = h_2 = 0,001$. В таблице 2 представлены для каждой схемы число итераций, необходимое для достижения установления, старший член трудоемкости и оценка трудоемкости счета в целом по главному члену.

Таблица 2 – Характеристики разностных схем, полученные в ходе вычислительного эксперимента (задача (50)-(52))

Название схемы	Число итераций l	Главный член трудоемкости	Оценка трудоемкости счета по главному члену
Схема метода переменных направлений	12749	31MNK	395219·10 ⁶
Схема метода расщепления	28752	16MNK	460032·10 ⁶
Схема с итерационным процессом типа Зейделя	18291	6MNK	109746·10 ⁶
Схема со стабилизирующей функцией	14538	12MNK	174456·10 ⁶

Как видно из таблицы 2, наименьшими значениями трудоемкости (109746·10⁶) обладает схема с итерационным процессом типа Зейделя и схема со стабилизирующей функцией (174456·10⁶).

Таким образом, теоретическое и численное исследование указанных разностных схем позволило сделать следующие рекомендации по их применению:

- для решения существенно нестационарных задач следует использовать разностную схему метода переменных направлений или схему метода расщепления;
- для решения квазистационарных задач и стационарных задач методом установления рекомендуется использовать разностную схему со стабилизирующей функцией или разностную схему с итерационным процессом типа Зейделя.

Полученные результаты имеют научно-методическую значимость и, в частности, они могут быть использованы при чтении курсов «Численные методы», «Методы вычислений» и «Вычислительная математика».

Численное решение двумерных линейных уравнений диссипации, конвекции, кинетики на основе данных разностных схем было реализовано в виде двух объектов вычислительных ресурсов учебно-научной программной среды «Вычислительная математика» [5]-[7]:

- «Численное решение двумерных нестационарных задач»;
- «Численное решение двумерных стационарных задач».

Данные объекты могут быть использованы при обучении студентов математическому моделированию, а также в организации НИРС.

Интерфейс созданного программного обеспечения максимально приближен к профессиональному языку рассматриваемой предметной области и, в то же время, понятен и удобен. Проведенное тестирование вычислительных объектов показало их работоспособность.

Программное обеспечение для численного решения нестационарных задач внедрено в учебный процесс на математическом факультете и зарегистрировано в Университетском фонде алгоритмов и программ ГОУ ОГУ.

Список использованных источников

- 1 **Пасконов, В.М.** Численное моделирование процессов тепло- и массообмена [Текст] / В.М. Пасконов, В.И. Полежаев, Л.А. Чудов. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 288 с.
- 2 **Самарский, А.А.** Теория разностных схем [Текст] / А.А. Самарский. – М.: Наука, 1990. – 614 с.
- 3 **Самарский, А. А.** Численные методы [Текст]: учебное пособие для вузов / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1989. – 432 с.
- 4 **Пасконов, В.М.** Численное моделирование нестационарных ламинарных течений вязкого газа [Текст] / В.М. Пасконов, Т.П. Петухова, С.В. Русаков. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986. – 78 с.
- 5 **Петухова, Т.П.** О подходе по созданию учебно-научной среды для области знаний «Вычислительная математика» [Текст] / Т.П. Петухова, К.Н. Миронова // Материалы III Всероссийской научно-практической конференции

студентов «Молодежь и современные информационные технологии». – Томск: Изд-во ТПУ, 2005. – с. 35-37. - ISBN 5-318-02536-8.

6 **Петухова, Т.П.** О проектировании программного обеспечения для области знаний «Вычислительная математика» [Текст] / Т.П. Петухова, К.Н. Миронова // Современные информационные технологии в науке, образовании и практике. Материалы всероссийской научно-практической конференции (с международным участием). – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. – с. 216-220. - ISBN 5-318-02536-8.

7 **Петухова, Т.П.** Учебно-научная среда как средство математического моделирования [Текст] / Т.П. Петухова, К.Н. Миронова // Вызовы XXI века и образование. Материалы всероссийской научно-практической конференции. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2005. – с.123-126.

О нулях аналитических в круге функций, принадлежащих весовым классам Бергмана

Хандогина Е.С., Чубаков Ю.Н., Родикова Е.Г., Тихонова Т.В.
Научный руководитель – профессор, д. ф-м. н. Шамоян Ф.А.
Брянск, Брянский государственный университет

Для изложения основных результатов работы введем следующие обозначения. Пусть $D = \{z : |z| < 1\}$ - единичный круг на комплексной плоскости, $H(D)$ - множество всех аналитических в D функций, $0 < p < +\infty$,

$$H^p = \left\{ f \in H(D) : \sup_{0 < r < 1} \int_{-\pi}^{\pi} |f(re^{i\theta})|^p d\theta < +\infty \right\}$$

- класс Харди, весовыми классами Бергмана называются множества функций

$$A_{\alpha}^p = \left\{ f \in H(D) : \|f\|_{A_{\alpha}^p}^p = \int_D |f(z)|^p (1 - |z|)^{\alpha} dm_2(z) < +\infty \right\},$$

где m_2 - плоская мера Лебега, $\alpha > -1$.

Корневые множества функций класса H^p хорошо изучены. Известная теорема о корневых множествах функций класса Харди гласит: последовательность $\{z_k\}_{k=1}^{+\infty}$ из единичного круга является корневым множеством функции из класса H^p при некотором $0 < p < +\infty$ тогда и только тогда, когда выполняется условие Бляшке $\sum_{k=1}^{+\infty} (1 - |z_k|) < +\infty$. Однако до сих пор не получено полное описание корней функций из классов A_{α}^p , $0 < p < +\infty$ (см. [1], [2]). Ч. Горовиц в работе [3] доказал, что если $0 < p < +\infty$ и $\alpha > \beta > -1$, то существуют функция $f(z) \in A_{\alpha}^p$ и последовательность $\{z_k\}_{k=1}^{+\infty}$ из единичного

круга, такие что $f(z_k)=0$, $k=1,2,\dots$, $f(z) \not\equiv 0$, в то же время для произвольной функции $g(z) \in A_\beta^p$ из того, что $g(z_k)=0$, $k=1,2,\dots$ следует $g(z) \equiv 0$, $\forall z \in D$.

В нашей работе мы уточняем результат Ч. Горовица следующим образом.

Теорема. Пусть $\omega(x)$ - произвольная положительная монотонно возрастающая функция на $(0, +\infty)$, удовлетворяющая следующим условиям:

$$\text{а) } \sup_{1 < t < +\infty} \frac{\omega(2t)}{\omega(t)} < +\infty;$$

$$\text{б) } \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \omega(x)} < +\infty.$$

Пусть $\alpha > -1$, $0 < p < +\infty$ и

$$A_{\omega_\alpha}^p = \left\{ f \in H(D) : \|f\|_{A_{\omega_\alpha}^p}^p = \int_0^1 \int_{-\pi}^\pi |f(re^{i\varphi})|^p (1-r)^\alpha \omega\left(\ln \frac{1}{1-r}\right) r dr d\varphi < +\infty \right\}.$$

Тогда:

1) можно построить функцию $f(z) \in A_\alpha^p$, такую что $f(z_k)=0$, $k=1,2,\dots$, $f(z) \not\equiv 0$;

2) для произвольной функции $g(z) \in A_{\omega_\alpha}^p$ из того, что $g(z_k)=0$, $k=1,2,\dots$, следует $g(z) \equiv 0$, $\forall z \in D$.

Доказательство теоремы основано на следующих вспомогательных утверждениях.

Лемма 1. Пусть a - достаточно большое натуральное число, $\omega(x)$ - функция, удовлетворяющая условиям теоремы, $0 < p < +\infty$, $\alpha > -1$, $\lambda p = \alpha + 1$,

$$f_a(z) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(k \cdot \omega(k))^{\frac{1}{p}}} a^{\lambda k} z^{a^k}, \quad z \in D.$$

Тогда если $r_k = e^{-\frac{\lambda}{a^k}}$, $k=1,2,\dots$,

$$U_k(z) = \frac{1}{(k \cdot \omega(k))^{\frac{1}{p}}} a^{\lambda k} z^{a^k},$$

то справедлива оценка:

$$\frac{1}{2} |U_k(z)| \leq |f_a(z)| \leq \frac{3}{2} |U_k(z)|,$$

$$|z| = r_k, \quad k=1,2,\dots$$

Лемма 2. Пусть a - достаточно большое натуральное число, $0 < p < +\infty$, $\alpha > -1$, $\lambda p = \alpha + 1$,

$$f_a(z) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(k \cdot \omega(k))^{\frac{1}{p}}} a^{\lambda k} z^{a^k}, \quad z \in D.$$

Если $\omega(x)$ - функция, удовлетворяющая условиям теоремы, то

$$g(z) = (f_a^n(z) + b(z)) \cdot h(z) \notin A_{\omega_a}^{\frac{p}{n}},$$

где n - произвольное натуральное число, $h(z)$, $b(z)$ - аналитические в круге D функции, причем

$$M_{\infty}(b, r) = o((1-r)^{-\lambda}), \quad r \rightarrow 1-0, \quad M_{\infty}(b, r) = \max_{|z| \leq r} |b(z)|.$$

Наметим ход доказательства теоремы. Докажем, что построенная в лемме 1 функция $f_a(z)$ принадлежит классу A_{α}^p . Для этого оценим величину $\|f_a\|_{A_{\alpha}^p}^p$.

$$\|f_a\|_{A_{\alpha}^p}^p = \int_D |f_a(z)|^p (1-|z|)^{\alpha} dm_2(z) = \int_0^1 \int_{-\pi}^{\pi} |f_a(re^{i\varphi})|^p (1-r)^{\alpha} r dr d\varphi.$$

Поскольку интервалы (r_k, r_{k+1}) , $k=1, 2, \dots$ не пересекаются, то

$$\|f_a\|_{A_{\alpha}^p}^p = \sum_{k=1}^{+\infty} \int_{r_{k-1}}^{r_k} \int_{-\pi}^{\pi} |f_a(re^{i\varphi})|^p (1-r)^{\alpha} r dr d\varphi.$$

Используя тот факт, что для произвольной аналитической в D функции f и любого $0 < p < +\infty$ функция $I(r) = \int_{-\pi}^{\pi} |f(re^{i\theta})|^p d\theta$ является монотонно возрастающей на интервале $(0,1)$, из предыдущего равенства получим:

$$\|f_a\|_{A_{\alpha}^p}^p \leq \sum_{k=1}^{+\infty} \int_{-\pi}^{\pi} |f_a(r_k e^{i\varphi})|^p d\varphi \int_{r_{k-1}}^{r_k} (1-r)^{\alpha} dr.$$

Теперь применим к функции $f_a(z)$ лемму 1. В итоге получим:

$$\|f_a\|_{A_{\alpha}^p}^p \leq \frac{3}{2} \sum_{k=1}^{+\infty} \int_{-\pi}^{\pi} |U(r_k e^{i\varphi})|^p d\varphi \int_{r_{k-1}}^{r_k} (1-r)^{\alpha} dr,$$

то есть

$$\|f_a\|_{A_{\alpha}^p}^p \leq c \cdot \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k \cdot \omega(k)} a^{\lambda p k} \left(e^{-\frac{\lambda p}{a^k}} \right)^{a^k} \cdot \int_{r_{k-1}}^{r_k} (1-r)^{\alpha} dr,$$

где c - некоторая положительная константа.

Учитывая, что $\int_{r_{k-1}}^{r_k} (1-r)^{\alpha} dr \leq (1-r_k)^{\alpha+1} \leq \lambda a^{-(1+\alpha)k}$, получим:

$$\|f_a\|_{A_{\alpha}^p}^p = C \cdot \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k \cdot \omega(k)} a^{k(\lambda p - (1+\alpha))}.$$

Так как $\lambda = \frac{\alpha+1}{p}$ и используя условие б) теоремы, получим первое утверждение теоремы. Вторая часть теоремы устанавливается на основании леммы 2.

Список использованных источников

1. Djrbashian A. E. and Shamoyan F. A. Topics in the theory of A_α^p spaces. Leipzig: BSB Teubner, 1988.
2. Седлецкий А.М. Классы аналитических преобразований Фурье и экспоненциальные аппроксимации. – М: Физматлит, 2005, 504 с.
3. Horowitz C. Zeros of functions in the Bergman spaces // Duke Math. J. – 1974. – 41. - С. 698-710.

К вопросу об обобщении аддитивного аналога неравенства Ки Фана

Царегородцев Я.С.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Калинин С.И.
Киров, Вятский государственный гуманитарный университет

Средним степенным порядка x положительных чисел $a_1, a_2, \dots, a_n$ называется величина

$$F(x) \equiv F_{a_1, \dots, a_n}(x) = \begin{cases} \left(\frac{a_1^x + \dots + a_n^x}{n} \right)^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0, \\ \sqrt[n]{a_1 \cdot \dots \cdot a_n}, & x = 0. \end{cases} \quad (1)$$

В дальнейшем будем полагать, что $a_i \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$, $i = 1, \dots, n$, $F(x)$ – среднее степенное чисел $1 - a_i$, $i = 1, \dots, n$. Имеет место соотношение, называемое аддитивным аналогом неравенства Ки Фана,

$$F(1) - F(1) \leq F(0) - F(0), \quad (2)$$

в котором равенство достигается только при $a_1 = a_2 = \dots = a_n$. Введем в рассмотрение величины $\tilde{F}(x)$ и $\check{F}(x)$ – взвешенные средние степенные для чисел a_i и $1 - a_i$, $i = 1, \dots, n$ соответственно:

$$\tilde{F}(x) \equiv \tilde{F}_{a_1, \dots, a_n}^{(p_1, \dots, p_n)}(x) = \begin{cases} \left(\frac{p_1 a_1^x + \dots + p_n a_n^x}{p_1 + \dots + p_n} \right)^{\frac{1}{x}}, & x \neq 0, \\ \left(a_1^{p_1} \cdot \dots \cdot a_n^{p_n} \right)^{\frac{1}{p_1 + \dots + p_n}}, & x = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $p_1, \dots, p_n$ – положительные числа, называемые весами. Неравенство (2) распространяется и на “весовой” случай:

$$\tilde{F}(1) - \tilde{F}(1) \leq \tilde{F}(0) - \tilde{F}(0). \quad (4)$$

Неравенства (2) и (4) были установлены Х. Альцером в работах [1] и [2]. В работе [3] С. И. Калининым установлено обобщение: $\forall \alpha \in (0;1)$ верно неравенство

$$\tilde{F}(1) - \tilde{F}(1) \leq \tilde{F}(\alpha) - \tilde{F}(\alpha), \quad (5)$$

в котором равенство достигается лишь при $a_1 = a_2 = \dots = a_n$. Возникает вопрос: для каких еще значений параметра α будет выполняться последнее неравенство.

Аналитическое решение этой проблемы затруднительно. Мы предприняли попытку “численного” осмысления задачи. Вычисления проводились при помощи стандартных средств языка С, для представления чисел использовался тип с плавающей точкой `double`, обеспечивающий точность операций сложения и умножения в 15 десятичных разрядов и оперирующий с числами, которые больше по модулю 2^{-1024} . Предполагалось, что результирующая вычислительная погрешность для выражения $\tilde{F}(x) - \tilde{F}(x)$ не превышала 10^{-8} . Экспериментальные данные численного моделирования задачи позволили нам сформулировать следующие гипотезы.

Гипотеза 1. Для $n=2$, $\forall \alpha \in (-\infty;1)$ и $\forall \beta \in (1;\infty)$ выполняются соотношения

$$\tilde{F}(1) - F(1) \leq \tilde{F}(\alpha) - F(\alpha), \quad (6)$$

$$\tilde{F}(1) - F(1) \geq \tilde{F}(\beta) - F(\beta). \quad (7)$$

Гипотеза 2. Для $n \geq 2$, $\forall \beta \in (1,2]$ выполняется неравенство

$$\tilde{F}(1) - \tilde{F}(1) \geq \tilde{F}(\beta) - \tilde{F}(\beta). \quad (8)$$

Равенство в неравенствах (6)–(8) достигается только при $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

В соотношениях (6) и (7) прямая $y = \tilde{F}(1) - F(1)$ является асимптотой переменной величины $\tilde{F}(x) - F(x)$, иллюстрация этих неравенств приводится на рисунке 1. Неравенства проверялись для всех сочетаний чисел a_1, a_2 (a_i принимает значения, равные $0.01 \cdot k$; $k = 1, \dots, 50$), и $\alpha \in [-150;1)$, $\beta \in (1;150]$ с шагом 0.01. Значительно расширить диапазон параметров α, β для проверки без “длинной арифметики” невозможно, т. к. $0.01^{160} < 2^{-1024}$. При $n > 2$ или весовом случае легко находятся примеры, когда неравенства (6) и (7) не выполняются,

т. к. добавлением числа a_{n+1} к кортежу чисел $a_1 = a_2 = \dots = a_n$ или, изменяя веса чисел, можно “регулировать” значение $\mathcal{E}(x) - F(x)$ без изменения асимптоты.

Предпосылками выполнения гипотезы 2 послужил факт о справедливости неравенства

$$\mathcal{F}(1) - \tilde{F}(1) \geq \mathcal{F}(2) - \tilde{F}(2), \quad (9)$$

установленный в работе [3], и численное моделирование для малых n . Так для всех $\beta = 1 + 0.001 * t$; $t = 1, \dots, 1000$; и всех сочетаний чисел a_i (a_i принимает значения, равные $0.01 * k$; $k = 1, \dots, 50$), $p_1 = \dots = p_n$, гипотеза верна для $n = 2, 3, 4, 5$. Пусть числа a_i расположены в порядке неубывания, тогда увеличение p_1 (вес при самом малом из чисел a_i) приводит к тому, что выражение $\mathcal{F}(x) - \tilde{F}(x)$ возрастает в каждой точке и с некоторого момента становится выпуклым при $x \in (1, 2)$ (см. рис. 3). К такому же результату приводит увеличение p_i , если a_i “достаточно близко” к a_1 . И, наоборот, увеличение p_n или p_i (a_i “ближе” к a_n , чем к a_1) уменьшает $\mathcal{F}(x) - \tilde{F}(x)$ в каждой точке, и с некоторого момента выражение становится вогнутым при $x \in (1, 2)$ (см. рис. 4). Дальнейшее увеличение p_n может привести к появлению точки локального минимума на промежутке $(1, 2)$ (рис. 2). Выражение $\mathcal{F}(x) - \tilde{F}(x)$ может иметь точку перегиба на промежутке $(1, 2)$, к примеру, при $a_1 = 0.2, a_2 = 0.5, p_1 = 2, p_2 = 1$ точка перегиба в $x \approx 1.88$.

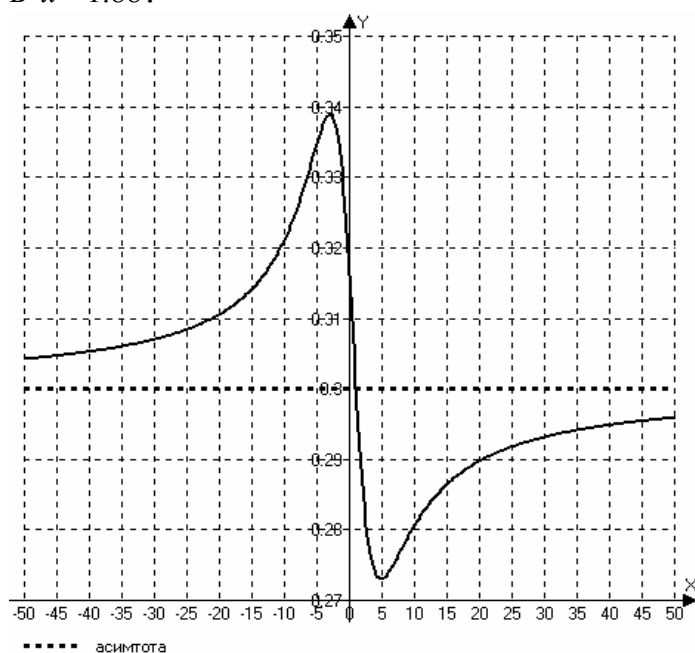


Рис. 1

$$Y(X) = \mathcal{F}(x) - \tilde{F}(x); a_i = \{0.2, 0.5\}, p_i = \{1, 1\}$$

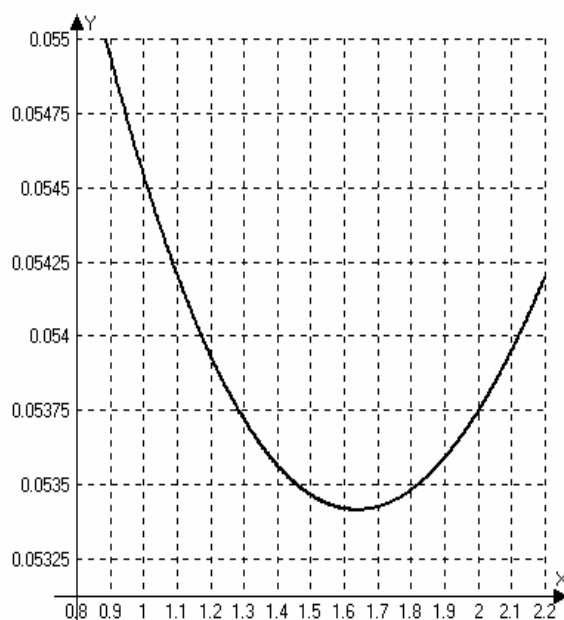


Рис. 2

$$Y(X) = \mathcal{F}(x) - \tilde{F}(x); a_i = \{0.2, 0.5\}, p_i = \{1, 10\}$$

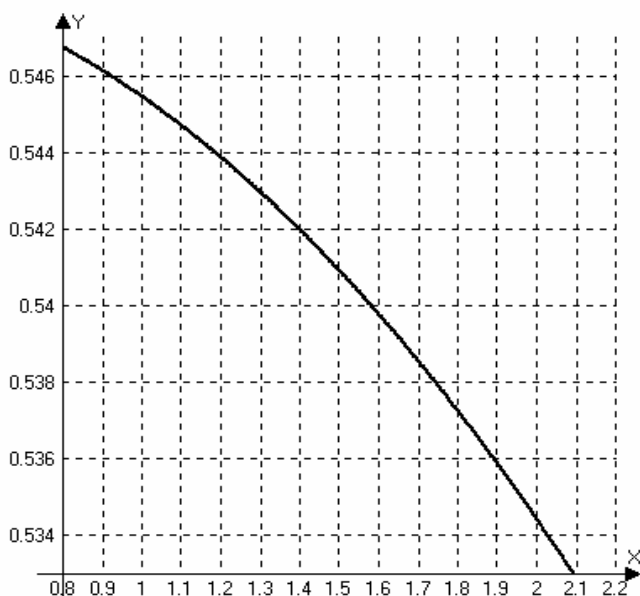


Рис. 3

$$Y(X) = \tilde{F}(x) - \tilde{F}(x); a_i = \{0.2, 0.5\}, p_i = \{10, 1\}$$

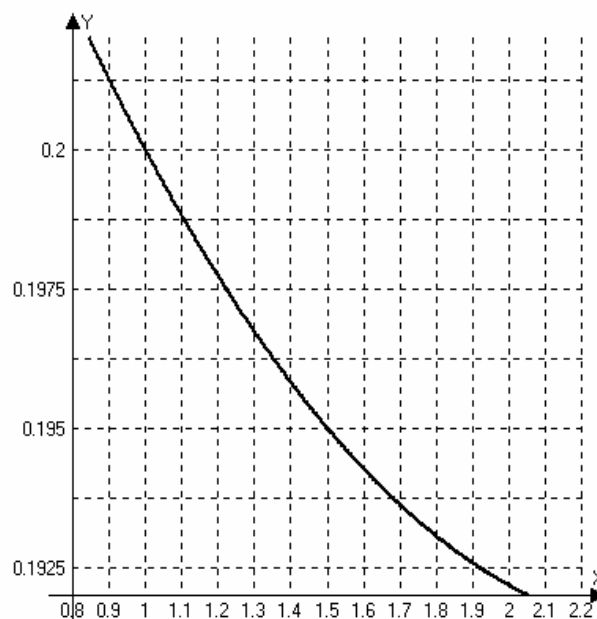


Рис. 4

$$Y(X) = \tilde{F}(x) - \tilde{F}(x); a_i = \{0.2, 0.5\}, p_i = \{1, 2\}$$

Список использованных источников

1. Alzer H. Ungleichungen für geometrische und arithmetische Mittelwerte // Proc. Kon. Nederl. Akad. Wetensch. – 1988. – 91. – S. 365 – 374.
2. Alzer H. The inequality of Ky Fan and related results // Acta Appl. Math. – 1995. – 38. – P. 305 – 354.
3. Калинин С.И. Средние величины степенного типа. Неравенства Коши и Ки Фана // Учебное пособие по спец. курсу. – Киров: Изд-во ВГГУ, 2002. – С. 243 – 247.

Логлинейный анализ и оценка трудоустройства выпускников ГОУ ОГУ

Шарафутдинова Е.Р.

Научный руководитель – профессор, д.т.н. Болодурина И.П.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

Одной из серьезных социальных проблем, связанных с изменениями на рынке труда, ныне является угроза безработицы для молодых специалистов, окончивших вузы. Выпускники вузов, молодые специалисты оказываются одной из самых слабозащищенных в социальном отношении категорий населения. Поэтому сегодня весьма актуальным является решение проблем, связанных с синтезом двух составляющих процесса преобразования общества – высшего образования и рынка труда /5/.

Объектом данного исследования являются анкетные данные о трудоустройстве выпускников Оренбургского Государственного Университета.

Предметом исследования являются факторы, оказывающие влияние на трудоустройство выпускников ОГУ.

Целью данной работы является выявление взаимодействий, влияний между качественными переменными.

Для достижения поставленной цели выделены следующие задачи:

1. Привести перечень критериев, характеризующих влияние на трудоустройство выпускников.

2. Сформировать принцип выбора (решающие правила), эффективные критерии.

3. Автоматизировать формирование приоритетных критериев эффективного трудоустройства выпускников.

В целях оперативного сбора, обработки и хранения полной и достоверной информации о выпускниках ОГУ, а также содействия трудоустройству ежегодно выпускники всех специальностей очной формы обучения проходят анкетирование. В предъявляемой выпускникам анкете, содержится более 40 вопросов. Традиционно для обработки анкетных данных применяется анализ частотных рядов одномерных признаков.

Анализ частотных рядов одномерных признаков позволяет выявить некоторые закономерности, однако при таком анализе большой объем полезной информации, содержащейся в данных, фактически не используется.

С целью выделения факторов, влияющих на эффективность трудоустройства выпускников, а также установления приоритетности выбранных критериев воспользуемся методами дисперсионного и логлинейного анализа /3/. Необходимо из более 40 критериев выделить те, которые в большей степени влияют на трудоустройство выпускников.

Логлинейный анализ главным образом сравнивает фактическую частоту наблюдений с ожидаемой частотой случайной реализации. Он используется, чтобы ответить на два связанных между собой типа вопросов /4/:

- значимо ли отличается число наблюдений, с учетом взаимодействия качественных переменных, от того что можно было ожидать, исходя из случайной реализации событий;

- какие переменные и/или их взаимодействие обеспечивают объяснение распределения наблюдений.

Различие между частотами будем рассматривать с помощью критерия хи-квадрат отношения максимального правдоподобия /1/.

Общее значение критерия хи-квадрат максимального правдоподобия, которое необходимо объяснить, предполагает, что все ячейки имеют одну и ту же ожидаемую частоту (т.е. равновероятностны).

Ожидаемая частота каждой ячейки в таблице сопряженности равна:

$$n_o = \frac{N}{M}, \quad (9)$$

где N – количество наблюдений;

M – количество факторов у переменной.

Критерий хи-квадрат отношения максимального правдоподобия можно определить по следующей формуле:

$$\chi^2_{mn} = 2 \cdot \sum_{j=1}^N n_{\phi} \cdot \ln \left(\frac{n_{\phi}}{n_o} \right), \quad (10)$$

где N – количество наблюдений;

n_{ϕ} – фактическая частота;

n_o – ожидаемая частота.

Модель с равными частотами предполагает, что ни одна из переменных и/или их взаимодействий не оказывает влияния (не имеет эффекта). Общее значение критерия хи-квадрат максимального правдоподобия может быть разложено на эффекты (влияния) каждой переменной и ее взаимодействий с остальными переменными. Например, если логлинейный анализ проводят для трех переменных, то модель состоит из трех главных эффектов, трех парных взаимодействий и одного тройного взаимодействия /2/.

Сначала вычисляют хи-квадрат отношения максимального правдоподобия для главного эффекта и сравнивают с критическим значением, найденным по таблице критических точек. Для значимости наблюдаемое значение должно быть больше или равно критическому.

Если наблюдаемое значение значимо, то следовательно, фактические частоты отличаются от ожидаемых при условии случайной реализации и мы можем теперь определить, какие эффекты объясняют данное различие. Если бы значение критерия хи-квадрат отношения максимального правдоподобия для данной модели было бы незначимо, то ни один из эффектов не был бы значимым.

После вычисления значений критерия хи-квадрат отношения максимального правдоподобия для всех эффектов, выбираются значимые эффекты взаимодействия, между ними имеется положительная взаимосвязь. Чтобы проинтерпретировать это взаимодействия сравнивают фактические и ожидаемые частоты.

В данном исследовании респондентами выступили выпускники 2007, 2008 года выпуска следующих факультетов: математического, финансово-экономического и информационных технологий. Общее количество составило 632 человека.

Для рациональности проверки большого количества данных, выявления факторов влияющих на перспективы трудоустройства, необходимо реализовать программное средство формирования приоритетных критериев эффективного трудоустройства выпускников.

На основе программного средства и имеющихся анкетных данных о выпускниках ОГУ выделим факторы, влияющие на перспективы трудоустройства.

Рассмотрим модель, состоящую из трех качественных переменных: перспективы трудоустройства, форма обучения, подработка во внеучебное время. Критерий χ^2 -максимального правдоподобия равен 473,1, что больше чем 35,172, т.е. значимо для уровня 0,05. Следовательно, фактические частоты отличаются от ожидаемых при условии случайной реализации, и можно определить, какие эффекты объясняют это различие. Таким образом, на трудоустройство выпускников оказывает влияние форма обучения в вузе и подработка во внеучебное время.

По результатам дисперсионного анализа установлено, что большинство выпускников работающих по специальности во внеучебное время, рассчитывают на самую высокую заработную плату, не по специальности - на среднюю, не работающие - на меньшую заработную плату. Логлинейный анализ подтвердил выводы дисперсионного анализа о взаимодействии между перспективами трудоустройства, подработкой во внеучебное время и заработной платой в перспективе.

Аналогичные исследования проводились с помощью разработанного программного средства для анализа взаимодействий между остальными факторами из анкетных данных, среди которых выделены критерии эффективного трудоустройства.

На основе проведенных исследований можно утверждать, что перспективы трудоустройства выпускников находятся в тесной зависимости от:

- формы обучения (бюджетная или платная);
- работы во внеучебное время;
- причин выбора специальности;
- наличия дополнительного образования;
- владения иностранным языком;
- уровня владения компьютерной техникой.

Основной причиной поступления абитуриентов является их собственная заинтересованность в получении данной специальности.

В целях приобретения практических навыков и опыта, большинство студентов (60%) работали во внеучебное время, что положительно повлияло на их трудоустройство после окончания вуза.

Перспективы трудоустройства выше у выпускников бюджетной формы обучения и работающих во внеучебное по специальности, на которой обучаются в вузе.

При трудоустройстве важным являются хорошее владение компьютером, знание английского языка и дополнительное образование.

На основе полученной информации можно предложить следующие меры по улучшению ситуации, связанной с трудоустройством выпускников вузов:

- организовать практику студентов на предприятии по специальности, начиная с младших курсов, а также рекомендовать студентам подработку на предприятиях соответствующего профиля в каникулярное и внеучебное время;
- предлагать студентам во время обучения в вузе дополнительные услуги по изучению иностранных языков;
- открывать на специальностях дополнительные квалификации;

- предлагать получение второго высшего образования на базе незаконченного первого высшего образования;
- регулярно проводить в вузе мероприятия с привлечением работодателей;
- проводить тренинги с соответствующими специалистами.

Список использованных источников

- 1) **Howell D.S.** Statistical Methods for Psychology, 4th edn. Belmont – CA: Duxbury, 1997;
- 2) **Аптон Г.** Анализ таблиц сопряженности – М.: Финансы и статистика, 1982;
- 3) **Гуц А.К., Фролова Ю.В.** Математические методы в социологии: – М.: ЛКИ, 2007. – 216 с.;
- 4) **Крамер Д.** Математическая обработка данных в социальных науках. Современные методы: Учебн. пособие для ВУЗов: Пер. с англ. – М.: Академия, 2007. – 288 с.;
- 5) **Разумова Т.О** Нужна ли профессиональная ориентация в вузе? // Ректор вуза. – 2009.-№3.-С. 23-29.

Игра преследования в угле

Щербак Е.Д.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Алеева С.Р.
Челябинск, Челябинский государственный университет

Постановка задачи. Убегающий E и преследователь P перемещаются в угле A градусной меры α с постоянными линейными скоростями. Движение начинается в момент времени $t = 0$ из начальных положений $E(0)$ и $P(0)$. В каждый момент времени $t \geq 0$ игроку E известно свое положение и положение преследователя в этот же момент времени. Преследователь P в момент времени $t \geq 0$ знает положение игрока E , а также направление движения игрока E в этот момент времени t , однако ему не известны будущие маневры E , т. е. когда и как игрок E будет изменять направление своего движения в будущем.

Преследователь осуществляет встречу с убегающим, когда впервые положение преследователя совпадает с положением убегающего. Конечное число T называется оптимальным временем преследования относительно начальных положений $E(0)$ и $P(0)$, если выполнены следующие условия:

- 1) для любых движений игрока E существует способ поведения игрока P , гарантирующий ему встречу с E не больше, чем за время T (такой способ поведения P называется оптимальной стратегией P);

2) существует такой способ поведения игрока E , что игрок P не может осуществить встречу с E до момента времени T (оптимальная стратегия E).

Под решением игры понимается нахождение оптимальной стратегии преследователя P , оптимальной стратегии игрока E и оптимального времени преследования.

Решение игры. Пусть преследование происходит в угле A градусной меры α с вершиной в точке O . Обозначим игру преследования в угле символом $\Gamma(A)$, ρ - скорость преследователя, σ - скорость убегающего, $\frac{\rho}{\sigma} = k$, $k > 1$, $H(O; R)$ - круг с центром в точке O и радиусом R . Величина α измеряется в радианах. Пусть $\alpha \in (0; \pi)$, игрок P в начале игры находится в точке (a, b) , $a > 0$, $b > 0$ (рисунок 1).

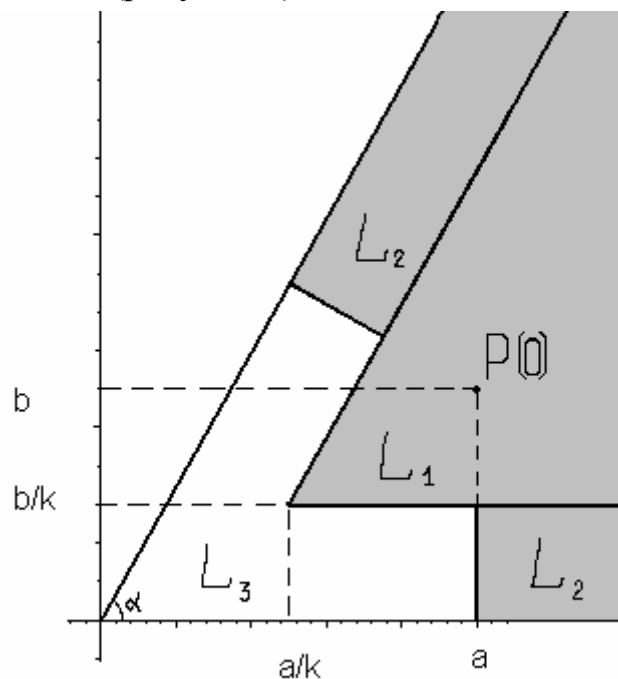


Рисунок 1 – угол A

На рисунке 1 угол A разбит на 3 области:

$$L_1 = \left\{ (x, y) : x \geq \frac{a}{k}, \frac{b}{k} \leq y \leq x \operatorname{tg} \alpha - \left(\frac{a}{k} \operatorname{tg} \alpha - \frac{b}{k} \right) \right\}; \quad (1)$$

$$L_2 = \left\{ (x, y) : x \geq (a + b \operatorname{tg} \alpha) \cos^2 \alpha, x \operatorname{tg} \alpha - \left(\frac{a}{k} \operatorname{tg} \alpha - \frac{b}{k} \right) < y \leq x \operatorname{tg} \alpha, y \geq \frac{a - x}{\operatorname{tg} \alpha} + b \right\} \cup \quad (2)$$

$$\cup \left\{ (x, y) : x \geq a, y < \frac{b}{k} \right\},$$

$$L_3 = A \setminus (L_1 \cup L_2). \quad (3)$$

Исследовано два случая начального местоположения игрока E :

1). если $E(0) \in L_1$, то игра $\Gamma(A)$ относительно начальных положений $E(0)$ и $P(0)$ сводится к игре преследования на плоскости из тех же начальных положений, $T = \frac{|P(0)E(0)|}{\rho - \sigma}$;

2). если $E(0) \in L_2$, то игра $\Gamma(A)$ относительно начальных положений $E(0)$ и $P(0)$ сводится к игре преследования в полуплоскости из тех же начальных положений.

Пусть $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $\rho = \sqrt{2}\sigma$, игрок P в начале игры находится на биссектрисе угла A , т. е. в точке $P(0) = (b, -b)$, $b > 0$ (рисунок 2).

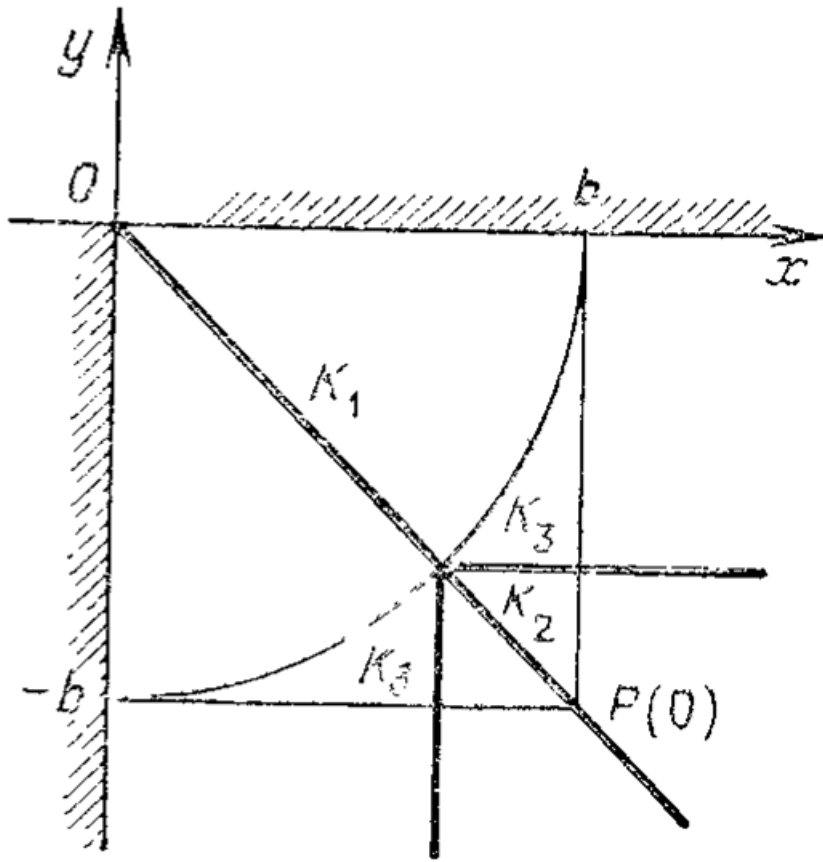


Рисунок 2 – угол A

На рисунке 2 угол A разбит на три области:

$$K_1 = A \cap H(E(0); b) \quad (4)$$

$$K_2 = \left\{ (x, y) : x \geq \frac{b}{\sqrt{2}}, y \leq -\frac{b}{\sqrt{2}} \right\}, \quad (5)$$

$$K_3 = A \setminus (K_1 \cup K_2). \quad (6)$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть $\alpha = \pi/2$, $\rho = \sqrt{2}\sigma$, игрок P в начале игры находится на биссектрисе угла A , т. е. в точке $P(0) = (b, -b)$, $b > 0$. Тогда

1) если $E(0) \in K_1$, то оптимальное время преследования в игре $\Gamma(A)$ относительно начальных положений $E(0)$ и $P(0)$ $T = b/\sigma$;

2) если $E(0) \in K_2$, то игра $\Gamma(A)$ относительно начальных положений $E(0)$ и $P(0)$ сводится к игре преследования на плоскости из тех же начальных положений, $T = b/\sigma$ [1];

3) если $E(0) \in K_3$, то игра $\Gamma(A)$ относительно начальных положений $E(0)$ и $P(0)$ сводится к игре преследования в полуплоскости из тех же начальных положений, $T = b/\sigma$ [1].

Найдено решение игры $\Gamma(A)$ в следующих случаях:

1) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\rho \cos(\frac{\alpha}{2}) \geq \sigma$, и в начале игры P находится на биссектрисе угла A , $E(0) \in A$;

2) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $\rho \cos(\frac{\alpha}{2}) \leq \sigma$, и в начале игры E находится в вершине угла A , $P(0) \in A$.

Найдено решение игры $\Gamma(A)$ в случае простых областей:

1) преследование происходит в квадрате S со стороной a , $\rho = \sqrt{2}\sigma$, начальное положение преследователя – в точке пересечения диагоналей квадрата S , $E(0) \in S$ (оптимальное время преследования $T = \frac{a}{2\sigma}$);

2) преследование в равностороннем треугольнике S со стороной a , $\rho = 2\sigma/\sqrt{3}$, в начале игры P находится в точке пересечения биссектрис треугольника S , $E(0) \in S$ (оптимальное время преследования $T = \frac{2a}{\sigma}$).

Список использованных источников

1. Петросян Л.А., Рихсиев Б.Б. Преследование на плоскости. – М.: Наука, 1991.

Плоско-параллельное движение флюидов в пористых средах

Юнусов А.А.

Научный руководитель – доцент, д.т.н., Полкунов Ю.Г.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Флюид (от лат. *fluidis* — «текучий») — вещество, поведение которого может быть описано законами механики жидкостей. К веществам данного типа относят жидкости и газы. В зависимости от проницаемости для флюидов, различают породы, способные вмещать флюиды, пропускать их через себя, или, наоборот – быть непроницаемыми (Рис. 1).

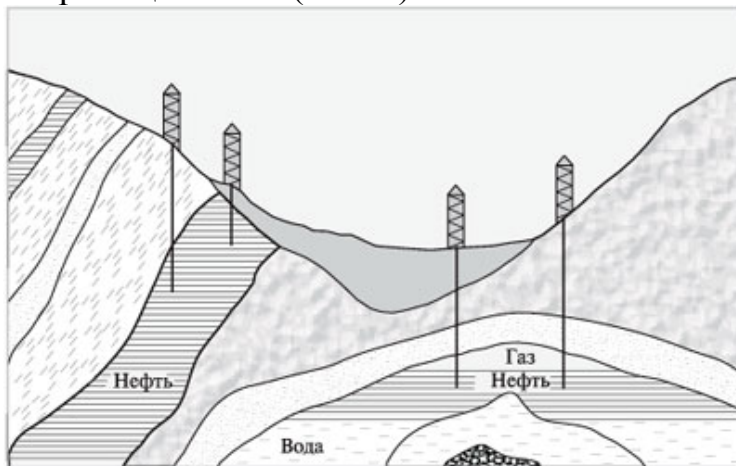


Рисунок 1 – Различные типы горных пород

Флюиды в залежи обычно находятся под давлением, примерно соответствующим гидростатическому, т.е. равным давлению столба воды высотой от поверхности земли до кровли залежи (10 кПа/м). Таким образом, первоначальное давление в залежи нефти на глубине, например, 1500 м может составлять 15 000 кПа.

В данной работе осуществлен расчет давлений внутри горной породы с помощью методов граничных элементов (МГЭ). Пусть известно давление в начале пути прохождения флюида (60 мПа) и давление в скважине (30 мПа). Сверху и снизу исследуемый пласт ограничивают непроницаемые горные породы (Рис. 2).



Рисунок 2 – Исходная задача

Непроницаемость означает, что нормальная производная от давления равна нулю (Рис. 3). Таким образом, имеем смешанную задачу для уравнения Лапласа $\Delta P = 0$.

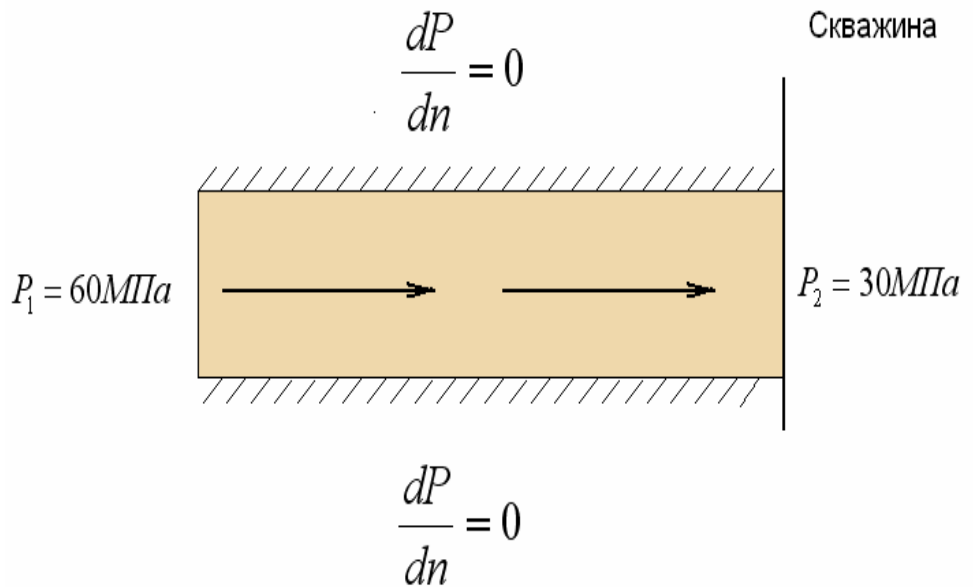


Рисунок 3 – Граничные условия для данной задачи

Для решения данной задачи был применен прямой метод граничных элементов [1]. Формулы для прямого метода имеют следующий вид:

$$P(\xi) = \int_s [P(x)F(x, \xi) - u(x)G(x, \xi)] ds(x)$$

$$\frac{\partial P(\xi)}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial x_1} = \int_s [P(x) \frac{\partial F(x, \xi)}{\partial x_1} - u(x) \frac{\partial G(x, \xi)}{\partial x_1}] ds(x)$$

$$\frac{\partial P(\xi)}{\partial y} = \frac{\partial P}{\partial x_2} = \int_s [P(x) \frac{\partial F(x, \xi)}{\partial x_2} - u(x) \frac{\partial G(x, \xi)}{\partial x_2}] ds(x)$$

$$\frac{1}{2} P(\xi_0) = \int_s [P(x)F(x, \xi) - u(x)G(x, \xi_0)] ds(x)$$

$$G(x, \xi) = -\frac{1}{2\pi} \ln r$$

$$r^2 = (x_1 - \xi_1)^2 + (x_2 - \xi_2)^2$$

$$F(x, \xi) = \frac{r_1 n_1(x) + r_2 n_2(x)}{2\pi r^2}$$

$$r_1 = x_1 - \xi_1 \quad r_2 = x_2 - \xi_2$$

Формулы для прямого метода в дискретном виде:

$$\frac{1}{2} P_j = \frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N P_i \left[\frac{r_{1ij} n_{1i} + r_{2ij} n_{2i}}{r^2} \right] \Delta S_i - \left\{ -\frac{1}{2\pi} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^N u_i \ln(r) \Delta S_i \right\}$$

$$n_1 = n_x \quad n_2 = n_y$$

$$r_{1ij} = x_i - x_j \quad r_{2ij} = y_i - y_j$$

$$r^2 = r_1^2 + r_2^2$$

$$\sum_{i=1}^N F_{ji} P_i = \sum_{i=1}^N G_{ji} u_i \quad j = \overline{1, n}$$

$$u_i = \frac{dP_i}{dn}$$

$$F_{ij} = \begin{cases} \frac{1}{2}, i = j \\ -\frac{1}{2\pi} \left[\frac{r_{xij} n_{xi} + r_{yij} n_{yi}}{r^2} \right] \Delta S_i \end{cases}$$

$$G_{ij} = \begin{cases} -\frac{1}{2\pi} \left[\ln\left(\frac{2}{\Delta S_i}\right) + 1 \right] \Delta S_i, i = j \\ \frac{1}{2\pi} \ln r \Delta S_i \end{cases}$$

После проведения расчетов получили значения давлений во внутренних точках исследуемого пласта (Рис. 4). Постепенное уменьшение давления происходит за счет сил трения.

60 МПа	51.98	38.22	31.32	27.32	24.95	23.68	23.36	24.22	27.73	30 МПа
	59.53	42.08	33.15	28.29	25.58	24.24	24.13	25.80	31.11	
	51.98	38.22	31.32	27.32	24.95	23.68	23.36	24.22	27.73	

Рис 4. Давления во внутренних точках пласта

Таким образом, в пласте, ограниченном непроницаемыми горными породами происходит уменьшение давления по параболическому закону.

Список использованных источников

1. Бенерджи П. Метод граничных элементов в прикладных науках / П. Бенерджи, Р. Баттерфилд. – М.: Мир, 1984. – 494с.

Использование равновесного программирования для поиска равновесий по Нэшу

Якубович Е.О.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Алеева С.Р.
Челябинск, Челябинский государственный университет

Рассматриваются ситуации с определёнными противоречиями, нуждающимися в разрешении. Примером могут выступать различные игровые постановки, в которых нужно согласовать частично противоречивые интересы участников. Равновесное программирование позволяет описывать эти и подобные им ситуации, предоставляя способы их разрешения.

Рассматривается следующая постановка равновесной задачи, представленная в работах А.С. Антипина [1], В.И. Зоркальцева [2]:

Найти неподвижную точку экстремального точечно-множественного отображения $v \rightarrow W(v)$ или показать, что её нет:

$$\tilde{v} \in W(\tilde{v}) \equiv \arg \max(\arg \min)\{F(\tilde{v}, w) : w \in \Omega\}$$

$$\tilde{v} \in \Omega \subseteq R^n, \quad F(v, w) : \Omega \times \Omega \rightarrow R^n, \quad \tilde{v} - \text{равновесное положение.}$$

Для игровых ситуаций компромисс в интересах участников может быть представлен как равновесие по Нэшу, определяемое следующей системой экстремальных включений:

$$\tilde{x}_i \in \arg \max(\arg \min)\{f_i(x_i, \tilde{x}_{-i}) : x_i \in X_i\}, \quad i = 1, \dots, n$$

Подобная система посредством введения функции следующего вида (см. [1]):

$$F(v, w) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i, x_{-i}), \quad \text{где } v = (x_i), \quad w = (x_{-i})$$

$$\Omega = X_1 \times \dots \times X_n, \quad i = 1, \dots, n$$

Может быть сведена к задаче равновесного программирования.

Рассматривается некооперативная игра 2-х лиц со следующими функциями потерь и множествами стратегий:

$$f_1(x_1, x_2) = 0.8 \cos(x_1 - x_2), \quad x_1 \in X_1 \equiv [-50, +50]$$

$$f_2(x_1, x_2) = -0.4 x_1 \cos x_2, \quad x_2 \in X_2 \equiv [-50, +50]$$

Вводится функция:

$$F(v, w) = 0.8 \cos(y_1 - x_2) - 0.4 x_1 \cos y_2$$

И составляется равновесная задача:

$$\tilde{v} \in \arg \min\{F(\tilde{v}, w) : w \in \Omega \equiv X_1 \times X_2\} \equiv$$

$$\arg \min\{0.8 \cos(y_1 - \tilde{x}_2) : y_1 \in X_1\} + \arg \min\{-0.4 \tilde{x}_1 \cos y_2 : y_2 \in X_2\}$$

$$v = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad w = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

Для решения равновесных задач требуется применения специальных численных методов. В [1], [2] представлены методы их решения.

Реализовав программно экстрапроксимальный метод из [1] для равновесной задачи с функциональными ограничениями $(v^* \in \arg \min \{F(v^*, w) : g(w) \leq 0, w \in \Omega\})$:

$$\tilde{p}^n = \arg \max \left\{ -\frac{1}{2} |y - p^n|^2 + \alpha(F(v^n, v^n) + \langle y, g(v^n) \rangle) : y \geq 0 \right\}$$

$$\tilde{u}^n = \arg \min \left\{ +\frac{1}{2} |w - v^n|^2 + \alpha(F(v^n, w) + \langle \tilde{p}^n, g(w) \rangle) : w \in \Omega \right\}$$

$$v^{n+1} = \arg \min \left\{ +\frac{1}{2} |w - v^n|^2 + \alpha(F(\tilde{u}^n, w) + \langle \tilde{p}^n, g(w) \rangle) : w \in \Omega \right\},$$

$$p^{n+1} = \arg \max \left\{ -\frac{1}{2} |y - p^n|^2 + \alpha(F(\tilde{u}^n, \tilde{u}^n) + \langle y, g(\tilde{u}^n) \rangle) : y \geq 0 \right\}$$

принимаящий при $g(w) \equiv 0$ следующий вид:

$$u^n = \arg \min \left\{ +\frac{1}{2} |w - v^n|^2 + \alpha(F(v^n, w) + 0) : w \in \Omega \right\} - v^n$$

$$v^{n+1} = \arg \min \left\{ +\frac{1}{2} |w - v^n|^2 + \alpha(F(v^n + u^n, w) + 0) : w \in \Omega \right\}$$

и применив его, были получены следующие решения равновесной задачи, являющиеся в данном случае равновесиями по Нэшу (таб.1) .

Таблица 1- Некоторые равновесия по Нэшу

Первого игрока	Второго игрока
-6.2832	3.1415
+9.4246	-6.2831
+3.1415	$-3.6724 \cdot 10^{-6}$
-12.5663	+3.1416

Данные стратегии игроков действительно являются равновесными по Нэшу.

Для $\tilde{v} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\pi \\ -\pi \end{pmatrix}$ получим:

$$-2\pi \in \arg \min \{0.8 \cdot \cos(y_1 - \pi) : y_1 \in X_1\} \equiv 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$\pi \in \arg \min \{-0.4 \cdot (-2\pi) \cdot \cos(y_2) : y_2 \in X_2\} \equiv \pi + 2\pi l, \quad l \in Z$$

Для $\tilde{v} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\pi \\ -2\pi \end{pmatrix}$ получим:

$$3\pi \in \arg \min \{0.8 \cdot \cos(y_1 + 2\pi) : y_1 \in X_1\} \equiv \pi + 2\pi k, \quad k \in Z$$

$$-2\pi \in \arg \min \{-0.4 \cdot (3\pi) \cdot \cos(y_2) : y_2 \in X_2\} \equiv 2\pi l, \quad l \in Z$$

Т.е. полученные точки действительно являются равновесиями по Нэшу.

Список использованных источников

1. Антипин А.С. Равновесное программирование. Проксимальные методы.//Журнал вычислительной математики и математической физики - 1997.- т. 37, № 11, с.1327 - 1339.
2. Зоркальцев В.И. Равновесные модели в экономике и энергетике / В.И. Зоркальцев, О.В. Хамисов; отв. ред. Н.И. Воропай; Ин-т систем энергетики им. Л.А. Мелентьева. - Новосибирск: Наука, 2005.

Раздел 2. Информатика и информационные технологии

Особенности правоприменения положений главы 28 Уголовного кодекса РФ

Азаров С.А.

Научный руководитель – старший преподаватель, к.т.н. Сормов С.И.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

В отечественной правоприменительной практике сегодня существует достаточно серьезная проблема – некорректная трактовка и необоснованное расширение сферы применения статей 272 и 273 Уголовного кодекса РФ. Можно выделить две основные причины указанной проблемы: это неполное соответствие главы 28 Уголовного кодекса РФ современным требованиям и объективная необходимость борьбы с правонарушениями в сфере информационных технологий.[1]

Глава 28 (Преступления в сфере компьютерной информации) содержит следующие статьи:

Статья 272. Неправомерный доступ к компьютерной информации

1. Неправомерный доступ к охраняемой законом компьютерной информации, то есть информации на машинном носителе, в электронно-вычислительной машине (ЭВМ), системе ЭВМ или их сети, если это деяние повлекло уничтожение, блокирование, модификацию либо копирование информации, нарушение работы ЭВМ, системы ЭВМ или их сети, -

наказывается штрафом в размере до двухсот тысяч рублей или в размере заработной платы или иного дохода осужденного за период до восемнадцати месяцев, либо исправительными работами на срок от шести месяцев до одного года, либо лишением свободы на срок до двух лет.

2. То же деяние, совершенное группой лиц по предварительному сговору или организованной группой либо лицом с использованием своего служебного положения, а равно имеющим доступ к ЭВМ, системе ЭВМ или их сети, -

наказывается штрафом в размере от ста тысяч до трехсот тысяч рублей или в размере заработной платы или иного дохода осужденного за период от одного года до двух лет, либо исправительными работами на срок от одного года до двух лет, либо арестом на срок от трех до шести месяцев, либо лишением свободы на срок до пяти лет.

Статья 273. Создание, использование и распространение вредоносных программ для ЭВМ

1. Создание программ для ЭВМ или внесение изменений в существующие программы, заведомо приводящих к несанкционированному уничтожению, блокированию, модификации либо копированию информации, нарушению работы ЭВМ, системы ЭВМ или их сети, а равно использование либо распространение таких программ или машинных носителей с такими программами -

наказываются лишением свободы на срок до трех лет со штрафом в размере до двухсот тысяч рублей или в размере заработной платы или иного дохода осужденного за период до восемнадцати месяцев.

2. Те же деяния, повлекшие по неосторожности тяжкие последствия, - наказываются лишением свободы на срок от трех до семи лет.

Статья 274. Нарушение правил эксплуатации ЭВМ, системы ЭВМ или их сети

1. Нарушение правил эксплуатации ЭВМ, системы ЭВМ или их сети лицом, имеющим доступ к ЭВМ, системе ЭВМ или их сети, повлекшее уничтожение, блокирование или модификацию охраняемой законом информации ЭВМ, если это деяние причинило существенный вред, -

наказывается лишением права занимать определенные должности или заниматься определенной деятельностью на срок до пяти лет, либо обязательными работами на срок от ста восьмидесяти до двухсот сорока часов, либо ограничением свободы на срок до двух лет.

2. То же деяние, повлекшее по неосторожности тяжкие последствия, - наказывается лишением свободы на срок до четырех лет.[3]

Примером неправомерного использования могут служить следующие преступления: «взлом» компьютерных программ, недобросовестное пользование услугами Интернета, массовая рассылка нежелательных сообщений («спам») и модификация ПО или данных («перепрошивка») мобильных телефонов. В такой ситуации правоохранительные органы нередко пытаются «подогнать» указанные виды злоупотреблений под действие статей 272 и 273, так или иначе, сводя их к неправомерному доступу к компьютерной информации и несанкционированным действиям с ней. Следует отметить, что в большинстве случаев такая «подгонка» некорректна и неправомерна, однако судебные решения по подобным делам принимаются до сих пор. «Взлом» компьютерной программы направлен на обход или преодоление встроенных в нее средств защиты авторских прав с целью бесплатного пользования «взломанной» программой. В принципе это деяние является уголовно наказуемым по статье 146, если ущерб от него превысит 50 тыс. руб. Однако львиная доля «взламываемых» программ не превышает по стоимости 3000 - 6000 руб., что делает «взломщиков» недостижимыми для уголовного преследования.[1]

В настоящее время, когда трудно представить будни каждого человека без высокоуровневых технологий, проблема преступлений в сфере компьютерной информации остается открытой и актуальной, требующая доработок и корректировок.

Изучив нормативные документы, статьи и комментарии к главе 28 УК РФ, я согласен с мнениями:

1) Ю. В. Добрынина из доклада, представленным на VII Международной конференции "Право и Интернет": «...что виды преступлений, совершаемых в компьютерной сфере, весьма разнообразны, и для последующего пресечения противоправных деяний, а так же предупреждения сложности применения

карающих законов по данным преступлениям, необходимо совершенствовать законодательство РФ новыми правовыми актами с учетом особенностей правоотношений в компьютерной практике, которые смогут внести точность и ясность в нестабильные вопросы компьютерного права в России.»[4]

2) разделов и глав учебного пособия «Экономико-правовые основы рынка программного обеспечения» авторов В.А. Благодатских, С.А. Серeda, К.Ф. Посакалов: «Однозначного определения понятия «компьютерное преступление» до настоящего времени не выработано. Сегодня к «компьютерным преступлениям» принято относить как преступления, объектом посягательства которых были компьютерные системы и хранящиеся в них данные, так и преступления, при совершении которых вычислительная техника и программное обеспечение использовались как орудия.

Организацией «Интерпол» разработан Международный кодификатор компьютерных преступлений, в рамках которого все они подразделены на шесть основных групп. Если сопоставить позиции классификатора с Уголовным кодексом РФ, то можно увидеть, что значительная часть правонарушений покрывается положениями Кодекса, что соответственно делает их наказуемыми в Российской Федерации.

Появление новых правонарушений часто требует внесения изменений в законодательство, но правоохранительные органы, не дожидаясь таких изменений, зачастую «подгоняют» подобные деяния под состав, покрываемый ст. 272 и 273 УК РФ. Подобная практика далеко не всегда правомерна, однако «работает», что нужно иметь в виду IT-специалистам при оценке своих действий и их последствий.»[1]

3) комментариями В.М. Лебедева к главе 28 УК РФ: «Уголовное законодательство охраняет далеко не всякую информацию, а лишь ту, которая имеет научное, практическое и юридическое значение. В соответствии с Конституцией РФ, Законом о государственной тайне и другим законодательством охране подлежит информация, отнесенная к государственной тайне; персональные данные; сведения, составляющие тайну предварительного следствия; сведения, составляющие служебную, профессиональную и коммерческую тайну; сведения о сущности изобретения, полезной модели или промышленного образца до официальной публикации информации о них.»[2]

Хочу отметить, что вышеизложенные авторы проделали огромные труды, рассмотрев документы и акты законодательного уровня как России, так международных организаций и стран.

С моей точки зрения в главе 28 УК РФ весьма «размыты» формулировки статей, необходима конкретизация; рассмотрен основной, но узкий состав преступлений, считаю необходимым расширение этого спектра для оценки наказания за неправомерные действия; нечеткие границы субъективной стороны, желательно дополнение и расширение статей, согласно главе 5 УК РФ (Вина); нужно своевременно дополнять и вовремя корректировать статьи с ростом и развитием компьютерных технологий.

Немного подробнее можно остановиться на субъективной стороне, например статья 273. Существует ПО предназначенное системным администраторам и IT-специалистам для обнаружения «дыр» в системе, которое в свою очередь можно классифицировать как вредоносное ПО, при неправильном использовании или совершения непреднамеренной ошибки в исходном коде. В первом случае такие действия попадут под статью 274 (Нарушение правил эксплуатации ЭВМ, системы ЭВМ или их сети). Второй случай под статью 273. Является ли сборка дистрибутива (или ПО) по выявлению «дыр» в компьютерной системе и проверке ее на прочность созданием вредоносных программ? Данный вопрос остается открытым. Можно ли классифицировать допущение ошибки по неосторожности при разработки таких проектов как уголовно наказуемым или нет? Ответ неясен. Поэтому считаю необходимым конкретизировать главу 28 и ее статьи по главе 5 УК РФ (Вина) по соответствующим классификациям. Множество недочетов и мелких нюансов можно увидеть в главе 28 УК РФ с точки зрения специалистов по компьютерной безопасности, с моей точки зрения так же нужно учитывать мнения IT-специалистов при корректировке законов и привлекать их к активному участию.

Список использованных источников

- 1) **Благодатских В.А.**, Экономико-правовые основы рынка программного обеспечения [Текст]: учебное пособие для вузов / В.А. Благодатских, С.А. Середа, К.Ф. Посакалов; М. – изд. Финансы и статистика 2007 г. – 240 с.
- 2) **Лебедев В. М.**, Комментарий к Уголовному кодексу Российской Федерации [Текст]: учебное пособие / под общ. ред. В. М. Лебедева – 5-е изд., перераб. и доп. 2007. – 976 с.
- 3) Уголовный кодекс Российской Федерации [Текст]: М. – изд. Проспект 2009 г. – 192 с.
- 4) Классификация компьютерных преступлений, взгляд хакера и юриста [Электронный ресурс]: статья под редакцией Ю.В. Добрынина; Режим доступа - <http://www.securitylab.ru/analytics/241577.php>

Автоматизированная система моделирования управления доступом

Азаров С.А., Васнецов Д.М.

Научный руководитель – доцент, к.т.н. Нестеренко М.Ю.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

Цель управления доступом это ограничение операций, которые может проводить легитимный пользователь (зарегистрировавшийся в системе). Управление доступом указывает, что конкретно пользователь имеет право делать в системе, а так же какие операции разрешены для выполнения приложениями, выступающими от имени пользователя [4].

Таким образом, управление доступом предназначено для предотвращения действий пользователя, которые могут нанести вред системе, например, нарушить безопасность системы [4] .

Модель конечного автомата описывает систему как абстрактную математическую машину. В этой модели переменные состояния представляют состояния машины, а функции перехода описывают способ изменения переменных. Модель управления доступом имеет дело только с наиболее существенными переменными состояниями, влияющими на безопасность и потому намного проще, чем полная модель конечного автомата для данной системы[5] .

Состояния безопасности системы представлены в виде таблицы, содержащей по одной строке для каждого субъекта системы и по одной колонке для каждого субъекта и объекта.

Каждое пересечение в массиве определяет режим доступа данного субъекта к каждому объекту или другому субъекту системы.

Сразу оговоримся, что нельзя сказать какая из существующих моделей лучше или хуже. Каждая из описанных моделей служит для выполнения определенных задач и выбор одной или нескольких моделей обуславливается спецификой области применения[3] .

Различные организации имеют свои специфичные требования к политике безопасности. Система дискреционного управления доступом подразумевает, что все ресурсы системы принадлежат пользователям системы, а значит следить за доступом к ресурсу должен его владелец, т.е. пользователь. Такие системы в основном рассчитаны на небольшое количество пользователей. При росте числа пользователей, количество работ по администрированию системы возрастает многократно[3] . Достоинства системы дискреционного управления доступом является простота использования и дешевизна обслуживания в малых системах. К существенным недостаткам такой модели можно отнести возможность реализации механизма «троянского коня».

Для организаций, в которых требуется четкая централизованная система управления доступа, при которой каждый пользователь имеет ровно столько информации, сколько ему требуется, и безопасность или надежность данных является основным приоритетом, уместно использовать систему мандатного контроля доступа. Обычно это большие организации, где функции всех ее членов строго регламентированы. К ним в основном относятся военные институты.

Также довольно часто требуется совместить гибкость настройки с централизованным управлением. Тогда использование комбинации мандатного и дискреционного контроля доступом представляется вполне целесообразным. Такая комбинация позволяет централизованно ограничить доступ к наиболее критичным ресурсам на самом верхнем уровне, и в то же время позволить пользователям управлять доступом к менее важным данным.

Системы с ролевым управлением доступом целесообразно использовать в больших организациях, со сложной иерархией и большим количеством разделяемых операций. В такой системе данные обычно принадлежат не

пользователю, а системе. И управление доступом к ресурсам основывается не на принадлежности ресурса, а на функциях пользователя в организации. Вообще говоря, ролевой метод управления доступом является модификацией модели мандатного управления доступом, но он не основан на многоуровневой системе требований к безопасности. Также важно понимать, что ролевая модель больше связана с управлением доступом к операциям над объектами, а не к самим объектам[4] .

Исследования доказывают, что универсального образца (эталона) нет, что построение универсальной модели доступа, которая была бы применима ко всем информационным системам, является утопией. Каждому конкретному защищаемому объекту нужен свой индивидуальный подход, «каркас» со специфичными компонентами, работающий по своим правилам. За основу могут браться как классические модели, их модификации или комбинации.

Для увеличения скорости и точности принятия решения использования той или иной системы управления доступом нами разработано программное средство – автоматизированная система моделирования управления доступом, состоящая из следующих компонентов:

- файловая система;
- база данных пользователей;
- программа-оболочка;
- файл настройки оболочки;
- файл уровней субъектов и объектов (для мандатной модели);
- файл матрицы доступа (для дискреционной модели);
- программа чтения/выполнения правил;
- программы по работе с объектами/субъектами и их атрибутами.

Программа-оболочка предназначена для отображения файлов и пользователей. Из нее передаются режимы для запуска одного из правил:

- чтение объекта
- запись объекта
- чтение субъекта
- запись субъекта
- чтение/изменение атрибутов объектам (субъектам).

Программа чтения/выполнения правил работает с файлами, в которых содержится правило из набора команд и специальных символов.

Синтаксис языка. Правило и его конструкция.

Правило – набор входных и выходных параметров.

Входным параметром является условие. Условие может быть простым (одно условие) или составным (два условия в логической привязки «и» (&) или «или» (|)). условие вводится в параметр `if =` . В условие можно вызвать одну из двух функций `attrValR` (считать атрибут «чтение» («просмотр») у объекта, возвращает 0 – если запрет и 1 если разрешено) и `attrValW` (считать атрибут «запись» («изменение») у объекта, возвращает 0 – если запрет и 1 если разрешено). Для сравнения предусмотрены следующие знаки:

- > больше. Пример. `attrValR > 1`
- < меньше. Пример. `attrValW < 1`

= равно. Пример. attrValR = 1

! неравно. Пример. attrValW ! 1

Выходными параметром может быть запуск одной из двух функций: вывод сообщения (message %Текст сообщения%), выполнение программы (execute %папка программы\программа.exe%). Вызов функции прописывается если условие верное то в параметре then=, если ложно в параметре else= .

Для примера рассмотрим два правила с простым и составным условием

Правило с простым условием. Чтение объекта

[readObj]

if = attrValR = 1

then = execute %smReader\smReader.exe%

else= message %Access dined !!!%

Если attrValR вернет значение равное 1, тогда будет запущена программа «Диск:\Папка_проекта\smReader\smReader.exe», иначе выведется сообщение «Access dined !!!».

Правило с составным условием. Запись субъекта

[writeSubj]

if = attrValR = 1 & attrValW = 1

then = execute %infViewer\infViewer.exe%

else= message %Access dined !!!%

Если attrValR вернет значение равное 1 и attrValW вернет значение равное 1, тогда будет запущена программа «Диск:\Папка_проекта\infViewer\infViewer.exe», иначе выведется сообщение «Access dined !!!».

Команды:

attrValR – чтение атрибута «чтение» в матрице доступа;

attrValW – чтение атрибута «запись» в матрице доступа;

execute %имя_exe.exe% – запуск программы на выполнение (программа должна находиться в директории вместе с MOONDUCK.exe или более низкого уровня, но в данной директории (тогда необходимо указать путь. Например программа smReader.exe находится в папке «C:\MOONDUCK\smReader\», тогда необходимо прописать %smReader\smReader.exe%))

message %Текст сообщения % – вывод сообщения написанного в %%

delete – удаление объекта (происходит чтение файла настроек и удаляется объект, записанный в object=)

noact – команда, которая не совершает никаких действий;

addObj – ставит параметр о создание нового файла в положении «true».

LO – считывает уровень объекта;

LS – считывает уровень субъекта;

TSN (This Subject Name) – возвращает имя текущего субъекта

CN (Creator Name) – возвращает имя создателя

run %путь_правила\правило.ini%– выполнение правила. Запускаемый файл может содержать только одно правило, следующей структуры:

правило.ini

[run]

```
if =p1 sign p2
```

```
then =command№1
```

```
else = command№2
```

где p1 – параметр №1; p2 – параметр №2; sign – знак сравнения; command№1 – команда, которая будет выполнена при истинном условии; command№2 – команда, которая будет выполнена при ложном условии.

Ключи для программ:

/r – запуск программы в режиме чтения;

/w – запуск программы в режиме записи (редактирования);

/d – имеет значение «2», используется программой WSM.exe для понижения уровня доступа;

/u – имеет значение «3», используется программой WSM.exe для повышения уровня доступа.

Рассмотрим в качестве примера дискреционную модель управления доступом. Совместно с базой данных пользователей и файловой системой используется матрица доступа, в которой хранятся атрибуты субъектов к конкретному объекту. Для построения системы используем следующие правила (чтения объекта, запись объекта и т.п.):

[readObj]

```
if = attrValR = 1
```

```
then = execute %reader\smReader.exe%
```

```
else= message %Access dined !!!%
```

[writeObj]

```
if = attrValR = 1 & attrValW = 1
```

```
then = execute %reader\smReader.exe%
```

```
else= message %Access dined !!!%
```

[addObj]

```
if = addObj = 1
```

```
then = execute %reader\smReader.exe%
```

```
else= message %Access dined !!!%
```

[deleteObj]

```
if = attrValR = 1 & attrValW = 1
```

```
then = delete
```

```
else= message %Access dined !!!%
```

[readSubj]

```
if = attrValR = 1
```

```
then =execute %ws\infViewer.exe%
```

```
else= message %Access dined !!!%
```

[writeSubj]

```
if = attrValR = 1 & attrValW = 1
```

```
then = execute %ws\infViewer.exe%
```

```
else= message %Access dined !!!%
```

[deleteSubj]

```
if = attrValR = 1 & attrValW = 1
```

```
then = delete
```

```
else= message %Access dined !!!%
```

[rwAttr]

```
if = attrValR = 1 | attrValW = 1
```

```
then =execute %ws\infViewer.exe%
```

```
else= message %Access dined !!!%
```

Исходя из данных правил дискреционной системы управления доступом, можно увидеть брешь в защите. Например, при чтении объекта, можно вызвать вредоносную программу, работающую по механизму «тройного коня»:

1) обращение к файлу подкачки set.ini и считывание параметров «subject» и «object».

- 2) поиск в файле матрицы доступа MA.ini объекта и замена субъекту атрибутов новыми (с полным доступом).
- 3) запуск программы чтения объекта (smReader.exe).

Список использованных источников

- 1) **Девянин П.Н.**, Модели безопасности компьютерных систем [Текст]: учебное пособие для студентов высш. учеб. заведений / П.Н. Девянин; М. – изд. «Академия» 2005 г. – 144с.
- 2) **Малюк А.А.**, Информационная безопасность: концептуальные и методологические основы защиты информации [Текст]: учебное пособие для вузов / А.А. Малюк; М. – изд. Горячая линия – Телеком, 2004. -280с.
- 3) **Osborn S.**, Configuring Role-Based Access Control To Enforce Mandatory And Discretionary Access Control Policies [Текст]: научная литература / Osborn S., Sandhu R., Nunawer Q. – изд. ACM Trans. Info. Syst. Security, Том 3, 2000 г.
- 4) Обзор и сравнение существующих методов управления доступом [Электронный ресурс]: учебное пособие; Режим доступа - <http://www.nsc.ru/ws/YM2003/6312/>
- 5) Типы моделей управления доступом [Электронный ресурс]: учебное пособие; Режим доступа - <http://www.chemisk.narod.ru/html/ib05.html>

Создание системы обработки квазиструктурированных электронных документов

Алексеев С.С.

Научный руководитель - старший преподаватель, к.т.н. Полищук Ю.В.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

В зависимости от характера обрабатываемых информационных ресурсов автоматизированные информационные системы подразделяются на два основных класса – документальные и фактографические [1].

Документальные системы используются для работы с документами на естественном языке. Системы этого класса используются, как правило, для накопления и поиска документов по различным критериям.

Фактографические системы оперируют фактическими сведениями, представленными в виде специальным образом организованных совокупностей формализованных записей данных. Эти системы используются не только для реализации справочных функций, но и для решения задач обработки данных.

Перспективной является разработка автоматизированной системы, совмещающей в себе преимущества документальных и фактографических систем.

Такая необходимость обусловлена отсутствием жесткой связи между документом и извлеченными из него данными. При обработке документа извлеченные из него данные сохраняются в специально разработанной модели данных, и связь с документом первоисточником ослабевает или пропадает совсем.

Стоит отметить, что информация, извлекаемая из документа, зачастую представляет собой квазиструктурированные данные. Под квазиструктурированными данными обычно понимают информацию, в которой можно выделить некую структуру, однако структура эта заранее целиком или частично неизвестна, либо может меняться с течением времени [2,3].

Остановимся подробнее на математической интерпретации предлагаемой системы.

Основой системы является реляционная база данных, схему которой можно описать следующим образом:

$$REL(R) = \{rel(r) \mid rel(r) = (A_1, A_2, \dots, A_n)\}, \quad (1)$$

где $rel(r) = (A_1, A_2, \dots, A_n)$ - схема отношений, которая формируется перечнем и последовательностью атрибутов кортежа;

A_i - атрибуты кортежей.

Для выбора требуемой записи из базы данных используется оператор выбора $\delta_B(r)$, который позволяет извлекать из отношения r кортежи, удовлетворяющие B , т.е.

$$r' = \delta_B(r) = \{t' \mid t' \subseteq r; B, rel(r') = rel(r)\} \subseteq r. \quad (2)$$

При этой операции сохраняется первоначальная схема отношений.

В случае, когда в качестве одного из атрибутов кортежа A_i выступает xml документ, описываемый совокупностью квазиструктурированных моделей данных, в качестве параметра в условии B может быть использовано информационное наполнение xml документа, получение которого осуществляет функция $xpath$ следующего вида:

$$xpath(path, S_{ns}) = sObj, \quad (3)$$

где S_{ns} - квазиструктурированная модель данных, относящаяся к пространству имен $namespace$, которую можно представить как совокупность множеств:

$$S_{ns} = \langle root, sObj, fObj, sMet, Obj_met \rangle, \quad (4)$$

где $root$ - корневой объект, $root \in sObj$

$sObj$ - конечное множество объектов;

$fObj$ - множество расширенных функциональных зависимостей на модели данных S_{ns} ;

$sMet$ - множество, такое что $sMet = rMet \times lMet$, $rMet$ - это множество метасвойств оформления, $lMet$ - это множество метасвойств ограничений;

Obj_met - функция, определенная на множестве $sObj$, такая что $sObj \xrightarrow{Obj_met} sMet$; каждому объекту $obj \in sObj$ ставится в соответствие кортеж из множества $sMet$, компоненты которого представляют собой метасвойства,

$path = fObj(sObj)$ - путь до искомого объекта квазиструктурированной модели S_{ns} ;

namespace – пространство имен, т.е. некоторое множество, под которым подразумевается модель или окружение, созданное для логической группировки уникальных идентификаторов. Идентификатор, определенный в пространстве имен, ассоциируется с этим пространством. Один и тот же идентификатор может быть независимо определен в нескольких пространствах. Xml документ *Doc* представлен как совокупность квазиструктурированных моделей данных:

$$Doc = \bigcup_{i=1}^n S_{ns_i}, \quad (5)$$

где $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ и S_{ns_i} - экземпляр квазиструктурированной модели данных.

Функция *xpath* может быть использована не только в качестве условия выбора, но и в качестве нового атрибута в схеме отношений, получаемой в результате использования оператора выбора $\delta_B(r)$.

Разработка моделей данных, соответствующих логике решаемых задач, осуществима с помощью технологии XSD. Каждый документ, перед использованием в системе необходимо обработать – применить к нему соответствующие XSD-схемы.

Удобным форматом для хранения квазиструктурированной модели данных является формат docx, поддерживаемый пакетом MS Office 2007. Этот формат, является zip-архивом, хранящим данные разных типов, включая xml.

Для работы со сформированным пространством данных, как с электронным каталогом, можно сохранить XML-документы в реляционной базе данных с поддержкой XML. Для этого используем СУБД Oracle 10g.

Для организации базы данных определим следующие понятия:

- документ (DOC) – документ в формате MS Word 2007;
- xml - документ (DOC_XML) – xml - файл, созданный по xsd схеме;
- тип документа (DOC_TYPE_NAME) – определяет какие модели (xsd-схемы) применены к документу и какие виды запросов им соответствуют;
- схема документа (SCHEME_XSD) – xsd - файл, определяющий модель данных, может быть связан с несколькими типами документов;
- запрос (SELECT) – xpath - запрос используется для выборки данных из документов.

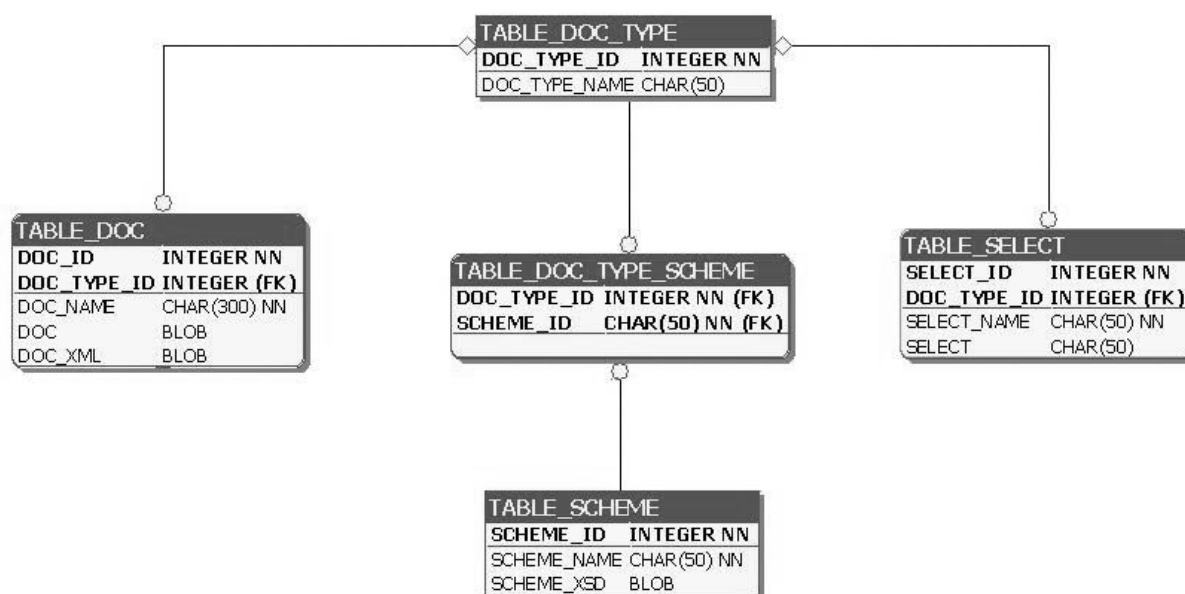


Рисунок 1 – Структура базы данных

Для удобства работы с системой, необходимо разработать пользовательский интерфейс, реализующий основные функции редактирования базы данных и для использования запросов.

Структура базы данных представлена на рисунке 1.

Предлагаемая система, совмещает в себе возможности фактографических и документальных баз данных, что позволяет поддерживать актуальность обрабатываемых данных, сохраняя их связь с первоисточником. Кроме того, использование квазиструктурированных моделей облегчает возможности обмена данными между различными источниками и позволяет гибко решать поставленные задачи.

Список использованных источников

1. Корнеев В.В., Гареев А.Ф., Васютин С.В., Райх В.В. Базы данных. Интеллектуальная обработка информации. - М.: Нолидж, 2000. - 352 с.
2. Тенцер А. База данных – хранилище объектов // КомпьютерПресс. – 2001. – № 8. – С. 144-145.
3. Палей Д. Моделирование квазиструктурированных данных // Открытые системы. – 2002. – № 09. – С. 57-64.

Реализация проблемно-ориентированного программного обеспечения моделирования процессов вакуумно-сублимационной сушки

Баклыков А.А.

Научный руководитель – к.ф.-м.н, доцент Петухова Т.П.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Моделирование тепло- и массообмена в веществе является одной из наиболее распространенных задач, возникающих при описании таких физических процессов, как, например, нагрев, плавление, испарение, сушка материала и т.д. Данные процессы, как правило, описываются сложными нелинейными системами уравнений в частных производных. Математическое моделирование подобных процессов представляет собой актуальную задачу, в связи с тем, что разрабатываемое на основе математических моделей программное обеспечение оказывает существенную помощь в проектировании новых аппаратов, исследования протекающих в них процессов и создании средств их автоматического регулирования.

Нами был рассмотрен процесс сушки (тепловой или сублимационной) некоторого материала произвольных размеров, формы и структуры. В целях общности не оговариваются методы и этапы сушки, агрегатное состояние содержащейся влаги (в любом объеме материала могут содержаться все три фазы и иметь место фазовые переходы), способ и режим нагрева материала.

Такой процесс описывается следующей системой дифференциальных уравнений в частных производных [1]:

$$c \cdot \gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) - r_{\text{пар}} \cdot J_{\text{пар}} + r_{\text{жст}} \cdot J_{\text{жст}} + Q_{\text{нагр}} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \gamma \frac{\partial U_1}{\partial t} = & \frac{\partial}{\partial x} \left(a_{m2} \cdot \gamma \cdot \frac{\partial U_1}{\partial x} + a_{m2} \cdot \delta_2 \cdot \gamma \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + \lambda_{p2} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(a_{m2} \cdot \gamma \cdot \frac{\partial U_1}{\partial y} + a_{m2} \cdot \delta_2 \cdot \gamma \cdot \frac{\partial T}{\partial y} + \lambda_{p2} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left(a_{m2} \cdot \gamma \cdot \frac{\partial U_1}{\partial z} + a_{m2} \cdot \delta_2 \cdot \gamma \cdot \frac{\partial T}{\partial z} + \lambda_{p2} \cdot \frac{\partial P}{\partial z} \right) - J_{\text{исп}} - J_{\text{жст}} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\gamma \frac{\partial U_2}{\partial t} = J_{\text{жст}} - J_{\text{суб}} \quad (4)$$

$$c_p \cdot \gamma \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{p1} \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_{p1} \frac{\partial P}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{p1} \frac{\partial P}{\partial z} \right) + J_{\text{пар}} \quad (3)$$

где

T - температура;

U_1, U_2 - удельное содержание жидкой и твердой фазы;

P - давление паров в материале;

t - время;

$Q_{\text{нагр}}$ - удельная мощность внутренних источников теплоты, связанных с диэлектрическим или терморadiационным нагревом материала;

$J_{\text{пар}}, J_{\text{исп}}, J_{\text{суб}}, J_{\text{жст}}$ - удельные мощности внутренних источников (стоков) массы, связанных соответственно с процессами парообразования, испарения, сублимации ($J_{\text{пар}} = J_{\text{исп}} + J_{\text{суб}}$) и перехода между жидкой и твердой фазами;

c - приведенная удельная теплоемкость материала;

γ - плотность скелета сухого материала;

λ - теплопроводность;

$r_{нар}, r_{жст}$ - теплота парообразования и перехода между жидкой и твердой фазами;

a_{m2} - коэффициент диффузии жидкости;

δ_2 - относительный коэффициент термодиффузии жидкости;

$\lambda_{p1}, \lambda_{p2}$ - коэффициент молярного переноса пара и жидкости;

c_p - удельная маслосъемность.

Уравнение (3) распространяется также на точки поверхности материала.

Система (1) - (4) дополняется уравнениями тепло – и массообмена на поверхности объекта сушки

$$-\lambda(\nabla T)_n + q_{нар} - \alpha(T_n - T_c) - r_{нар} \cdot q_{m2} = 0 \quad (5)$$

$$a_{m2} \cdot \gamma(\nabla U_2)_n + a_{m2} \cdot \delta_2 \cdot \gamma(\nabla T)_n + \lambda_{p2}(\nabla P)_n + q_{m2} = 0 \quad (6)$$

$$-\lambda_{p1}(\nabla P)_n - \alpha(P_n - P_c) = 0 \quad (7)$$

и начальными условиями

$$\begin{aligned} T(0, x, y, z) &= T_0(x, y, z); \\ U_1(0, x, y, z) &= U_{1,0}(x, y, z); \\ U_2(0, x, y, z) &= U_{2,0}(x, y, z); \\ P(0, x, y, z) &= P_0(x, y, z); \end{aligned} \quad (8)$$

В формулах (5) - (7) индекс « n » соответствует значению величины на поверхности тела;

$q_{нар}$ - плотность потока теплоты, связанного с кондуктивным или терморadiационным нагревом материала;

q_{m2} - интенсивность испарения жидкой фазы на внешней поверхности;

α_p - коэффициент массообмена при релаксации избыточного давления в объекте сушки;

P_c - давление среды;

$T_0; U_{1,0}; U_{2,0}; P_0$ - начальные значения тепло- и массообмена.

При выборе численной методики решения задачи (1)-(8) рассматривался одномерный случай, т.е.

$$T = T(t, x); U_1 = U_1(t, x); U_2 = U_2(t, x); P = P(t, x).$$

Для аппроксимации уравнений (1) - (4) использовались разностная схема с весами ($\sigma_i = 1, i = \overline{1,3}$ - неявная четырехточечная разностная схема, $\sigma_i = 0.5, i = \overline{1,3}$ - неявная шеститочечная разностная схема) и неявная трехслойная схема на равномерной сетке[3]. Данные схемы были выбраны нами, так как они являются абсолютно устойчивыми. Известно [3], что неявная шеститочечная разностная схема и неявная трехслойная схема для решения стандартного уравнения диссипации, конвекции и кинетики, в случае когда все коэффициенты уравнения являются константами, имеют второй порядок точности как по времени, так и по пространству, а неявная четырехточечная разностная схема первый порядок точности по времени и второй по пространству. Но так как в исходной системе (1) - (4) не все коэффициенты

являются константами, то нами были найдены теоретические оценки погрешности аппроксимации.

Для неявной шеститочечной разностной схемы ошибка аппроксимации в указанном случае имеет вид:

$$\alpha_{\tau,h} = c|_A \cdot \gamma \frac{\tau^2}{24} \frac{\partial^3 T}{\partial t^3} \Big|_A - \frac{h^2}{12} \cdot \lambda \Big|_A \frac{\partial^4 T}{\partial x^4} \Big|_A - \\ - \frac{\tau^2}{4} \left(\frac{1}{2} \lambda|_A \frac{\partial^4 T}{\partial t^2 \partial x^2} \Big|_A + \frac{1}{2} \frac{\partial \lambda}{\partial x} \Big|_A \frac{\partial^3 T}{\partial t^2 \partial x} \Big|_A + \frac{\partial \lambda}{\partial t} \Big|_A \frac{\partial^3 T}{\partial t \partial x^2} \Big|_A + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t \partial x} \Big|_A \frac{\partial^2 T}{\partial t \partial x} \Big|_A + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \lambda}{\partial t^2} \Big|_A \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_A + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \lambda}{\partial t^2 \partial x} \Big|_A \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_A \right) - \delta_h$$

где

$$\delta_h = \frac{h}{2} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \Big|_A \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_A + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} \Big|_A \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_A \right)$$

Для неявной четырехточечной разностной схемы ошибка аппроксимации выглядит следующим образом:

$$\alpha_{\tau,h} = -c|_A \cdot \gamma \frac{\tau}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} \Big|_A - \frac{h^2}{12} \cdot \lambda \Big|_A \frac{\partial^4 T}{\partial x^4} \Big|_A - \delta_h$$

где

$$\delta_h = \frac{h}{2} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \Big|_A \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_A + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} \Big|_A \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_A \right)$$

Для неявной трехслойной разностной схемы ошибка аппроксимации в указанном случае имеет вид:

$$\alpha_{\tau,h} = -c|_A \cdot \gamma \frac{\tau^2}{3} \frac{\partial^3 T}{\partial t^3} \Big|_A - \frac{h^2}{12} \cdot \lambda \Big|_A \frac{\partial^4 T}{\partial x^4} \Big|_A - \delta_h$$

где

$$\delta_h = \frac{h}{2} \left(\frac{\partial \lambda}{\partial x} \Big|_A \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \Big|_A + \frac{\partial^2 \lambda}{\partial x^2} \Big|_A \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_A \right)$$

Как видно, в случае, если коэффициент λ не является константой, то все рассмотренные разностные схемы имеют лишь первый порядок точности по пространству.

Граничные условия (5) - (7) были аппроксимированы направленными разностями, имеющими первый порядок точности.

Во всех рассматриваемых нами разностных схемах на каждом временном слое необходимо решать систему линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей коэффициентов. Для ее решения мы выбрали алгоритм скалярной трехточечной прогонки. Таким образом, трудоемкость рассмотренных нами разностных схем существенно не различается и сопоставима с $O(N \cdot M)$, где $N = \frac{t_N - t_0}{\tau}$,

$$M = \frac{x_M - x_0}{h}.$$

Здесь

t_0 - начальное время,

t_N - конечное время,

τ - шаг по времени,

x_M, x_0 - границы расчетной области,

h - шаг по пространству.

В одномерном случае численное решение системы уравнений в частных производных было реализовано в виде программного средства, тестирование которого производилось на различных тестовых задачах по сопоставлению теоретической и практической погрешности.

Было также проверено наличие сходимости численного решения на последовательности сеток.

Интерфейс программы, построенный в соответствии с этапами вычислительного эксперимента, представлен на рисунке 1.

Моделирование процессов тепло и массообмена в вакуумно-сублимационной сушке

Математическая модель | Дискретная модель

Система ДУ | Начальные условия и расчетная область | Граничные условия

$$c \cdot \gamma \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \cdot \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \varphi_1$$

$$\gamma \frac{\partial U_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_1 \cdot \frac{\partial U_2}{\partial x} + k_2 \cdot \frac{\partial T}{\partial x} + k_3 \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) - \varphi_2$$

$$\gamma \frac{\partial U_3}{\partial t} = \varphi_3$$

$$c_p \cdot \gamma \frac{\partial P}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_{p1} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \varphi_4$$

γ	1
c	t^2
λ	x^t
φ_1	x^2 * t^3 * (2 * x - 9)
k_1	x
k_2	x^2
k_3	x^3
φ_2	2 * x * t * (x^2 * t - 6 * x^2 * t - 4 * x^2 * t^2)
φ_3	3 * t^2
c_p	t
λ_{p1}	x * t^2
φ_4	x * t^3 * (3 * x - 4 * t^2)

78 Моделирование процессов тепло и массообмена в вакуумно-сублимационной сушке

Математическая модель | Дискретная модель

Система ДУ | Начальные условия и расчетная область | Граничные условия

Расчетная область

Интервал по x от

до

Интервал по t от

Начальные условия

$T(t_0, x)$

$U_2(t_0, x)$

$U_3(t_0, x)$

$P(t_0, x)$

Решить

78 Моделирование процессов тепло и массообмена в вакуумно-сублимационной сушке

Математическая модель | Дискретная модель

Система ДУ | Начальные условия и расчетная область | Граничные условия

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{II} + \varphi_5 = 0$$

$$k_1 \left(\frac{\partial U_2}{\partial x} \right)_{II} + k_2 \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{II} + k_3 \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{II} - \varphi_6 = 0$$

$$-\lambda_{p1} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{II} - \varphi_7 = 0$$

φ_5
 φ_6
 φ_7

Решить

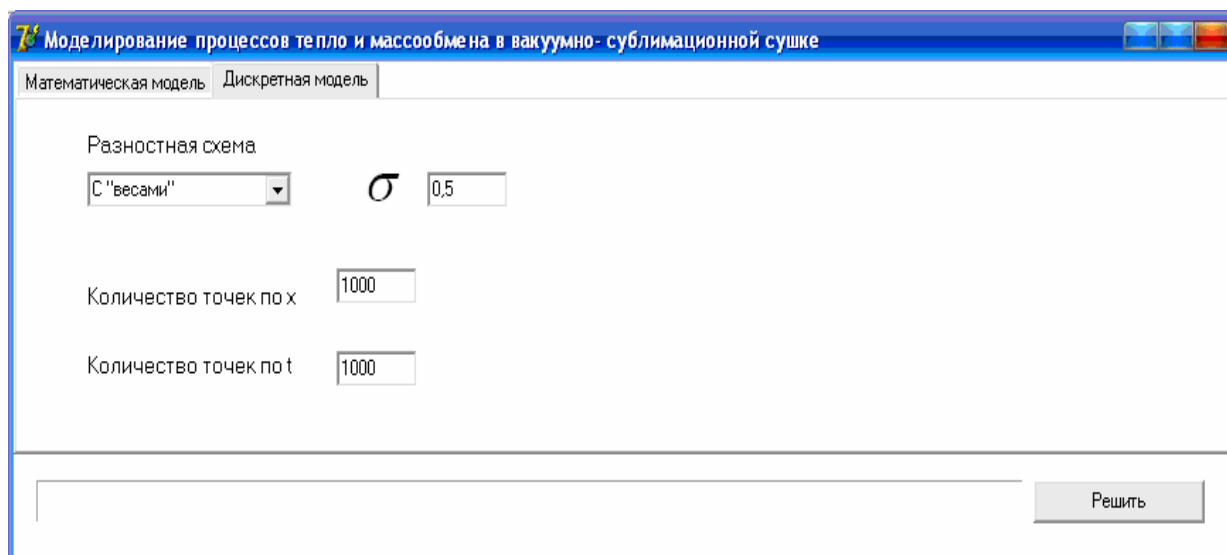


Рисунок 1 – Интерфейс программного средства

Используя реализованное программное обеспечение, было проведено детальное численное исследование рассматриваемых разностных схем для нелинейных систем дифференциальных уравнений в частных производных.

Теоретическое и численное исследование разностных схем показало, что:

1) все схемы являются абсолютно устойчивыми;
 2) для линейных систем дифференциальных уравнений в частных производных неявная шеститочечная разностная схема и неявная трехслойная разностная схема имеют второй порядок точности по времени и по пространству, а неявная четырехточечная лишь первый порядок точности по времени и второй по пространству.

3) для нелинейных систем дифференциальных уравнений в частных производных неявная шеститочечная и неявная трехслойная разностная схема имеют второй порядок точности по времени и первый по пространству, а неявная четырехточечная разностная схема имеет первый порядок точности по времени и по пространству;

4) неявная трехслойная разностная схема имеет существенное преимущество перед неявной шеститочечной и неявной четырехточечной разностными схемами. В частности, для $\varepsilon = 0,01$ она позволяет проводить расчеты на сетках с числом узлов в 2 раза меньшем, чем неявная шеститочечная разностная схема и в 15 раз меньше, чем неявная четырехточечная разностная схема. При уменьшении ε в 10 раз это соотношение становится, соответственно, 2 раза и 50 раз.

Список использованных источников

1. **Черных, В.Б.** Математическое моделирование тепло- и массообмена в процесса вакуум- сублимационной сушки: Диссертация кандидата технических наук: 05.13.18 / В.Б. Черных.- Воронеж, 2007. -152 с.

2. **Тихонов, А.Н.** Вычислительная математика и математическое обеспечение ЭВМ [текст]: Сборник / Под ред. А.Н. Тихонова, А.А. Самарского. – М.: Изд-во МГУ, 1985. – 280 с.

3. **Петухова, Т.П.** Пакет прикладных программ для численного моделирования процессов тепло- и массопереноса. Методические указания по численному решению дифференциальных уравнений с помощью пакета прикладных программ, для студентов математического и физического факультетов [текст] / Т.П. Петухова, В.В. Сибирцев. – Караганда: Изд-во КарГУ, 1993. – 38 с.

4. **Самарский, А. А.** Численные методы [текст]: учебное пособие для вузов / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

Автоматизированная система «Характеристики и основные логические операции над нечеткими множествами»

Белякова А.Н., Хабибулина Э.А.

Научный руководитель – старший преподаватель Заельская Н.А.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

Задачи, стоящие перед человеком в различных областях знаний являются по своей природе слишком сложными и многогранными для того, чтобы использовать для их решения только точные, хорошо определенные модели и алгоритмы.

Многие понятия, вследствие человеческого мышления, приближенного характера умозаключений, лингвистического их описания являются нечеткими по своей природе и требуют для своего описания соответствующего аппарата, в частности, аппарата теории нечетких множеств.

Нечетким множеством A называется совокупность пар $A = \{ \langle x, \mu_A(x) \rangle | x \in U \}$, где μ_A – функция принадлежности. [1].

Нечеткие числа используются для представления неопределенных и приблизительных значений. Одним из способов определения нечеткого числа является представление в виде набора пар состоящих из самого факта и степени доверия к этому факту.

Этот способ представления был использован для задания нечетких чисел в автоматизированной системе «Характеристики и основные логические операции над нечеткими множествами».

Спроектированная автоматизированная система «Характеристики и основные логические операции над нечеткими множествами» позволяет работать с нечеткими и приближенными числами, а в частности используя заданные пользователем нечеткие множества определять их основные характеристики и операции над ними.

Автоматизированная система была выполнена в программной среде Delphi 7.0.

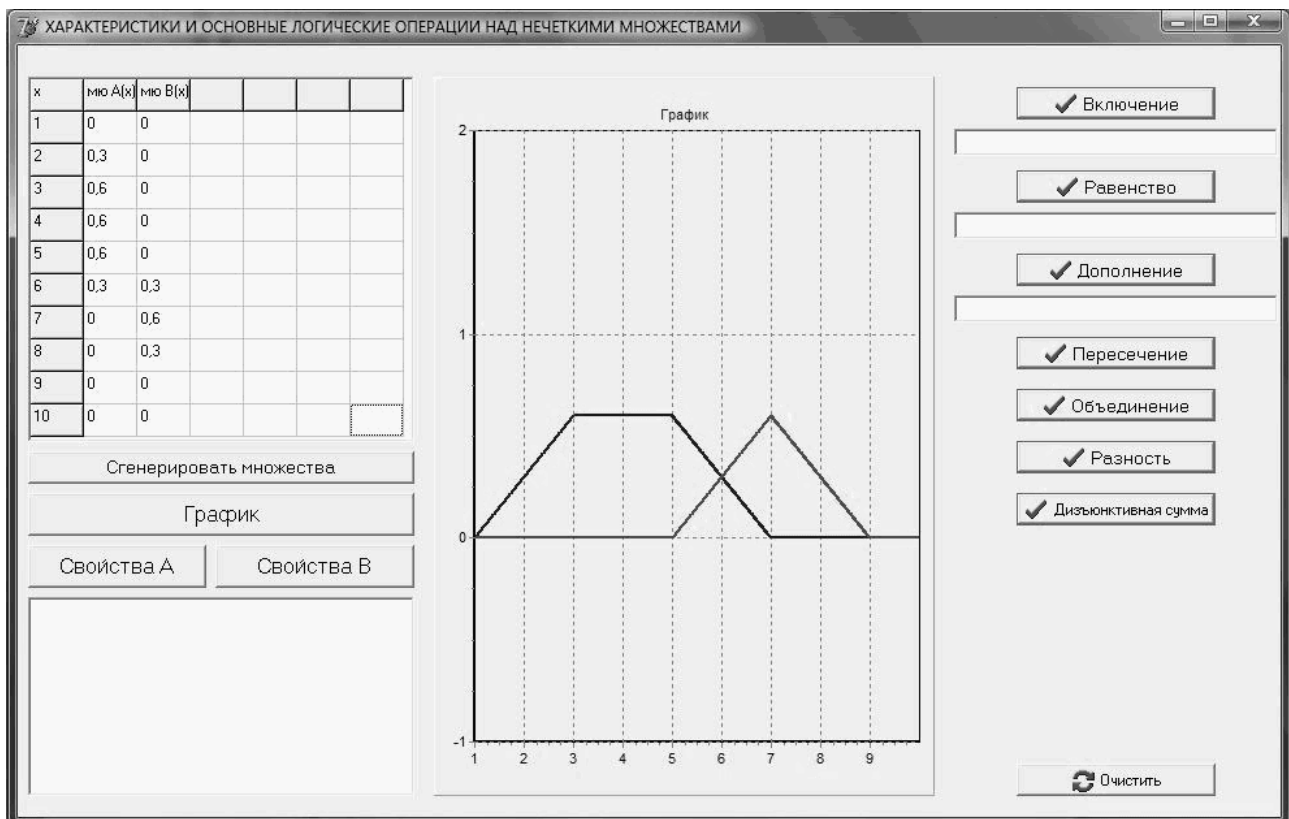


Рисунок 1 – Интерфейс автоматизированной системы «Характеристики и основные логические операции над нечеткими множествами», множество A от 3 до 5, множество B около 7

Внешний вид интерфейса автоматизированной системы представлен на рисунке 1. Он условно разбит на три части, в левой части осуществляется ввод нечетких множеств в виде нечетких чисел и выводятся результаты операций над нечеткими множествами, в центре графическое представление введенных нечетких множеств и операций над ними, в правой части представлены основные операции над нечеткими множествами в виде кнопок.

В качестве основных характеристик нечетких множеств были использованы следующие:

- величина $\sup_{x \in E} \mu_A(x)$ называется высотой нечеткого множества A ;
- нечеткое множество A нормально, если его высота равна 1, т.е.

верхняя граница его функции принадлежности равна 1 $\left(\sup_{x \in E} \mu_A(x) = 1 \right)$;

- при $\sup_{x \in E} \mu_A(x) < 1$ нечеткое множество называется субнормальным;
- нечеткое множество пусто, если $\forall x \in E \quad \mu_A(x) = 0$. Непустое

$$\mu_A(x) := \frac{\mu_A(x)}{\sup_{x \in E} \mu_A(x)};$$

субнормальное множество можно нормализовать по формуле

- нечеткое множество унимодально, если $\mu_A(x) = 1$ только на одном x из E ;

- носителем нечеткого множества A (обозначается как $\text{Supp } A$) является обычное подмножество со свойством $\mu_A(x) > 0$, т. е.

$$\text{Supp } A = \left\{ x / \mu_A(x) > 0 \right\} \forall x \in E$$
;
- элементы $x \in E$, для которых $\mu_A(x) = 0,5$, называются точками перехода множества A [2].

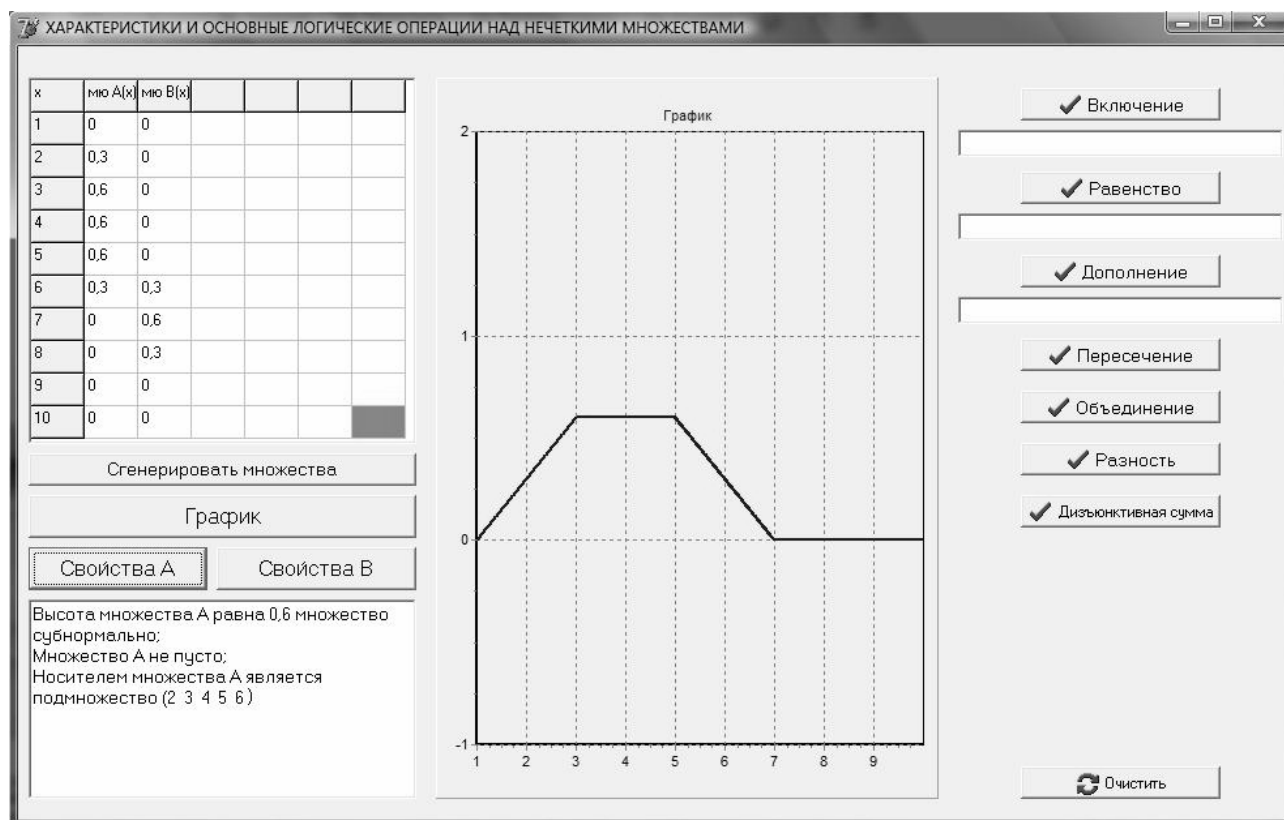


Рисунок 2 – Свойства нечеткого множества A от 3 до 5

Автоматизированная система позволяет определить свойства нечеткого множества. Свойства нечеткого множества A от 3 до 5 показано на рисунке 2.

Для нечетких множеств, как и для обычных, определены основные логические операции, которые были использованы при проектировании автоматизированной системы.

- Включение. Пусть A и B – нечеткие множества на универсальном множестве E . Говорят, что A содержится в B , если $\forall x \in E \quad \mu_A(x) \leq \mu_B(x)$. Обозначение: $A \subset B$.

Иногда используют термин доминирование, т. е. в случае когда $A \subset B$, говорят, что B доминирует над A .

- Равенство. A и B равны, если $\forall x \in E \quad \mu_A(x) = \mu_B(x)$. Обозначение: $A = B$.

- Дополнение. Пусть $M=[0, 1]$, A и B – нечеткие множества, заданные на E . A и B дополняют друг друга, если $\forall x \in E \quad \mu_A(x) + \mu_B(x) = 1$. Обозначение: $B = \bar{A}$ или $A = \bar{B}$.

Очевидно, что $\overline{(\bar{A})} = A$ (дополнение определено для $M = [0, 1]$, но ясно, что его можно определить для любого упорядоченного M).

- Пересечение. $A \cap B$ – наибольшее нечеткое подмножество, содержащееся одновременно в А и В $\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x))$.

- Объединение. $A \cup B$ – наименьшее нечеткое подмножество, включающее как А, так и В, с функцией принадлежности $\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x))$.

- Разность. $A - B = A \cap \bar{B}$ с функцией принадлежности $\mu_{A-B}(x) = \mu_{A \cap \bar{B}}(x) = \min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x))$.

- Дизъюнктивная сумма $A \oplus B = (A - B) \cup (B - A) = (A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$ с функцией принадлежности $\mu_{A \oplus B}(x) = \max(\min(\mu_A(x), 1 - \mu_B(x)); \min(1 - \mu_A(x), \mu_B(x)))$ [2].

Используя кнопки представленные в правой части окна автоматизированной системы можно выполнить все выше перечисленные операции над нечеткими множествами. На рисунке 3 представлен результат пересечения заданных нечетких множеств А и В. Результаты логических операций представлены как в табличном виде в левой части окна, так и в графическом виде. На графике происходит наложение исходных нечетких множеств и результата логической операции над ними.

Реализованная автоматизированная система позволяет:

- задавать нечеткие множества в виде нечетких чисел и получать их графическое представление;
- определять свойства нечетких множеств;
- проводить основные операции над нечеткими множествами и получать результат операций как в графическом так и в табличном виде.

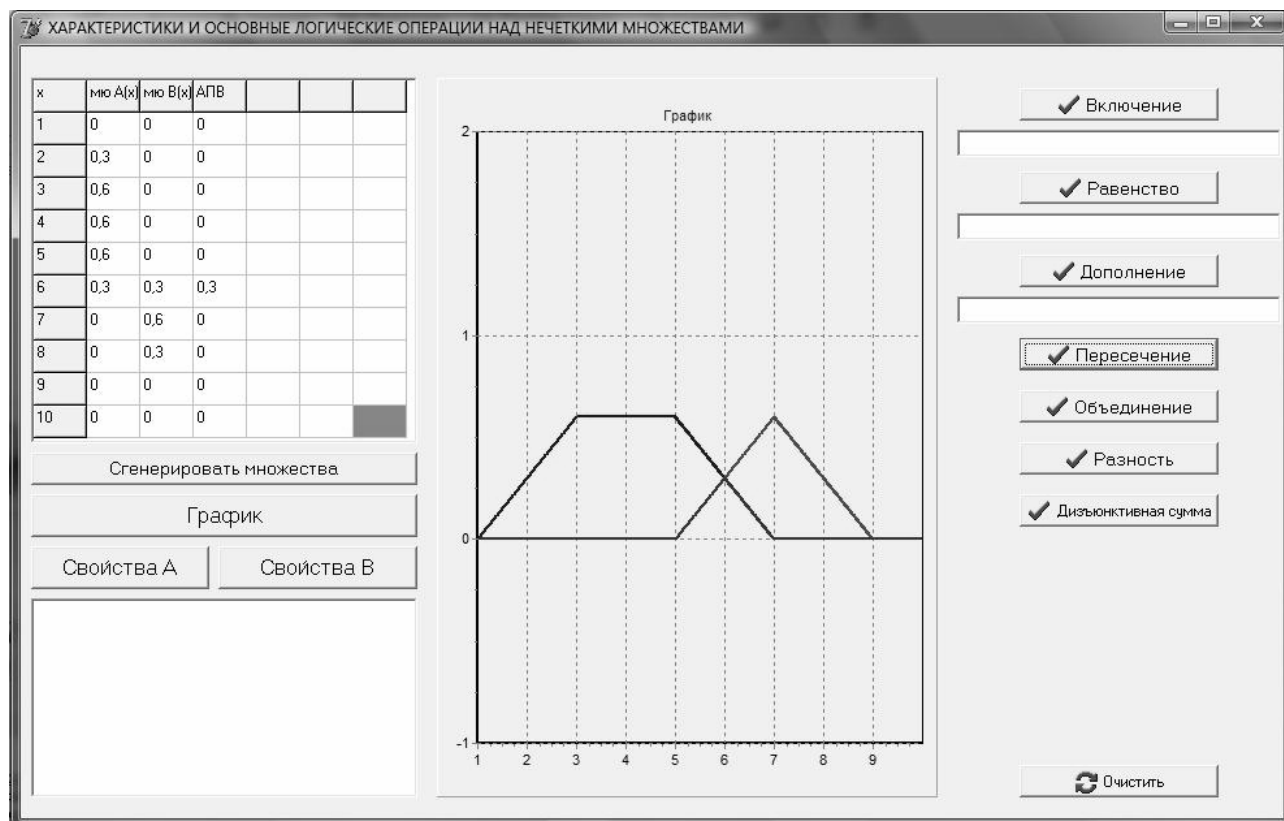


Рисунок 3 – Результат пересечения нечетких множеств А и В

Список использованных источников

1. Яхьяева, Г. Э. Нечеткие множества и нейронные сети: учеб. пособие для вузов / Г. Э. Яхьяева. – 2-е изд., испр. – М. : Бином, 2008. – 316 с.
2. Круглов, В.В. Интеллектуальные информационные системы: компьютерная поддержка систем нечеткой логики и нечеткого вывода: учеб. пособие для вузов / В.В. Круглов, М.И. Дли. – М. : Физматлит, 2002. – 256 с.

Параллельные алгоритмы для решения задачи о развозке грузов

Болгова Е.В.

Научный руководитель – доцент, к.п.н. Шухман А.Е.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Рассмотрим практическую задачу со следующей постановкой: некая фирма по доставке питьевой воды обслуживает n потребителей. Для доставки воды используется m машин. Фирма предполагает улучшить качество обслуживания клиентов, для чего предполагается разработать информационную систему составления маршрута и графика доставки воды клиентам. Фактически, данная задача представляет собой задачу о развозке грузов.

Задача развозки – это транспортная задача по доставке мелкопартионных грузов из распределительного центра (базы, склада и пр.), множеству получателей, расположенных в районе развозки [1]. Отличительной чертой задачи развозки является движение транспортных средств по радиальным и кольцевым маршрутам.

Задачу о развозке грузов можно свести к задаче коммивояжера, так как необходимо осуществить доставку и вернуться на базу, то есть посетить каждый пункт только один раз. Применение высокопроизводительных вычислений позволит увеличить скорость работы, а использование способов представления графов в виде списков смежности – уменьшить объем памяти.

Задача коммивояжера относится к классу NP-полных задач, и точное ее решение находится методом полного перебора, который для графов с большим количеством вершин занимает много времени [2]. Поэтому целесообразнее воспользоваться известными приближенными методами решения задачи: методом Кристофидеса [2] и методом Эйлера [2].

Основная идея параллельного алгоритма для решения поставленной задачи заключается в том, что множество всех пунктов назначения делится на некоторое количество частей (кластеров). Полученные части содержат примерно одинаковое количество пунктов назначения. Затем для каждого кластера рассчитывается маршрут с помощью решения задачи коммивояжера.

Определим набор входных данных и основные понятия, которыми будем пользоваться. Мы будем рассматривать город как ориентированный

взвешенный граф (граф перекрестков), в котором вершинами являются перекрестки дорог, а ребра с весами – непосредственно дороги с указанными расстояниями. Множество пунктов назначения представляется как список вершин с координатами. Каждая вершина характеризуется парой чисел, соответствующими географическими координатами.

Рассматриваемый граф является плоским, следовательно, деление на подграфы можно осуществлять относительно положения вершин на плоскости. Метод основан на делении плоскости на четыре части по вертикали и горизонтали, каждая из которых при необходимости так же разбивается на части. Получившиеся кластеры представляют собой непересекающиеся множества вершин. Другой метод основан на применении поиска в ширину. После выбора начальной вершины осуществляется поиск в ширину до тех пор, пока количество выбранных вершин не достигнет определенного числа. Это число определяется как отношение общего числа вершин к количеству машин.

После применения метода кластеризации мы получаем некоторое число непересекающихся множеств вершин, следовательно, можно применить параллельные алгоритмы. Рассмотрим подробнее параллельную реализацию расчета маршрутов коммивояжера с использованием библиотеки MPI [3].

Суть параллельного алгоритма заключается в следующем.

Нулевым процессом осуществляется считывание исходных данных. После чего выполняется расчет весов графа перекрестков и заполнение весов графа пунктов назначений, основанное на поиске кратчайших путей между каждой парой вершин с помощью алгоритма Дейкстры [4]. Далее осуществляется кластеризация графа перекрестков, и полученные кластеры пересылаются незанятым работающим процессам.

Каждый работающий процесс, получая данные, производит поиск маршрута коммивояжера по одному из методов и полученный результат выводит в файл. После завершения работы последнего процесса работа программы прекращается.

На рисунке 1 приведена схема работы параллельного алгоритма.

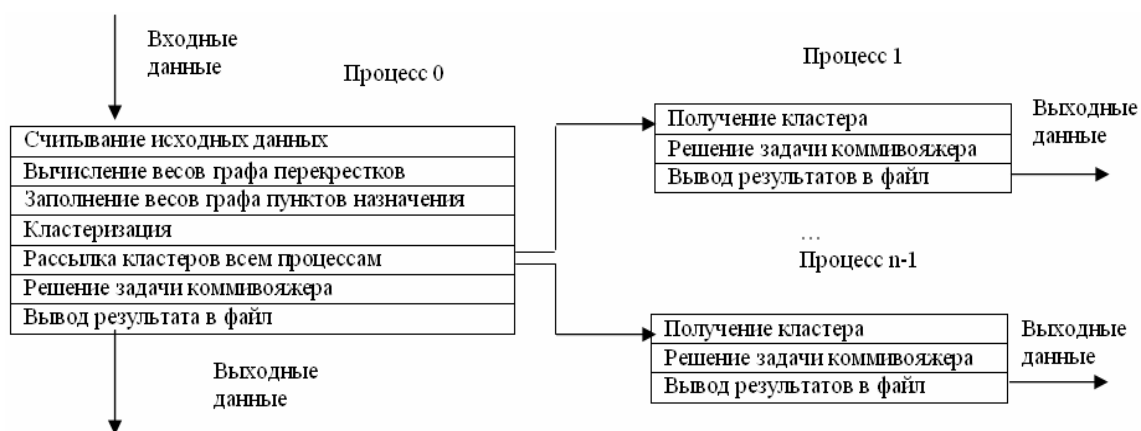


Рис. 1. Схема работы параллельного алгоритма

Для теоретической оценки эффективности распараллеливания воспользуемся законом Амдала [3]. В нашем случае доля последовательных

операций $f=0,55$. Рассчитаем теоретическую эффективность распараллеливания для $p=2$ и $p=8$ по формуле. Таким образом, теоретически ожидаем получить ускорение производительности для двух процессоров 1,29, а для восьми – 1,65.

Тестирование проводилось на следующем наборе данных: ориентированный граф перекрестков с числом вершин 20000; граф пунктов назначения с числом вершин 100. Результаты представлены на рисунках 2–5 в виде графиков зависимостей.

Зависимость времени работы алгоритмов с использованием библиотеки OpenMP от количества процессоров представлена на рисунке 2.

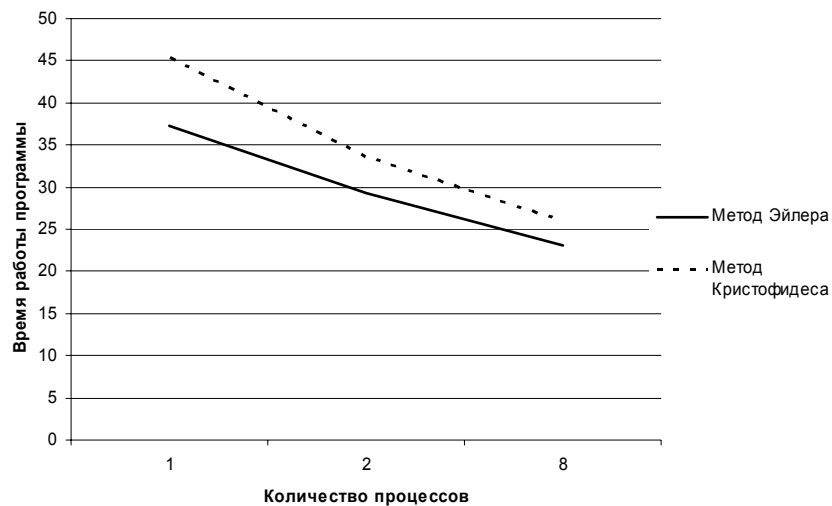


Рис. 2. График зависимости времени работы алгоритмов с использованием библиотеки OpenMP от количества процессоров

Зависимость времени работы алгоритмов с использованием библиотеки MPI от количества процессоров представлена на рисунке 3.

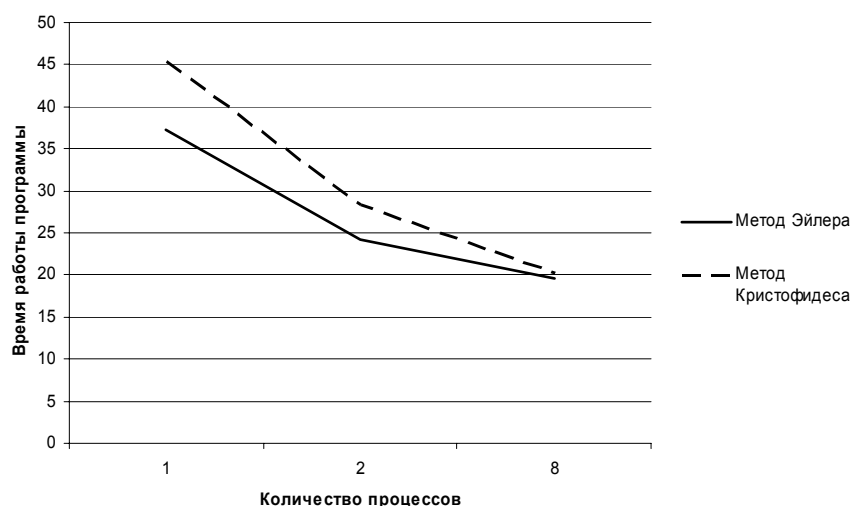


Рис. 3. График зависимости времени работы алгоритмов с использованием библиотеки MPI от количества процессоров

После применения оптимизации удалось достичь следующих результатов: для метода Эйлера ускорение получилось $S_2 \approx 1,12$ $S_8 \approx 1,24$, а для метода Кристофидеса – $S_2 \approx 1,27$ $S_8 \approx 1,59$. Для более наглядного представления результатов на рисунках 4 и 5 представлены графики зависимости теоретической оценки, рассчитанной по закону Амдала, эффективности работы программы без применения оптимизации и эффективности работы программы с применением оптимизации от количества процессоров.

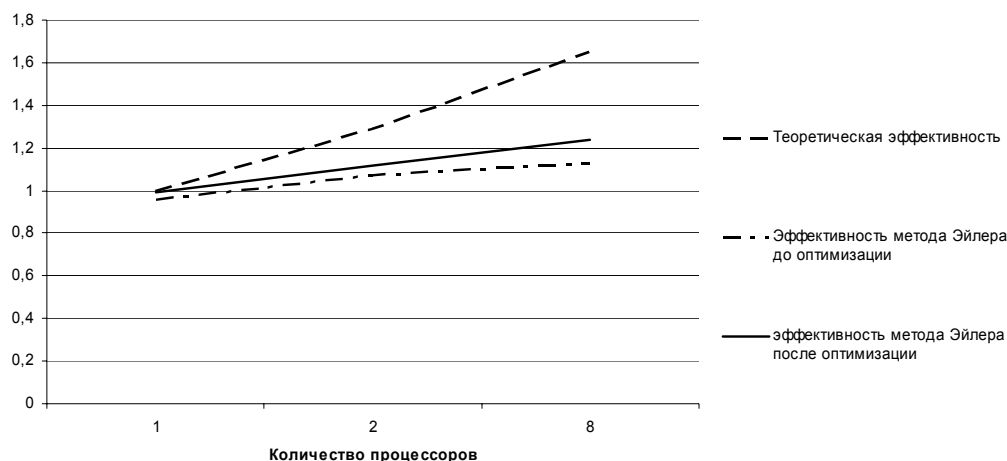


Рис. 4. Сравнительные графики зависимости эффективности работы метода Эйлера

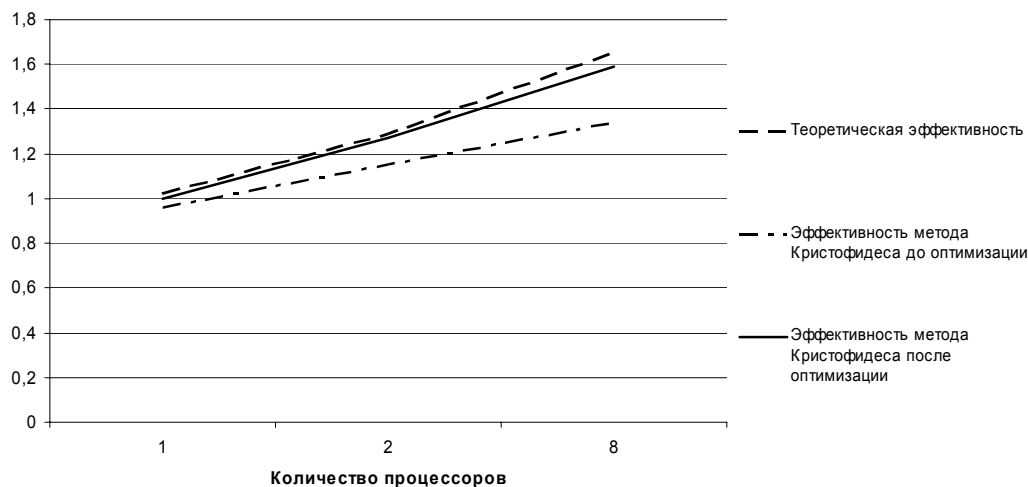


Рис. 5. Сравнительные графики зависимости эффективности работы метода Кристофидеса

Таким образом, анализ эффективности алгоритма показывает, что для решения задачи о развозке грузов следует использовать метод Кристофидеса, так как он имеет более высокий порядок точности по сравнению с алгоритмом Эйлера и эффективность работы алгоритма максимально приближена к теоретической. Следует отметить, что полученные результаты не являются окончательными и могут быть улучшены.

Список использованных источников

1. Бауэрсокс Д., Логистика: интегрированная цепь поставок. – М.: 2001 – 640 с.
2. Кристофидес Н., Теория графов. Алгоритмический подход. – М.: 1978 – 432 с.
3. Антонов А.С. Параллельное программирование с использованием технологии MPI. Учебное пособие – М.: 2004 – 71 с.
4. Седжвик Р., Фундаментальные алгоритмы на C++. Алгоритмы на графах. СПб.: 2002. 496 с.

Защита информации от несанкционированного доступа средством защищенного периметра

Васнецов Д.М.

Научный руководитель – доцент, к.т.н. Нестеренко М.Ю.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Под словосочетанием «Защищенный периметр» мы будем понимать совокупность следующих основных систем, применяемых для защиты и охраны различных территорий и объектов:

- системы, предназначенные для охраны входа в помещение;
- системы контроля доступа;
- системы видеонаблюдения;

Современные электронные системы охраны весьма разнообразны и в целом достаточно эффективны. Однако большинство из них имеют общий недостаток: они не могут обеспечить раннее детектирование вторжения на территорию объекта. Такие системы, как правило, ориентированы на обнаружение нарушителя, который уже проник на охраняемую территорию или в здание. Это касается, в частности, систем видеонаблюдения; они зачастую с помощью устройства видеозаписи могут лишь подтвердить факт вторжения после того, как он уже произошел[1] .

Нарушитель взаимодействует в первую очередь с физическим периметром. Эти действия вызывают физический контакт нарушителя с периметром, который предоставляет идеальную возможность для электронного обнаружения, т.к. он создает определенный уровень вибраций, содержащих специфический звуковой «образ» вторжения. При определенных условиях нарушитель может избежать физического контакта с периметром. В этом случае можно использовать «объемные» датчики вторжения, обычно играющие роль вторичной линии защиты[1] .

В настоящее время существуют различные способы защиты входа в охраняемое помещение:

- простые и укрепленные двери,
- калитки,
- трехштанговые турникеты (триподы),
- полуростовые и полноростовые турникеты,
- шлюзовые кабины (тамбур-шлюзы).

Все устройства, перечисленные выше, могут использоваться как автономно, так и в интеграции с системами контроля доступа (СКД). Однако большинство из этих устройств не позволяют полностью исключить несанкционированный проход.

Например, двери и калитки не обеспечивают разделения потока проходящих людей. Человек, имеющий право доступа в соответствующее помещение через дверь или калитку, может не только пройти сам, но и

впустить произвольное количество людей. При этом невозможно осуществлять контроль за направлением прохода.

Различные виды турникетов и автоматизированные проходные обеспечивают проход людей “по одному” и позволяют контролировать направление прохода. Однако все эти устройства за исключением полноростовых турникетов и шлюзовых кабин, обладают относительно невысокой степенью защиты от несанкционированного проникновения на объект. Это связано с тем, что заградительные устройства трипода, полноростового турникета, а так же автоматизированной проходной нарушители могут достаточно легко преодолеть. Обеспечение безопасности объекта при этом ложится на сотрудников охраны[2] .

Тамбур-шлюзы и полноростовые турникеты обеспечивают перекрытие всей зоны прохода, причем контролируемый проход постоянно остается закрытым одной из дверей тамбур-шлюза или одной из лопастей полноростового турникета.

Тамбур-шлюз представляет собой конструкцию, состоящую из двух последовательно открывающихся дверей. Специальная управляющая схема следит за тем, чтобы ни при каких условиях, кроме режима экстренной эвакуации, обе двери шлюза не были открыты одновременно. Таким образом, вход в помещение и выход из него постоянно остаются закрытыми для несанкционированного проникновения на объект. Двери и остальные элементы конструкции шлюза, как правило, изготавливаются из пулестойких или устойчивых к пробиванию материалов, что обеспечивает защиту помещения от силового проникновения и террористических актов. Кроме того, в конструкцию шлюзовых кабин могут быть встроены различные устройства, контролирующие проходящих людей на наличие запрещенных к проносу предметов — оружия, радиоактивных и взрывчатых веществ. При обнаружении этих предметов управляющая шлюзом логика выдает сигнал запрещения прохода через тамбур, либо блокирует нарушителя внутри шлюза.

Весь спектр моделей шлюзовых кабин можно разделить на автоматические и полуавтоматические шлюзы[2] .

В автоматических шлюзах двери открываются и закрываются с помощью различных электромеханических приводов, управляемых шлюзовой логикой. В полуавтоматических шлюзах используются обычные распашные двери, открываемые вручную и закрывающиеся доводчиками[2] .

Системы контроля доступа — являются сложными и многоплановыми электронными системами безопасности, поэтому точно и однозначно сформулировать их назначение не просто. По сути, обычная дверь с механическим замком или механический турникет с вахтером тоже являются своего рода системами контроля доступа. Прежде всего, электронные системы контроля доступа обеспечивают возможность доступа определенных лиц в определенные помещения и ограничивают доступ лиц, не имеющих права доступа в соответствующие зоны[3] .

При всем многообразии возможных структур построения систем контроля доступа все они построены на базе идентификации чего-либо. Идентификация может строиться на самых разных физических принципах.

Кодовые клавиатуры — наиболее простые устройства доступа. Идентифицируется код, набираемый пользователем. Индивидуальный для каждого пользователя код позволит системе понять, кто именно его набирает. Знание кода достаточно для «обмана» системы, но код нельзя потерять, его можно только сообщить.

Магнитные карты — наиболее широко и давно известный тип карт. Многие системы позволяют использовать стандартные кредитные карточки с магнитной полосой.

Карты Виганда (Wigand) — представляют собой пластиковую карточку, в которую при изготовлении запрессованы хаотично расположенные отрезки проволочек из специального магнитного сплава.

Бесконтактные (Proximity) карты — обеспечивают считывание кода просто при поднесении карточки к считывателю на определенное расстояние, при этом позиционирование карточки относительно считывателя не имеет значения. Расстояние для большинства считывателей составляет 5-15 см, а для некоторых моделей считывателей достигает 1-2 м. Карточка абсолютно не изнашивается, не имеет источника питания, не боится влаги, загрязнения, обладает достаточной механической прочностью, неограниченным сроком службы. Проксимити карточки обычно программируются при изготовлении, но есть модели с возможностью перезаписи кода.

Штрих-код — карточки содержат штрих-код (Bar code), нанесенный на бумажную или пластиковую основу. Недостаток — легкость копирования и подделки. Несколько труднее подделать карточки со штрих-кодом, видимым только в инфракрасном диапазоне — нужна видеокамера (она чувствительна в ИК-диапазоне) или прибор ночного видения.

Смарт карты — карта формата обычной кредитки имеет встроенный процессор и контактные площадки для питания и обмена со считывателем. Могут иметь очень высокую степень защищенности, но в системах контроля доступа находят крайне ограниченное применение.

Электронные ключи — различные устройства, содержащие код и передающие его считывателю через контакты. Наибольшее распространение получили брелки и карты “touch memory” производства фирмы Dallas Semicindactor. Микросхема с кодом расположена в миниатюрном корпусе из нержавеющей стали конструктивно напоминающем батарейку «таблетка».

Биометрические системы распознавания — основаны на анализе индивидуальных биометрических признаков человека: отпечатков пальцев, тембра голоса, рисунка сетчатки глаза, формы кисти руки[3].

Применение биометрии дает следующие преимущества:

- Становится возможной аутентификация пользователя, т. е. реальное подтверждение подлинности субъекта, получающего права доступа.

- Существенно повышается защищенность систем и вместе с тем упрощается процесс идентификации пользователя: он не должен вспоминать, набирать и периодически менять пароли доступа в различные системы.

- В силу простоты процесса аутентификации его можно инициировать значительно чаще, чем позволяют традиционные системы, запрашивающие имя пользователя и пароль.

- Во всех случаях, кроме случаев взлома защиты, можно доказать авторство того или иного электронного действия, подтвержденное биометрической аутентификацией.

- Невозможно предъявить идентификатор третьим лицом[4] .

Общей характеристикой, используемой для сравнения различных методов и способов биометрической идентификации, являются статистические показатели: ошибка первого рода (отвергнуть «своего») и ошибка второго рода (пропустить «чужого»).

За последние годы видеонаблюдение стало неотъемлемой функцией комплексной системы безопасности объекта, поскольку современные системы видеонаблюдения позволяют не только наблюдать и записывать видео, но и программировать реакцию всей системы безопасности при возникновении тревожных событий. В зависимости от типа используемого оборудования системы видеонаблюдения делят на аналоговые и цифровые[5] .

Аналоговые системы видеонаблюдения, их используют обычно для видеонаблюдения с одновременной записью информации на видеомagneтофон. Для обеспечения безопасности особо ответственных объектов используют цифровые системы видеонаблюдения, которые, как правило, интегрируются в комплексные системы безопасности. Такие комплексы фиксируют, записывают и анализируют информацию, поступающую от видеокамер, охранных и пожарных датчиков, а также «принимают решения» по защите охраняемого объекта.

Цифровые системы видеонаблюдения применяют в системах безопасности территориально-распределённых объектов, а также в комплексах управления безопасностью глобальных компаний. Сегодня цифровые технологии видеомониторинга «теснят» аналоговые системы видеонаблюдения по функциональным и техническим характеристикам, а по своей цене уже приближаются к стоимости аналоговых устройств[5] .

При работе с охранными системами телевидения есть искушение поставить на объект как можно больше телекамер, часто с множеством мониторов. Этот принцип «одеяла», то есть попытка закрыть все, основан на принципе «чем больше, тем лучше».

Противоположный подход — очень маленькая охранный система видеонаблюдения, которая очень выборочна в том, за кем и за чем ведется наблюдение. Она требует намного меньшей инфраструктуры. Хотя маленькая система кажется менее значительной, иногда она может давать лучшие результаты.

Принцип "одеяла" обычно предусматривает большое количество телекамер, множество мониторов и несколько операторов. Несколько

операторов нужно потому, что часто стоимость технических систем делает большой штат и накладные расходы непозволительно высокими. Поэтому системы такого типа часто недокомплектованы по уровню оборудования. Однако такое тотальное покрытие может быть обоснованным. К таким основаниям относятся:

- Преступников отпугнет повсеместная работа телекамер.
- Возможность расследовать любое произошедшее преступление.
- Возможность просмотреть видеозапись и увидеть все, что произошло.

В противоположность принципу "одеяла", при "специфическом" подходе система видеонаблюдения строится для наблюдения за определенными объектами. В этом контексте количество мониторов на оператора ограничивается, что позволяет интенсивное наблюдение за меньшим числом более важных объектов. Особое значение здесь имеет идентификация происшествий. Если операторы не способны выявить происшествие или покрытие камер не соответствует потребностям, система не выполняет своих функций. Необходима высокая квалификация персонала. Операторы должны иметь высокую квалификацию и опыт в таких сценариях. Оптимизированное и превентивное видеонаблюдение. Система направлена скорее на предотвращение или определение, нежели на последующем поиске происшедшего[6] .

Список использованных источников

- 1) Современные системы охраны периметров [Электронный ресурс]: статья; Режим доступа - <http://www.r-control.ru/articles/10/> /Введенский Б.С.
- 2) Охрана входа в помещение: тамбур-шлюзы [Электронный ресурс]: статья; Режим доступа - http://www.vashdom.ru/articles/st_10.htm / Глазов Е.А.
- 3) О системах контроля доступа [Электронный ресурс]: статья; Режим доступа - <http://www.elics.ru/katalog/ksopis.htm>
- 4) Решения по идентификации для современного бизнеса [Электронный ресурс]: статья; Режим доступа – <http://www.cnews.ru/reviews/free/hardware2004/part4/biomet.shtml> /Кузнецова О.
- 5) Системы видеонаблюдения [Электронный ресурс]: статья; Режим доступа - http://www.sivcom.ru/main/video_control.htm
- 6) Охват охранной системы видеонаблюдения [Электронный ресурс]: статья; Режим доступа - <http://www.iching.ru/1/Video-9.html>

Применение нечетких отношений к исследованию структуры социальной группы на основе матрицы контактов

Власова Н.С.

Научный руководитель – профессор, д.ф.-м. н. Ухоботов В.И.
Челябинск, Челябинский государственный университет

Исследование структуры социальной группы играет важное значение в оценке статических, социально-экономических и других показателей среди населения. Требуется разбить исследуемый контингент на подгруппы по заданному признаку.

Рассмотрим некоторую группу объектов при условии, что между ними существуют взаимоотношения. Если известна степень этих отношений, то можно сказать, что имеется социальная группа определенной структуры. Нашей задачей является выделение подгрупп с более сильной степенью отношения внутри группы. В итоге мы получим представление группы в виде вложенного дерева подгрупп.

Работа по исследованию структуры социальной группы состоит из пяти этапов.

Анкетирование членов группы или других экспертов, знающих данную группу.

Построение нечеткого отношения контактов между членами группы (на основе данных анкет).

Построение транзитивного замыкания этого нечеткого отношения контактов.

Разбиение группы на классы эквивалентности для любой степени контакта.

Построение дерева вложений подгрупп в группу.

Требуется построить симметричное и рефлексивное отношение $R = (r_{ij})$ контактов в группе, где числа $r_{ij} \in [0,1]$ характеризуют степень контакта между i -тым и j -тым членами группы. Нечеткое отношение R может быть построено экспертным путем, а именно, посредством анкетирования самих членов группы, либо с помощью других, хорошо знающих группу, людей. Анкетирование может быть анонимным и гласным.

При анонимном анкетировании экспертами могут быть как члены группы, так и другие, хорошо знающие группу, люди. При этом отсутствие нескольких членов группы большого значения не имеет. Эксперты оценивают наличие контакта между всеми парами членов группы. Единицу выставляют, если находят контакт в данной паре и ноль - в противном случае. Поскольку матрица отношений должна быть рефлексивна и симметрична, то при заполнении матрицы каждый эксперт заполняет лишь треугольник над главной диагональю. Диагональ заполняется единицами и полагается $r_{ji} = r_{ij}$. После этого матрицы, заполненные всеми экспертами, складываются, и находится

матрица R , являющаяся их среднеарифметическим. Это и будет искомая матрица нечеткого отношения.

При гласном анкетировании экспертами должны быть члены группы. Присутствие всех членов группы здесь уже важно. Теперь i -ый эксперт оценивает только свои отношения с остальными. Эксперты могут пользоваться, например, следующей шкалой:

$r_{ij} = 0$ если x_i безусловно не контактирует с x_j ;

$r_{ij} = 0,25$ если x_i слегка контактирует с x_j ;

$r_{ij} = 0,5$ если x_i вроде как контактирует с x_j ;

$r_{ij} = 0,75$ если x_i достаточно заметно контактирует с x_j ;

$r_{ij} = 1$ если x_i безусловно контактирует с x_j .

Каждый эксперт заполняет лишь треугольник над главной диагональю. Диагональ заполняется единицами и полагается $r_{ji} = r_{ij}$. Как и выше, матрицы, заполненные всеми экспертами, складываются и находится матрица R , являющаяся их среднеарифметическим. Это и будет искомая матрица нечеткого отношения.

Разбиение группы на подгруппы по принципу общения между ее членами производится на основе транзитивного замыкания R построенной матрицы R . Для любого уровня $\alpha \in [0,1]$ можно получить подгруппы, характеризующиеся степенью контакта α . Она равна наименьшему из элементов, соответствующих данной подгруппе в матрице транзитивного замыкания. Их значения не меньше чем степень контакта между соответствующими членами подгруппы. При $\alpha = 1$ группа разбивается на наибольшее число подгрупп. Это, в основном, отдельные индивидуумы и близкие друзья. С уменьшением уровня разбиения происходит объединение этих подгрупп в более крупные. И так до тех пор, пока при $\alpha = 0$ не получим всю группу.

Таким образом, структура группы представляется в виде дерева, ребра которого соответствуют вложенности подгрупп. Если некоторая подгруппа образована непосредственно из более мелких подгрупп, то ее степень контакта равна степени контакта некоторого «связывающего» звена. Это - пара таких представителей из различных подгрупп, образующих исходную подгруппу, контакт между которыми наибольший. Именно такие пары реализуют максимум - минимум в процедуре построения транзитивного замыкания и сохраняют значение своей степени контакта.

Изложенный алгоритм реализован в виде программы, которая осуществляет построение транзитивного замыкания, построенного с помощью экспертного опроса, отношения и выявляет отношения эквивалентности, а также производит разбиение на классы эквивалентности.

Рассмотрим ход работы с программой. Для начала работы с программой необходимо выбрать Файл $\rightarrow$ Новый.

В появившемся окне требуется указать количество экспертов и количество анализируемых групп.

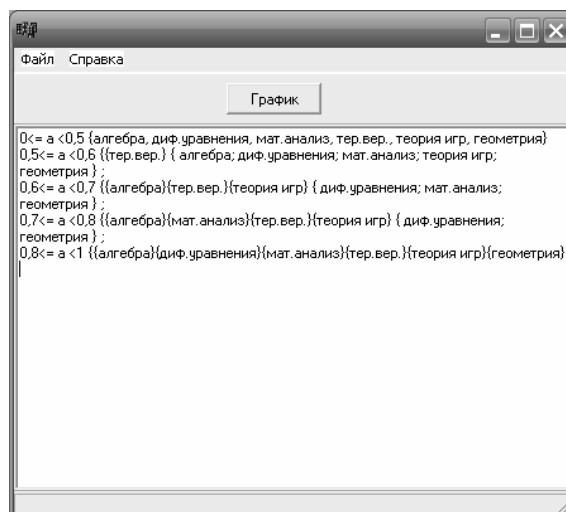
Далее каждый эксперт оценивает i -ую группу, заполняя лишь треугольник над главной диагональю. Шкала оценки лежит в интервале от 0 до 1. После заполнения i -ым экспертом требуется нажать кнопку Далее.

1	0.5	0.4	0.3	0.5	0.6
0	1	0.7	0.2	0.4	0.8
0	0	1	0.4	0.6	0.7
0	0	0	1	0.4	0.5
0	0	0	0	1	0.6
0	0	0	0	0	1

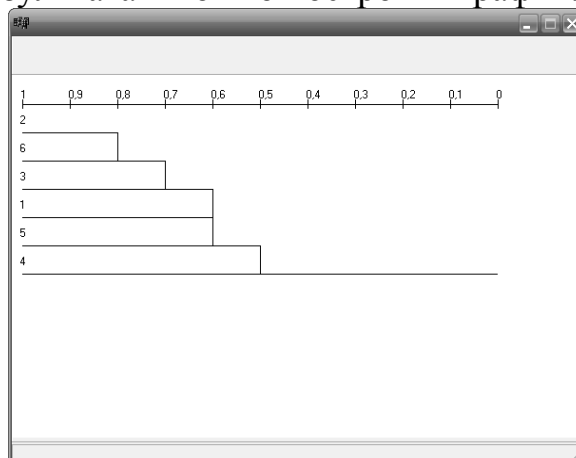
Далее требуется ввести название анализируемых групп для каждой i -ой группы соответственно.

Далее требуется выбрать уровень оценивания.

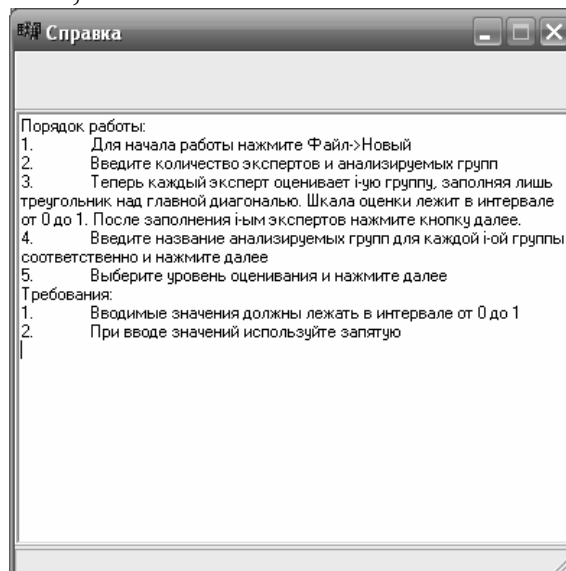
Результат будет представлен в следующем окне.



По полученным результатам можно построить график.



По завершении работы нажмите кнопку «выход» или клавишу F10. Также в программе имеется справка, вызываемая клавишей F1 или из меню.



Список использованных источников

1. Введение в теорию нечетких множеств и ее приложения: Учебное пособие / Сост. В.И.Ухоботов; УрСЭИ АТ и СО. – Челябинск, 2005.

Создание системы инвентаризации и оперативного учета на основе универсальных шаблонов

Жуков А.А.

Научный руководитель – доцент, к.п.н. Шухман А.Е.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Инвентаризация — проверка соответствия данных бухгалтерского учёта фактическому положению дел. Обычно инвентаризацию связывают с пересчётом и перемериванием предметов. [1]

Так как предметная область разнородна и не может быть четко описана, необходимо создать гибкий программный продукт, с который легко можно настроить под специфику инвентаризируемых объектов.

Для этого использованы принципы объектно-ориентированного программирования (ООП):

1. наследование;
2. полиморфизм.

Рассмотрим основные понятия системы:

1. Объект — любая сущность, поддающаяся описанию с помощью параметров. Объект характеризуется своим состоянием (создан, обновлен, удален) и шаблоном.
2. Сложный объект — объект, в подчинении которого находятся другие объекты (например, объект системный блок имеет в подчинении материнскую плату, видеокарту, процессор, модули памяти и т.п.)
3. Шаблон — набор параметров, характеризующих объект. Шаблон может быть наследован от другого шаблона и, как и в ООП, получает все параметры родительского шаблона (пример на рисунках 1.1 и 1.2). В случае, когда в дочернем шаблоне имеется параметр с аналогичным названием, родительский игнорируется (аналог полиморфизма в ООП).
4. Иерархия объектов — многоуровневая форма организации объектов со строгой соотнесенностью объектов нижнего уровня определенному объекту верхнего уровня. «У подчиненного может быть только один руководитель». Графически представляется в виде дерева.
5. Параметр объекта — свойство объекта, соответствующее определенному типу.
6. Типы параметра:
 - a. строка — однострочный текстовый параметр длиной до 255 символов;
 - b. текст — многострочный текстовый параметр, не ограниченный количеством символов;
 - c. целое число — отрицательное или положительное число без дробной части;
 - d. вещественное число — отрицательное или положительное число с дробной частью;

- е. иерархия – ссылка на один из объектов, включенных в связанную с параметром иерархию;
 - ф. дата – параметр, определяющий дату (дд.мм.гггг)
 - г. вложение – файл, размером до 4 Гб.
7. Справочник объекта – список, включающий все объекты одного шаблона.
 8. Журнал – справочник, включающий все объекты шаблонов, ассоциированных с этим справочником.

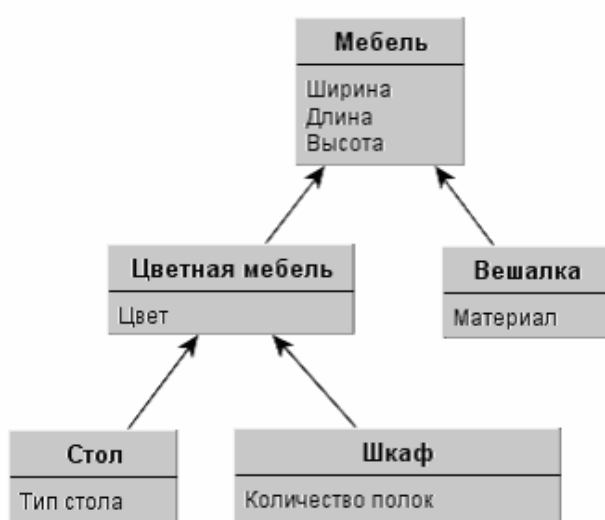


Рисунок 1.1 – Диаграмма наследования параметров шаблонов



Рисунок 1.2 – Разъяснительная диаграмма наследования параметров шаблонов рисунка 1.1

Например, пусть имеется шаблон «Мебель» с параметрами «Ширина», «Высота», «Длина». От него наследуются два шаблона: «Цветная мебель» и «Вешалка» со своими индивидуальными параметрами, и теми, которые они получают от родительского шаблона «Мебель». Таким образом, «Цветная мебель» будет характеризоваться параметрами «Цвет», «Ширина», «Высота», «Длина», а «Вешалка» - «Материал», «Ширина», «Высота», «Длина». Аналогично с наследованием параметров «Цветной мебели» шаблонами «Стол» и «Шкаф».

На рисунке 2 представлена схема взаимодействий понятий системы.

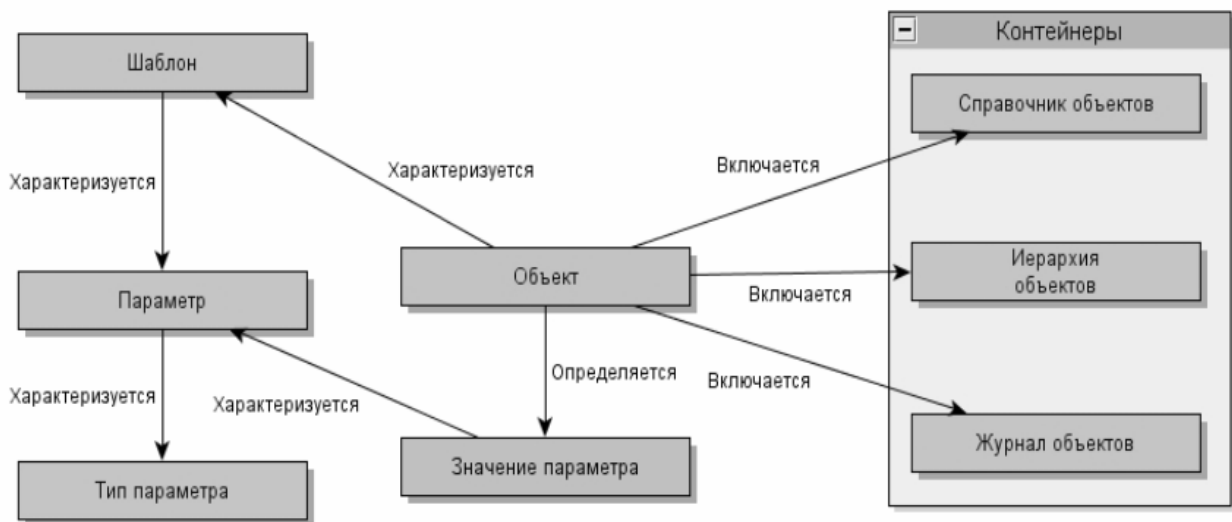


Рисунок 2 – Схема взаимодействия понятий системы

В проекте можно выделить следующую иерархию модулей:

1. работа с БД:
 - а. пакет модулей, реализующий объектно-реляционное отображение;
 - б. пакет модулей, связывающий бизнес-логику и объектно-реляционное отображение;
 - с. бизнес-логика программы;
2. работа с пользовательским интерфейсом:
 - а. модифицированные и расширенные стандартные компоненты пользовательского интерфейса;
 - б. описатели пользовательского интерфейса;
3. работа с сетью:
 - а. сервер активных пользователей;
 - б. передача информации о действиях пользователей.

ORM (англ. Object-relational mapping, русск. Объектно-реляционное отображение) — технология программирования, которая связывает базы данных с концепциями объектно-ориентированных языков программирования, создавая «виртуальную объектную базу данных». [2]

На рисунке 3 представлена диаграмма классов пакета ORM.

Класс DatabaseObject реализует основные методы объектов БД:

1. fetch() – загрузить объект из БД;
2. fetchList() – загрузить список схожих объектов из БД;
3. delete() – удалить объект из БД;
4. create() – внести объект в БД;
5. update() – обновить информацию об объекте в БД.

С помощью интерфейса DOWTable определяется в какую таблицу сохранять объект, ее первичный ключ и порядок выборки полей.

Интерфейс DOWField показывает, какое поле класса объекта в какое поле таблицы БД сохранять.

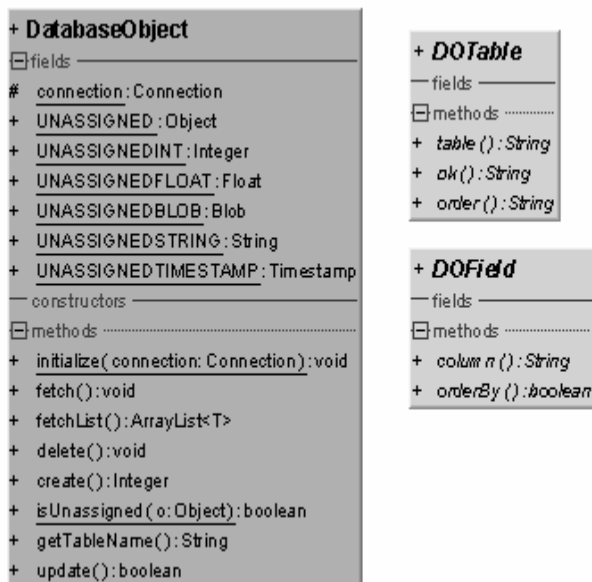


Рисунок 3 - диаграмма классов пакета модулей ORM

В системе существуют классы, наследованные от `DatabaseObject`, соответствующие объектам бизнес-логики приложения. На рисунке 4 приведен пример: `DVObject` – главная сущность системы – инвентаризуемый объект. Он характеризуется набором полей, к которым программист может получить доступ с помощью методов `set` (для установки значения) и `get` (для получения значения). Обращаться к полям напрямую неправильно, так как это нарушает один из принципов объектно-ориентированного программирования – инкапсуляцию.

Работа с классом осуществляется следующим образом:

Чтобы внести новый объект, нужно выполнить следующие действия:

1. создать экземпляр класса `DVObject`;
2. заполнить поля объекта путем вызова методов `set`;
3. вызвать метод `create()` – объект с заданными параметрами внесется в БД;
4. метод `create()` возвратит идентификатор внесенного в БД объекта.

Чтобы получить объект из БД, нужно выполнить следующие действия:

1. создать экземпляр класса `DVObject`;
2. заполнить те поля, по которым будет осуществляться поиск (например, идентификатор);
3. вызвать метод `fetch()`;
4. в случае наличия в БД объекта с такими установленными полями, остальные поля экземпляра класса `DVObject` будут заполнены данными из таблицы.

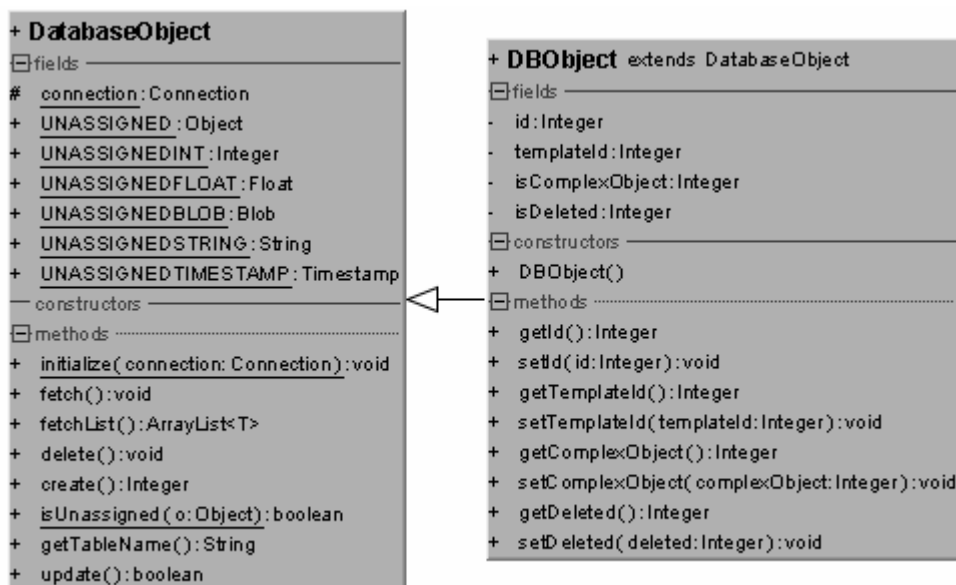


Рисунок 4 – Пример связи бизнес-логики и объектно-реляционного отображения

Как видно из приведенных выше алгоритмов, работа с данными проста – не нужно вручную описывать сложный SQL-запрос к БД, передавать параметры и разбирать результаты – система выполняет эти действия автоматически.

Представленная система является эффективным инструментом в деле инвентаризации и оперативного учета материальных ресурсов предприятия, разработанным с применением современных подходов. Она позволяет легко вносить данные о поступлении средств, проследить смену их параметров во времени (например, материально-ответственное лицо), получение динамических отчетов произвольной сложности выборки, а так же одновременную работу множества пользователей.

Список использованных источников

- 1 Википедия. Свободная энциклопедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Инвентаризация>. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
- 2 Википедия. Свободная энциклопедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/ORM>. – Загл. с экрана. – Яз. рус.

Разработка и анализ параллельных алгоритмов поиска максимального паросочетания в двудольном графе

Кириллов А.С.

Научный руководитель – доцент, к.п.н. Шухман А.Е.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

В настоящее время большое развитие получают технологии высокопроизводительных вычислений (High performance computing) и, в частности, параллельное программирование. С повышением вычислительных мощностей компьютерной техники появляется возможность решать практические задачи большой размерности. Одной из таких задач является задача поиска максимального паросочетания в двудольном графе. Данная задача находит очень большое применение на практике [1] в таких науках как математика, физика и химия.

Мы рассмотрели некоторые последовательные алгоритмы поиска максимального паросочетания:

- алгоритм Форда-Фалкерсона,
- алгоритм Эдмондса-Карпа,
- алгоритм Куна,
- алгоритм Хопкрофта-Карпа,
- алгоритм Муча-Санковски.

Для реализации последовательной версии приложения поиска максимального паросочетания в двудольных графах был выбран алгоритм Куна по двум причинам [2]:

а) алгоритм Куна имеет приемлемую сложность (в случае использования поиска в ширину сложность алгоритма составляет $O(n^{2,5})$);

б) алгоритм Куна имеет достаточно простую реализацию, что облегчает построение параллельных версий приложения.

На основании последовательной версии приложения были реализованы параллельные алгоритмы поиска максимального паросочетания с использованием парадигмы «Хозяин-Слуга» и методологии «Разделяй и властвуй».

Схема работы алгоритма при использовании парадигмы «Хозяин-Слуга» представлена в соответствии с рисунком 1.

Схема работы алгоритма при использовании методологии «Разделяй и властвуй» представлена в соответствии с рисунком 2.

Из описания алгоритмов можно заметить что:

а) при использовании парадигмы «Хозяин-Слуга» происходит очень много синхронизаций между процессами «Слугами» и процессом «Хозяином», что будет очень сильно снижать производительность приложения за счет накладных расходов на подготовку запроса и его последующую пересылку по сети;

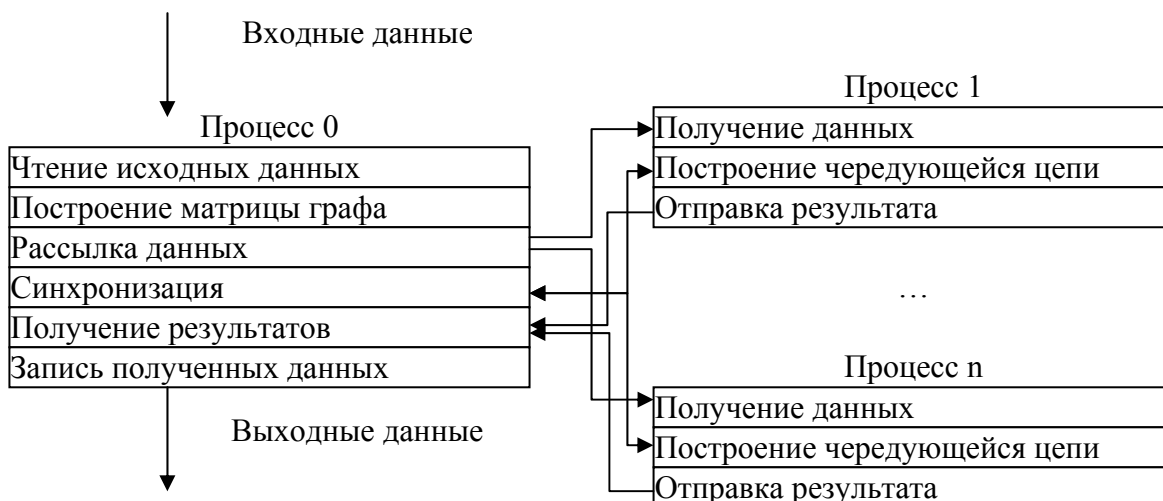


Рисунок 1 – Схема работы алгоритма при использовании парадигмы «Хозяин-Слуга»

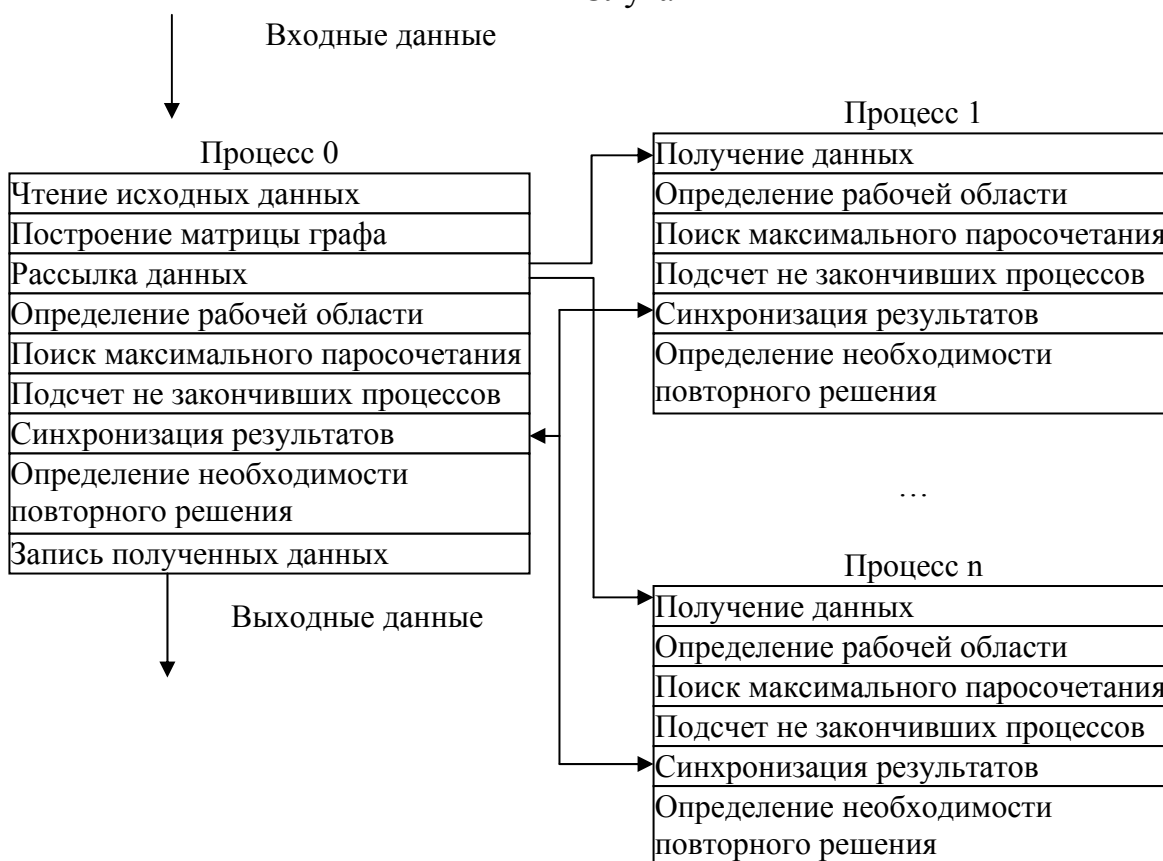


Рисунок 2 – Схема работы алгоритма при использовании методологии «Разделяй и властвуй»

б) при использовании методологии «Разделяй и властвуй» происходит небольшое число синхронизаций между всеми процессами (всего три раза за каждый шаг цикла и один раз в конце выполнения приложения), что не будет снижать производительность приложения за счет накладных расходов по

пересылке запросов, по сравнению с первым вариантом параллельного приложения.

Для проведения вычислительного эксперимента и сбора экспериментальных данных был использован вычислительный кластер Государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Оренбургский государственный университет».

Кластер ОГУ состоит из 6 вычислительных узлов и 1 головного узла, объединенных коммуникационной сетью Infiniband, скорость передачи которой составляет 10 Гбит/с, и управляющей сетью Gigabit Ethernet, скорость передачи которой составляет 1 Гбит/с. Пиковая производительность кластера составляет 89.6 GFlops (или 89.6 миллиардов операций в секунду).

Головной узел включает 4 процессора Intel Xeon с тактовой частотой 3.2 ГГц, 2 Гигабайта оперативной памяти и жесткий диск объемом 320 Гбайт (+320 Гбайт в резерве).

Каждый вычислительный узел включает 2 процессора Intel Xeon с тактовой частотой 3.2 ГГц, 2 Гигабайта оперативной памяти и жесткий диск объемом 80 Гбайт.

Для сбора экспериментальных данных был проведен вычислительный эксперимент, который выполнялся в несколько этапов.

Этап 1. Генерация произвольных исходных данных с количеством вершин в левой и правой долях равными: 500, 1000, 5000 и 10000. Причем для каждого размера исходных данных было сформировано по пять наборов исходных данных (всего двадцать наборов исходных данных). При этом количество ребер в графе было в пределах от $5n$ до $10n$, где n – количество вершин в левой доле графа.

Этап 2. Запуск последовательной версии приложения с каждым набором данных с замером времени работы приложения и последующая проверка корректности найденного решения.

Этап 3. Запуск первой версии параллельной версии приложения с каждым набором данных на 2, 4, 6 и 8 процессорах кластера ОГУ с замером времени работы приложения и последующая проверка корректности найденного решения.

Этап 4. Запуск второй версии параллельной версии приложения с каждым набором данных на 2, 4, 6 и 8 процессорах кластера ОГУ с замером времени работы приложения и последующая проверка корректности найденного решения.

Этап 5. После сбора данных о времени работы каждого приложения с каждым набором данных вычисляется среднее время работы для каждого размера исходных данных.

При работе первой параллельной версии приложения было отмечено очень большое время работы. Вследствие этого было принято решение для первой параллельной версии приложения не производить вычислительный эксперимент для количества вершин больше 1000.

Результаты сбора данных представлены в Таблице 1.

Таблица 1 – Время работы приложений в зависимости от количества вершин и количества процессоров

Количество вершин	Время работы приложения (сек.)									
	Последовательная версия	Первая параллельная версия				Вторая параллельная версия				
		Количество процессоров								
		1	2	4	6	8	2	4	6	8
500	0,2271	8,3495	5,8626	6,4160	23,775	0,0547	0,0681	0,1151	1,1018	
1000	1,7143	64,548	43,372	38,245	197,03	0,3178	0,1682	0,2030	1,1730	
5000	212,28	-	-	-	-	28,966	6,3203	4,1963	4,7328	
10000	1694.0	-	-	-	-	221.00	41,322	19.877	16.659	

Как видно из Таблицы 1 первая параллельная версия приложения показала очень плохие результаты. Время работы первой параллельной версии во много раз превышает время работы последовательной версии приложения на тех же наборе исходных данных. Это обусловлено большими накладными расходами на синхронизацию данных между процессами, причем с увеличением количества процессов накладные расходы на синхронизацию процессов так же возрастают, и как следствие возрастает и общее время работы параллельного приложения.

В то же время, вторая параллельная версия показала время работы во много раз меньше времени работы последовательной версии приложения на тех же наборе исходных данных. Связано это с тем, что алгоритмическая сложность алгоритма поиска максимального паросочетания является кубической $O(n^3)$, то есть при уменьшении размера исходных данных в k раз алгоритмическая сложность уменьшается в k^3 раз. Кроме того, вторая параллельная версия приложения основывается на разбиении исходной области поиска на k непересекающихся областей, где k – количество процессоров.

Проведем экспериментальную оценку сложности алгоритма.. Представим сложность алгоритма в общем виде степенной функции $y = a \cdot x^b$, получим:

$$T(n) = a \cdot n^b \quad (1)$$

где $T(n)$ – время работы приложения;
 n – размер исходных данных;
 a, b – неизвестные коэффициенты.

Значения переменных $T(n)$ и n представлены в Таблице 2 и взяты на основании данных вычислительного эксперимента из Таблицы 1 при количестве процессоров равном 1 и 8 для $T_1(n)$ и $T_2(n)$ соответственно.

Таблица 2 – Значения переменных $T(n)$ и n

Размер исходных данных (n)	500	1000	5000	10000
Время работы последовательной версии приложения ($T_1(n)$)	0,2271	1,7143	212,28	1694
Время работы второй параллельной версии приложения на 8 процессорах ($T_2(n)$)	1,1018	1,173	4,7328	16,659

Для нахождения неизвестных коэффициентов a , b прологарифмируем левую и правую части формулы (1), получим:

$$\ln(T(n)) = \ln a + b \ln n \quad (2)$$

Заменяем в формуле (2) $\ln n$, $\ln(T(n))$ и $\ln a$ на X , Y и A соответственно, получим:

$$Y = A + b \cdot X \quad (3)$$

Получили линейную зависимость, наилучшие коэффициенты в которой можно найти методом наименьших квадратов.

В результате получаем

$$T_1(n) = 2 \times 10^{-9} \cdot n^{2,981} \quad (4)$$

$$T_2(n) = 3,1 \times 10^{-3} \cdot n^{0,898}$$

Как видно из формул (4) мы получили, что экспериментальная алгоритмическая сложность параллельного алгоритма с использованием методологии «Разделяй и властвуй» поиска максимального паросочетания в двудольном графе имеет практически линейную алгоритмическую сложность.

Список использованных источников

- 1 Ловас, Л. Прикладные задачи теории графов [Текст] : Теория паросочетаний в математике, физике, химии : [Пер. с англ.] / Л. Ловас, М. Пламмер — М.: Мир, 1998. — 653 с, ил. — ISBN 5-03-002517-0
- 2 MAXimal [Электронный ресурс] / Алгоритм Куна нахождения наибольшего паросочетания в двудольном графе — Режим доступа: http://e-maxx.ru/algorithm/kuhn_matching, свободный. — Загл. с экрана. — Яз. рус.

Двойственность информационных технологий. Шпионящие программные средства

Ларченко Т. Ю.

Научный руководитель – старший преподаватель Сормов С. И.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Информационные технологии, как и любые другие, обладают двойственностью, позволяющей использовать их не только по прямому назначению, но и непредусмотренными при их разработке способами. Нередко «нестандартные» способы применения являются общественно опасными и могут наносить моральный вред и имущественный ущерб физическим и юридическим лицам. В совокупности с особенностями, присущими программному обеспечению, двойственность информационных технологий стала причиной появления нового класса противоправных деяний – «компьютерных преступлений».

Выражение «компьютерная преступность» впервые появилась в американской прессе в 1960-х гг. в связи с раскрытием первых правонарушений, совершенных с использованием информационных технологий.

В отечественном законодательстве ответственность за «компьютерные преступления» появилась с 1997 г. (в США с 1978 г.) с введением в Уголовный кодекс РФ ст. 272-274 гл. 28.

Ни одна страна мира не пытается законодательно запретить какие-либо информационные технологии, а регулирует лишь способы их использования этих технологий. В результате законодательство должно находиться в процессе постоянного совершенствования, чтобы угнаться за развитием современных информационных технологий.

Для обеспечения возможности международной регистрации «компьютерных преступлений» организацией Интерпол был разработан специальный кодификатор, который учитывает практически все их разновидности.

С развитием информационных технологий появились новые виды «компьютерных правонарушений»: нежелательные массовые рассылки в глобальных сетях (Spam), программное обеспечение с рекламными блоками, «шпионящие» программные средства (SpyWare).

Рассмотрим «шпионящие» программные средства.

В целом «шпионящие» программные средства можно определить как программные средства (или модули), собирающие персональные данные пользователя ПК без его ведома. В силу размытости этой категории к ней можно отнести средства перехвата клавиатурного ввода, мониторинга работы пользователя на ПК и в Интернете, «тройанские» программы, предназначение для реализации неправомерного доступа к данным, а также программные

средства, сочетающие в себе функции нескольких или всех вышеперечисленных программ.

Согласно данным [AOL](#) и National Cyber-Security Alliance от 2005 года 61 % респондентных компьютеров содержали ту или иную форму Spyware, из них 92 % пользователей не знали о присутствии Spyware на их машинах и 91 % сообщили, что они не давали разрешения на установку Spyware.

К 2006 году Spyware стали одним из преобладающих угроз безопасности компьютерных систем, использующих [Windows](#). Компьютеры, в которых [Internet Explorer](#) служит основным браузером, являются частично уязвимыми не потому, что Internet Explorer наиболее широко используется, но из-за того, что его тесная интеграция с Windows позволяет Spyware получать доступ к ключевым узлам ОС.

В зависимости от цели, с которой создаются подобные программные средства, их можно подразделить на следующие категории:

1. Коммерческое ПО, собирающее персональную информацию для формирования баз «профилей потребителя» с целью их последующей продажи или иного использования.

2. Коммерческое ПО, собирающее персональную информацию с целью «борьбы с компьютерным пиратством».

3. Коммерческое ПО, собирающее персональную информацию для контроля над действиями несовершеннолетних детей или для контроля над эффективностью работы сотрудников компаний.

4. «Троянские» программы, собирающие персональную информацию для иных целей.

По отношению к закону SpyWare можно подразделить на «условно законное» и незаконное. К первому типу можно отнести средства «родительского контроля», которые используются для отслеживания родителями использования вычислительной техники их детьми, средства «корпоративного контроля», используемые компаниями для мониторинга целевого использования ПК и сетей передачи данных сотрудниками, средства борьбы с пиратством.

К нелегальному SpyWare относятся любые программные средства, собирающие и передающие информацию о действиях пользователя, или нарушающие конфиденциальность хранимых в системе данных без его ведома и явного разрешения.

Правовое преследование за создание, распространение и использование подобных программных средств возможно не только по ст. 273 УК РФ «Создание, использование и распространение вредоносных программ для ЭВМ», но и по ст. 137 «Нарушение неприкосновенности частной жизни», ст. 138 «Нарушение тайны переписки, телефонных переговоров, почтовых или иных сообщений», ст. 183 «Незаконное получение и разглашение сведений, составляющих коммерческую, налоговую или банковскую тайну» или ст. 276 «Шпионаж».

В случае незаконного применения «условно законного» SpyWare, следует говорить о составе преступления, попадающем под действие ст. 272

«Неправомерный доступ к компьютерной информации». Если «шпионящие» функции явно присутствуют в «легальном» программном обеспечении, но пользователь не ставится в известность об их наличии, к авторам таких программных продуктов применима ст. 273 УК РФ.

Факты о шпионящем и рекламном программном обеспечении.

80 % из миллиарда компьютеров в Интернете сегодня не защищены от шпионящего и рекламного программного обеспечения.

Шпионящее программное обеспечение - самая распространённая и самая опасная угроза Интернет безопасности на сегодняшний день.

Шпионящее программное обеспечение обычно устанавливается на наших компьютерах без нашего ведома. Такие программы устанавливаются на наши компьютеры путём обмана, обычно это происходит, когда мы игнорируем длинные лицензионные соглашения.

Бесплатное и подозрительно дешёвое программное обеспечение обычно содержит шпионящие и/или рекламные программы.

Программы для защиты от шпионящего и рекламного программного обеспечения часто сами являются носителями шпионящего программного обеспечения.

Можно подхватить шпионящее программное обеспечение, просматривая веб-сайт с непристойным содержанием.

Количество шпионящего программного обеспечения в Интернете за последний год удвоилось, и продолжит расти в дальнейшем.

Программные средства для защиты от шпионящего программного обеспечения необходимы для удаления рекламного и шпионящего программного обеспечения. Программы для защиты будут препятствовать повторному попаданию вредоносных программ на ваш компьютер.

Антивирусное программное обеспечение не способно удалять всё шпионящее и рекламное программное обеспечение.

Меры по предотвращению заражения:

- Использование браузеров, отличных от Internet Explorer — Opera, Mozilla Firefox и др. Хотя нет совершенно безопасного браузера, Internet Explorer представляет бóльший риск по части заражения из-за своей обширной пользовательской базы и таких уязвимостей, как ActiveX.
- Использование файрволов и прокси-серверы для блокировки доступа к сайтам, известным как распространители spyware.
- Использование hosts-файла, препятствующего возможности соединения компьютера с сайтами, известным как распространители spyware. Однако spyware легко могут обойти этот тип защиты, если производят соединение с удалённым хостом по IP-адресу, а не по имени домена.
- Скачивание программ только из доверенных источников (предпочтительно с веб-сайтов производителя), поскольку некоторые spyware могут встраиваться в дистрибутивы программ.
- Использование антивирусных программ с максимально «свежими» вирусными базами.

Самые очевидные признаки того, что ваш компьютер подхватил шпионящее программное обеспечение:

1) Нештатное поведение браузера - сменилась стартовая страница браузера, причем вписывание нового значения не помогает, то же касается таких настроек браузера, как адрес страницы поиска, дополнительные пункты в «Избранном», дополнительные непонятные пункты в контекстном меню браузера, новые панели инструментов, которые вы не устанавливали и пр.

2) Замедление работы компьютера. Некоторые spyware-модули могут существенно замедлять работу компьютера. Если вы уверены, что компьютер у вас хороший и всегда не «тормозил», а вот именно сегодня начал очень медленно работать – это довод в пользу того, что присутствует spyware.

3) Увеличение количества Интернет-трафика. За трафиком надо хотя бы изредка наблюдать, запомнив для себя средние цифры объема трафика в день. Существенное (100% и более) увеличение трафика без видимых на то причин – признак spyware.

4) Непонятные процессы в списке задач. Если в списке задач есть какая-то непонятная задача с именем internet.exe, то, скорее всего, это и есть spyware-модуль.

Утилиты для удаления программ-шпионов.

Если вы подозреваете, что на вашем компьютере есть одна или несколькими spyware программ, то лучший способ от них избавиться - установить и запустить одну из свободно распространяемых программ для их обнаружения и удаления. Удаление шпионских программ вручную - это сложная и кропотливая работа, причем разная для каждой программы-шпиона, и нет реального централизованного информационного центра, посвященного борьбе со spyware, подобно существующим сайтам, посвященным троянским коням и вирусным программам. Так что наиболее верный шаг - использование специальных программ для удаления spyware.

Lavasoft Ad-Aware - наиболее известная утилита для удаления шпионских программ. Другая свободно распространяемая программа для обнаружения и удаления spyware - Spybot Search and Destroy от PepiMK Software.

Хорошим дополнением к рассмотренным утилитам будет использование программных щитов firewall, с возможностью блокирования передачи информации с вашего компьютера. Примером такой программы является Zonealarm, которая отслеживает все попытки доступа в интернет и выводит окно с просьбой о разрешении или запрете для каждого приложения. Можно указать приложения, которым доступ в интернет нужно разрешать или запрещать, не спрашивая об этом пользователя.

Некоторые образцы spyware.

Эти распространённые Spyware демонстрируют разнообразие поведения. Spyware могут быть сгруппированы в семьи, основанные не на общем программном коде, а на сходном поведении. Например, ряд программ, распространяемых [Claria Corporation](#), известны под общим названием Gator. Подобным образом, программы, которые часто устанавливаются вместе, могут

быть описаны как части единого пакета Spyware, даже если они функционируют отдельно.

— CoolWebSearch. Группа программ, использующая уязвимости в Internet Explorer. Перенаправляет трафик на рекламу с веб-сайтов, включая coolwebsearch.com. Выдаёт всплывающие рекламные окна, переписывает результаты поиска и изменяет инфицированные хостовые файлы для перенаправления DNS на эти веб-сайты.

— HuntBar, также WinTools или Adware.Websearch. Инсталлируется совместно с загрузкой ActiveX с партнёрских сайтов или посредством всплывающих окон, выдаваемых другой Spyware (пример того, как одна Spyware может инсталлировать ещё больше Spyware). Эти программы добавляют панели инструментов для Internet Explorer, отслеживают привычку посещения веб-сайтов, перенаправляют партнёрские ссылки и выдают всплывающие рекламные окна.

— Internet Optimizer, также известный как DyFuCa. Перенаправляет в Internet Explorer страницы с ошибками на рекламу. Когда пользователь вводит нерабочую ссылку или набирает неправильный URL, то видит страницу с рекламой. Однако, поскольку охраняемые паролями веб-сайты (HTTP Basic authentication) используют такой же механизм, как ошибки HTTP, Internet Optimizer делает невозможным для пользователя доступ к веб-сайтам с паролевой защитой. Internet Optimizer классифицируется как Browser Helper Object и загружается всякий раз при запуске Internet Explorer. Internet Optimizer не задерживается файрволами и антивирусными программами, поскольку рассматривается как легитимная часть приложения. Internet Optimizer также классифицируется как загрузчик, то есть программа, способная загружать, инсталлировать и запускать другие программы без ведома пользователя.

— Trojan.Zlob или просто Zlob. Загружается на компьютер через кодек ActiveX и докладывает на сервер такую информацию, как история поиска, веб-сайты, которые вы посещали, и даже нажатия клавиш.

Фальшивые антисpyware.

Злонамеренные программисты выпускают значительное количество фальшивого антисpyware, и широко распространённые всплывающие окна предупреждают вас, «насколько ваши [компьютеры](#) заражены», предлагая приобрести продукты, удаляющие Spyware (которые этого не делают, а в худшем случае могут добавить ещё больше Spyware). Такого рода программы (например, Titan Shield), часто инсталлируют [троян](#) для загрузки пробной (trial) версии.

Почти все известные антисpyware определяют наличие фальшивых программ, которые уже успели установиться на вашей системе. Тех, которые инсталлируются с помощью [трояна](#), многие антисpyware способны «задержать» ещё до попытки внедрения. Однако, часто удаление агрессивных фальшивых антисpyware нового поколения требует использования инструментов совмещённых с методикой удаления вручную, поскольку может пройти некоторое время, прежде чем изготовители антисpyware изучат новые появившиеся угрозы и автоматизируют процесс их обнаружения и удаления.

Однако использование таких инструментов без помощи [компьютерного специалиста](#) может привести в случайному удалению действительно необходимых компонентов Windows, что может привести к отказу системы в целом. Поэтому рекомендуется прибегать к помощи консультантов на тематических форумах.

Некоторые известные представители фальшивых антивирусов: Advanced Cleaner, Vista Antivirus 2008, [Spy Wiper](#), PC Clean Pro.

Список использованных источников

1. **Благодатских В. А.** Экономико-правовые основы рынка программного обеспечения: Учебное пособие / В.А. Благодатских, С.А. Середа, К.Ф. Посакалов; Под ред. О.С. Разумова – М.: Финансы и статистика, 2007. – 240с.: ил.
2. Spyware в наши дни [Электронный ресурс]: журнал RSDN Magazine #3-2004 – Электрон. журн. – Режим доступа к журн.: <http://www.rsdn.ru/article/security/spyware.xml>.
3. Viruslist.com Интернет-безопасность [Электронный ресурс]: энциклопедия – Режим доступа: <http://www.viruslist.com/ru/viruses>.
4. Telecommunication technologies - телекоммуникационные технологии (v3.1, 19 марта 2008 года) [Электронный ресурс]: Семенов Ю.А. ГИЦ ИТЭФ – Электрон. учебник. – Режим доступа к журн.: <http://book.itep.ru/1/intro1.htm>.
5. Spyware [Электронный ресурс]: Википедия - энциклопедия – Режим доступа: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Spyware>.
6. Руководство для начинающих: защита от программ-шпионов [Электронный ресурс]: журнал Art.TheLib.Ru – Электрон. журн. – Режим доступа к журн.: <http://art.thelib.ru/computers/security>.

Система оценки качества программного средства на основе нечетких множеств

Максименко А.В.

Научный руководитель - доцент, к.т.н. Влацкая И.В.
Оренбург, Оренбургский Государственный Университет

В работе рассматривается применимость аппарата нечетких множеств для оценки качества программ. Разработан алгоритм многокритериальной оценки с использованием основных критериев для различных функций принадлежности. В качестве иллюстрации приведен пример оценки реального программного средства.

Развитие современного российского рынка программных продуктов, а также вывод самого процесса написания программ на новый качественный

уровень невозможен без строгого соответствия создаваемых программ существующим международным стандартам качества.

На данный момент существует большое количество разнообразных метрик качества, и кроме того выделилось два основных направления развития метрик:

- поиск метрик, характеризующих наиболее специфические свойства программы;
- поиск метрик, для оценки технических характеристик и факторов разработки программ.

Однако, при наличии большого числа метрик, оценивающих различные программные аспекты, наблюдается некоторая разобщенность и несогласованность как самого понятия правильности, так количественной оценки качества программных продуктов.

Как следствие, появляется необходимость поиска путей сведения результатов метрологической оценки к единому показателю, характеризующему качество программ, с учетом их специфики и состава набора метрик, по которым проводилась оценка.

Оценку качества программ можно рассматривать как процесс определения принадлежности самой программы некоему множеству, отражающему качественный уровень программы.

Основной проблемой, возникающей при метрологическом исследовании, становится правильная интерпретация результатов использования метрик. Каждая метрика на выходе дает свой набор параметров, на основе которых и дается оценка. При большом количестве таких показателей многовариантности значений, а также субъективности понятия качества, в ряде случаев существенно снижается эффективность традиционного оценивания.

В качестве одного из вариантов решения была предпринята попытка приложения аппарата нечетких множеств для оценки качества программных продуктов.

В теории нечетких множеств, принадлежность элемента множеству характеризуется степенью принадлежности:

$$\mu_A(x) : A = \{x, \mu_A(x) \mid x \in X\} \quad (1)$$

где X – четкое множество (универсум).

A – нечеткое множество в X , составленное из совокупности упорядоченных пар $(x, \mu_A(x))$ где $\mu_A(x)$ - степень принадлежности элемента x множеству X .

Множество X строится на основе количественных показателей рассматриваемых метрик, и теоретически ограничено только информационной составляющей самой метрики.

Само множество X также при построении должно формироваться с таким расчетом, чтобы включало в себя множество A , а поскольку рассматриваемые характеристики имеют количественную форму, то и ближайшие значения.

В общем случае вид функции принадлежности произволен и зависит только от особенностей каждого конкретного исследования. Примером могут служить функции следующего вида (рисунок 1):

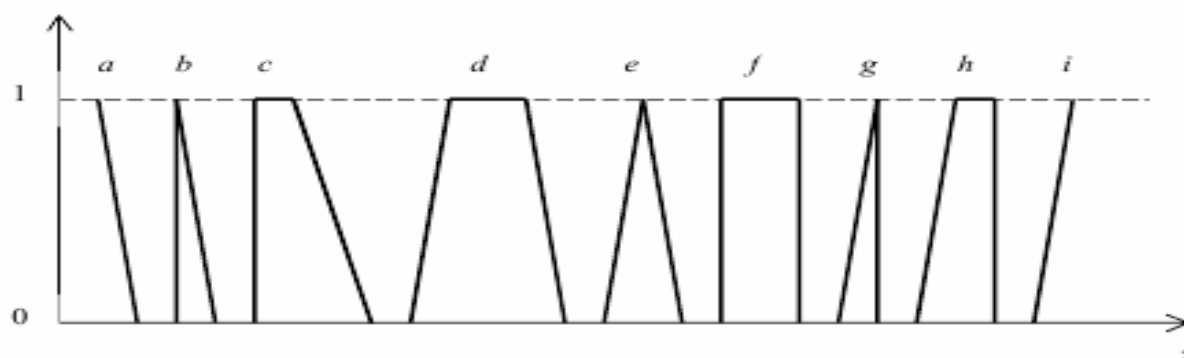


Рисунок 1 - Функции принадлежности: а – левая внешняя функция принадлежности; b, g – треугольные несимметричные функции принадлежности; c - трапециевидальная несимметричная функция принадлежности; d - трапециевидальная симметричная функция принадлежности; e - треугольная симметричная функция принадлежности; f - прямоугольная функция принадлежности; h - трапециевидальная несимметричная функция принадлежности; i – правая внешняя функция принадлежности.

Для метрик, характеризующих наиболее специфические свойства программы, наиболее оптимальной является функция Гаусса (рисунок 2).

Оптимальность обуславливается тем фактом, что для рассматриваемых наборов метрик максимизация показателей приводит к повышению качества только до определенного момента, при преодолении которого наблюдается спад качественного показателя (за счет временной или информационной избыточности).

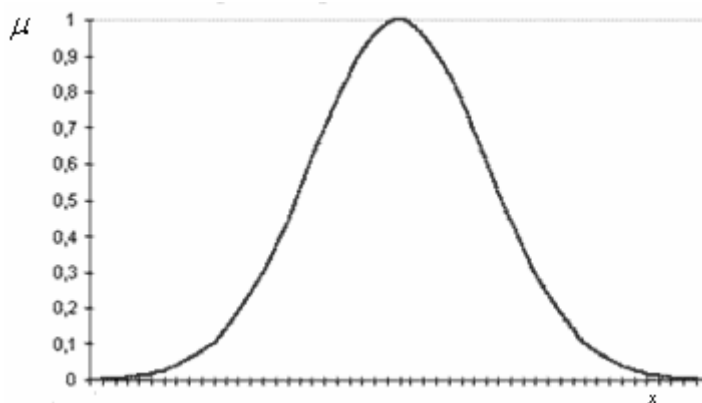


Рисунок 2 - Функция Гаусса.

Если же говорить о метриках оценки технических характеристик и факторов разработки программ, оптимальным будет выбор трапециевидной функции принадлежности (рисунок 3). Для данных метрик, выбор оптимальных показателей метрологического исследования приводит к повышению показателя качества исследуемого программного продукта.

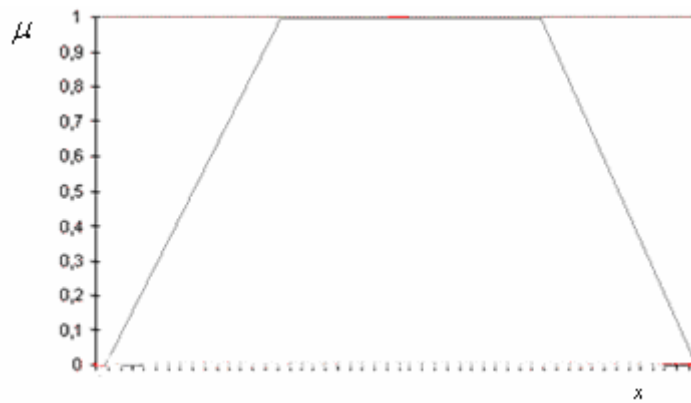


Рисунок 3 - Трапециевидная функция.

Определение реперных точек проводится на основе экспертных оценок.

Исходя их результатов оценки, используя представленные функции распределения, по известной точке x получаем значение степени принадлежности $\mu_A(x)$ и строим критерии оценки [1].

$$K_1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_i / n \quad (2)$$

$$K_2 = \min(\mu_1^{\alpha_1}, \mu_2^{\alpha_2}, \dots, \mu_n^{\alpha_n}) \quad (3)$$

$$K_3 = \mu_1^{\alpha_1} * \mu_2^{\alpha_2} * \dots * \mu_n^{\alpha_n} \quad (4)$$

где K_1, K_2, K_3 - альтернативные варианты критерия оценки.

μ_i - функция принадлежности для конкретных значений показателя.

Коэффициент относительной важности α_i вычисляется методом попарных сравнений Т.Саати. На основе использования всех трех критериев получили оценки качества программного продукта, относительно которого проводилось метрологическое исследование.

В качестве примера рассмотрим программу "Шеститочечная неявная разностная схема со сглаживанием", созданную на лабораторных работах по дисциплине "Численные методы".

Проведем оценку, используя метрики Холстеда.

Имеем:

Число уникальных операторов программы(n_1) = 31.

Число уникальных операндов программы(n_2) = 22.

Общее число операторов программы(N_1) = 129.

Общее число операндов программы(N_2) = 108.

Вычислив метрики, получим значение x :

1. Длина программы = 251,69;
2. Объем программы = 1441,65;
3. Трудоемкость кодирования = 76,09;
4. Уровень языка выражения = 0,25;
5. Информационное содержание = 18,95.

Для каждой из рассматриваемых метрик строится собственное множество X так, что значения метрик включаются в это множество, а сам множество представляет из себя набор значений на определенном интервале. Границы интервала задаются экспертными оценками [3].

Так как данные метрики оценивают технические характеристики и факторы разработки программ, на основе проведенного экспертного анализ результатов, строим трапециевидную функцию принадлежности для каждой метрики.

Далее рассматриваем значение и согласно построенным трапециевидным функциям принадлежности выделяем значения:

$$\mu_i(x) \text{ где } i \in [1..5]$$

$$\mu_1(251,69) = 1$$

$$\mu_2(1441,65) = 0,71$$

$$\mu_3(76,09) = 0,9$$

$$\mu_4(0,25) = 0,6$$

$$\mu_5(18,95) = 1$$

Методом попарных сравнений найдем коэффициенты относительной важности α_i :

$$\alpha_1 = 0,32; \alpha_2 = 0,54; \alpha_3 = 0,03; \alpha_4 = 0,1; \alpha_5 = 0,01;$$

Используя которые получим варианты критерия оценки:

$$K_1 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_i / n = 0,956$$

$$K_2 = \min(\mu_1^{\alpha_1}, \mu_2^{\alpha_2}, \dots, \mu_n^{\alpha_n}) = \min(1; 0,831; 0,996; 0,95; 1) = 0,831$$

$$K_3 = \mu_1^{\alpha_1} * \mu_2^{\alpha_2} * \dots * \mu_n^{\alpha_n} = 0,786$$

Значения получены приблизительно равные, следовательно, вычислены верно.

Точность оценки качества продукта во многом зависит не только от правильности составления, но и во многом от экспертных оценок, используемых при оценки результата [4].

В зависимости от варьирования экспертных оценок, точки зрения, с которой происходит рассмотрение понятия качественности, а также субъективного мнения каждого эксперта возможны колебания результатов оценки качества для одного программного продукта, при рассмотрении с различных позиций.

Таким образом, использование такого подхода позволяет учитывать субъективную неравнозначность результатов отдельных метрик, а также свести исследование совокупности показателей к исследованию критерия оценки, что позволит существенно упростить процесс оценки качества программ и автоматизацию такого процесса.

Список использованных источников

1. Влацкая И.В. Вопросы формирования комплексных критериев оценки состояния региона, 2003.
2. Дымова Л.Г. Нечеткое моделирование и многокритериальная оптимизация производственных систем в условиях неопределенности, 2004.
3. Rudolf Seising The Fuzzification of Systems, 2007 ISSN 1860-0808.
4. Irina Georgescu Fuzzy Choice Functions, 2007 ISBN 978-3-540-68997-3.

Многомасштабное представление линий уровня

Мац В.В.

Научный руководитель –доцент, к.т.н. Влацкая И.В.
Оренбург, Оренбургский Государственный Университет

Задача построения линий уровня(изолиний) постоянно возникает в самых различных областях – научной визуализации, геологии, картографии и т.д.

В определённой степени эту задачу можно считать решенной, как только на основе входных данных найдена последовательность точек, через которую можно провести кривую – эта кривая и будет линией уровня. Задача построения кривой практически любой гладкости по заданной последовательности точек (сплайновой кривой) также решалась множеством различных способов.

Но на практике возникают дополнительные проблемы. Исходные данные, по которым должна быть построена кривая, могут содержать различные искажения. Например, в геологии в качестве исходных данных могут выступать результаты реальных замеров некоторого параметра, сделанных в «полевых» условиях. Построенные по таким данным линии будут искажены высокочастотным шумом, который желательно подавить.

Построение сплайновой кривой, как правило, состоит из вычисления коэффициентов полинома нужной степени на каждом фрагменте кривой, и последующего вычисления этого полинома для заданных значений параметра. Однако такой метод не эффективен, если кривая состоит из большого числа относительно коротких фрагментов.

Предполагаемый способ представления линий уровня в виде кубических В-сплайновых кривых даёт возможность применить к ним В-сплайновый вейвлет анализ, который позволяет, во-первых, сгладить кривую, а, во-вторых, эффективно отобразить её с любым разрешением, заданным пользователем.

Вначале с помощью достаточно известного алгоритма мы построили последовательность управляющих точек линии уровня, т.е. точек, по которым впоследствии будет проведена кривая, являющаяся, по сути, искомой линией.

В результате выполнения данного алгоритма получается одна или несколько последовательностей, каждая из которых соответствует одной линии, замкнутой или не замкнутой.

Теперь рассмотрим вопрос построения линии по заданной последовательности точек. Простейший способ построения кривой – последовательное соединение точек последовательности отрезками прямой, т.е. построение ломаной. Достоинством этого способа является его простота. Но не менее очевидны его недостатки. Интуитивно понятно, линия должна быть «плавной». Данная же линия является кусочно-гладкая.

Более предпочтительный вариант – построить по точкам управляющей последовательности кривую второго или третьего порядка гладкости, т.е. сплайновую кривую. Являясь более гладкой, чем ломаная, она значительно лучше масштабируется.

Таким образом после построения управляющей последовательности точек, возникают следующие задачи:

1. Сглаживание кривой. Модификация последовательности управляющих точек с целью подавления шумов и искажений.
2. Масштабирование кривой. Модификация последовательности управляющих точек с целью вывода кривой с разной степенью разрешения.
3. Визуализация. Вывод на графическое устройство кривой по последовательности управляющих точек.

В-сплайновые кривые вводятся как кривые, составленные из фрагментов – элементарных В-сплайновых кривых.

$$\gamma_j(t) = \frac{(1-t)^3}{6}c_{j-1} + \frac{3t^3 - 6t^2 + 4}{6}c_j + \frac{-3t^3 + 3t^2 + 3t - 1}{6}c_{j+1} + \frac{t^3}{6}c_{j+2},$$

$$t \in [0, 1], \quad j = \overline{0, N-2}.$$

Данный В-сплайн мы накладываем на нашу последовательность точек. В результате получаем сглаженную кривую с отсутствием шума.

Теперь после того как мы сгладили кривую с помощью В-сплайна, можно воспользоваться биортогональным вейвлет преобразованием. Данный вейвлет определяется четырьмя фильтрами: низкочастотным анализа $\hat{h}$, высокочастотной анализа $\hat{g}$, низкочастотной синтеза $\tilde{h}$, высокочастотной синтеза $\tilde{g}$.

Кубическим В-сплайновым вейвлетам соответствуют следующие коэффициенты:

$$\tilde{h}_0 = \frac{5}{4}, \quad \tilde{h}_{-1} = \tilde{h}_1 = \frac{5}{32}, \quad \tilde{h}_{-2} = \tilde{h}_2 = -\frac{3}{8}, \quad \tilde{h}_{-3} = \tilde{h}_3 = \frac{3}{32};$$

$$\tilde{g}_0 = \frac{3}{8}, \quad \tilde{g}_{-1} = \tilde{g}_1 = -\frac{1}{4}, \quad \tilde{g}_{-2} = \tilde{g}_2 = \frac{1}{16};$$

$$h_0 = \frac{3}{4}, \quad h_{-1} = h_1 = \frac{1}{2}, \quad h_{-2} = h_2 = \frac{1}{8};$$

$$g_0 = \frac{5}{2}, \quad g_{-1} = g_1 = -\frac{5}{16}, \quad g_{-2} = g_2 = -\frac{3}{4}, \quad g_{-3} = g_3 = -\frac{3}{16}.$$

В рассматриваемой задаче никак не используются ВЧ составляющие.

После вейвлет преобразования, которое было произведено N раз, мы получаем N различных управляющих последовательностей для различных коэффициентов масштабирования.

Серверная часть была реализована в среде MapServer, в качестве клиентской части выступал любой Интернет браузер. Расчетный модуль был реализован в виде исполняемого файла. Исходные данные для расчета изолинии загружались из внешнего файла и после обсчета загружались в формат shapefile. В качестве исходных данных для построения изолинии была взята овражная функция Розенброка с добавленным шумом.

Список использованных источников

1. Переберин А.В. Систематизации вейвлет-преобразований [Диссертация] 2001 г.
2. Добеши. 10 лекций по вейвлетам[Научная статья].
3. Переберин А.В. Многомасштабные методы синтеза и анализа изображений. [Диссертация]. 2002г.
4. Кузнецов М. PHP5 практика разработки web-сайтов. 2005 г.
5. ESRI Shapefile [Technical Description].
6. MapServer for Windows [Technical Description].

Программные инструменты оценки стойкости парольной защиты

Мац В.В.

Научный руководитель – аспирант Полежаев П.Н.
Оренбург, Оренбургский Государственный Университет

В наш XXI век компьютеры, телефоны, электронные записные книжки распространены повсюду. Они есть практически в каждом офисе, в каждом доме. И на каждом из них существует та или иная информация, которая дорога пользователям и организациям. Порой стоимость информации на порядки превышает стоимость компьютерной техники, ее хранящей. А ее разглашение может привести к огромным убыткам. Поэтому информация стала основной денежной купюрой.

Каждый человек и любая организация хотят защитить свои персональные данные и интеллектуальную собственность от несанкционированного доступа, кражи, уничтожения, изменения и других действий. Существует множество способов защиты, самым распространенным из них является парольная защита.

Когда мы входим в систему windows, в большинстве случаев у нас спрашивают логин и пароль, если хотим зайти на свой email, то нас просят ввести логин и пароль, когда мы ставим лицензионное программное обеспечение, нас просят ввести ключ, если мы заходим в свою квартиру и

отключаем сигнализацию, то нам опять необходимо ввести пароль и т.д. Парольная защита используется везде. Это объясняется тем, что она довольно проста в использовании и реализации.

Каждый пользователь придумывает пароль себе сам. И в некоторых случаях выбор пароля можно предугадать. Например, если человек работает врачом, то весьма вероятно, что его паролем будет какой-нибудь медицинский термин. Также большинство людей используют слова, которые часто встречаются в повседневной речи. В большинстве систем мы знаем, какие символы нам разрешено вводить в пароле. Все эти знания помогают злоумышленнику подобрать пароль.

Множество пользователей даже не задумываются о том, сложно или легко можно подобрать их пароль. Оценка стойкости паролей на данный момент времени очень актуальный вопрос, так как необходимо знать какой должен быть пароль, чтобы информация пользователя была защищена на приемлемом уровне.

Также весьма актуальна проверка правильности реализации механизмов парольной защиты, используемой для доступа к тем или иным информационным ресурсам.

Проблемы оценки стойкости реализации и использования парольной защиты можно решить с помощью программных инструментов перебора паролей.

Для оценки стойкости парольной защиты, реализованной в качестве механизма аутентификации пользователя в той или иной информационной системе, необходимо знать общее количество возможных паролей. Для примера возьмём всем известную национальную почтовую службу www.mail.ru.

Чтобы зайти на свой электронный почтовый ящик, созданный в данной почтовой службе, необходимо ввести пароль, который может состоять из латинских букв, цифр, пробелов, а также символов "_", "." и "-". Всего 66 знаков. В тоже время пароль не может состоять более чем из 16 символов. Используя комбинаторику, легко определить, что при данных условиях общее количество возможных паролей равно:

$$S=66^{16}+66^{15}+..+66^2+66\approx 1.3\cdot 10^{29}$$

Понятно, что подбор пароля небольшой длины, например до 2-х символов, не займет много времени. Если же длина составляет 16 символов, то мы можем подбирать довольно долго. Давайте подсчитаем время подбора в худшем случае. Для этого воспользуемся следующей очевидной формулой для оценки времени перебора:

$$T = \frac{S}{m * V},$$

где S – количество возможных паролей (размер переборного пространства), m – количество потоков, V – количество паролей, подбираемое каждым потоком в секунду.

Допустим, мы можем подбирать пароли с такой же скоростью, что и генерировать, и почтовый сервер является локальной системой, т.е. для подбора паролей не нужно передавать данные по сети. Также предположим, что процессор с частотой выше 1.87 ГГц может подбирать порядка 10^6 различных паролей за секунду, тогда время будет равно

$$T = \frac{S}{m * V} = \frac{1.3 * 10^{29}}{1 * 10^6} = 1.3 * 10^{23} \text{сек} = 1.3 * 10^{15} \text{лет}.$$

Как видно из расчетов такой пароль подобрать невозможно. Но, как показывает статистика, обычный пользователь использует пароли не длиннее 8 символов, состоящий из строчных латинских букв. Теперь посчитаем время подбора такого пароля в худшем случае:

$$T = \frac{S}{m * V} = \frac{26^8}{1 * 10^7} = 20880 \text{сек} = 5.8 \text{часов}.$$

Это время посчитано чисто теоретически. Можно даже сказать, что мы взяли наилучший случай работы, т.е. записали нижнюю границу времени. Чтобы уточнить это время, нужно измерить его на практике.

Понятно, что если мы будем ближе к реальности, то при оценке стойкости парольной защиты почтового сервера и других удаленных систем, мы должны учитывать тот факт, что запросы передаются по сети, а также имеют место определенные механизмы защиты (например, таймауты между двумя последовательными ответами на запросы аутентификации, картинки CAPTCHA (Completely Automated Public Turing test to tell Computers and Humans Apart)[1].

В связи с этим возникает проблема оценки скорости перебора паролей. Ее проще всего решить на практике, используя программные инструменты перебора паролей. Запустив подбор паролей к конкретному компоненту информационной системы, легко определить среднее время на проверку одного пароля, а, следовательно, и среднюю скорость подбора паролей в секунду.

Программные инструменты перебора паролей также позволяют оценить правильность реализации механизма парольной защиты. Нередки случаи, когда при их программировании, сознательно или нет, допускаются ошибки, и это может привести к сокращению размеров переборного пространства паролей.

Например, система проверки пароля может учитывать не весь пароль, а только первые его N символов, приводить все символы пароля к нижнему регистру и т.п.

Также программы перебора паролей могут быть использованы системными администраторами или специалистами по безопасности информационных систем с целью аудита стойкости применяемых

пользователями паролей для доступа к тем или иным ресурсам. Это необходимо, чтобы знать, кто из пользователей использует простые или довольно распространённые пароли. Например, пароль «111111111111» не является простым, сточки зрения длины, но он является распространённым и легко взламывается. В этом случае необходимо предупредить пользователя, о том, что он использует пароль малой сложности.

Существует два алгоритма перебора паролей: с использованием словаря и посимвольный. Рассмотрим каждый из них подробнее.

Алгоритм с использованием словаря подбирает только те пароли, которые есть у него в базе данных, т.е. словаре. У данного алгоритма есть свои достоинства и недостатки.

Достоинства:

1. Быстрый подбор распространённых паролей.
2. Возможность найти несколько пользователей с простыми паролями за достаточно малое время.

Недостатки:

1. Перебор охватывает только часть возможных паролей.
2. Громоздкость словаря, с большим количеством паролей.
3. Практическая неработоспособность на тех пользователях, которые задумываются о стойкости пароля.

Не смотря на недостатки можно улучшить данный алгоритм. Использовать словарь, не самых распространенных слов, а слов-профессионализмов, жаргонизмов и т.п., применимых для данного человека. Это работает довольно хорошо, так как большинство людей используют в своих паролях слова, причастные к их работе, семье, субкультуре, характеру, стране, которой они родились и т.д.

Посимвольный алгоритм перебора паролей комбинаторным образом, используя размещения с повторениями, формирует все возможные варианты пароля. Для данного алгоритма необходимо указать, какие символы могут быть в пароле и диапазон его длины.

Достоинства:

1. Возможность подбора всех комбинаций пароля для абсолютно всех систем.
2. Возможность довольно быстро найти пользователей, использующих пароль небольшой длины.

Недостатки:

1. Невозможность быстрого перебора распространённых паролей.
2. Медленно работает на длинных паролях.

Также существуют оптимизации этого алгоритма. В основном они основаны на статистике. Например, большинство пользователей используют только латинские буквы и редко вводят пароль более 8 символов. Например «vladav», «vasilii», и другие.

Существует множество программ для подбора паролей, например, Ultimate Zip Cracker[2], Xavior[3] и др. Первая программа подбирает пароли только к документам MS-Word (*.DOC) 97-2003, MS-Excel (*.XLS) 97-2003, а

также к архивам, созданным PKZIP, WinZip, ARJ и WinArj. Вторая подбирает пароли к сайтам. Основным недостатком существующих программ является их узкая специализация для конкретных задач.

В связи с этим возникает необходимость разработки универсального программного инструмента перебора паролей, который может быть использован для оценки стойкости парольной защиты, используемой, для ограничения доступа к электронным почтовым ящикам, закрытым персональным частям сайтов, ftp-серверам, запароленным архивам и т.д.

С этой целью было решено выделить генератор паролей, использующий оба рассмотренных ранее алгоритма, и оформить его в виде отдельной компоненты (см. рисунок 1). Данный генератор используется другими специализированными компонентами, оформляемыми в виде внешних динамических библиотек DLL, которые осуществляют перебор паролей к конкретным ресурсам информационной системы. Так, одна из компонент осуществляет перебор паролей к сайтам, путем отправки GET и POST запросов, вторая – к серверу ftp, третья – к локальным архивам и т.д.

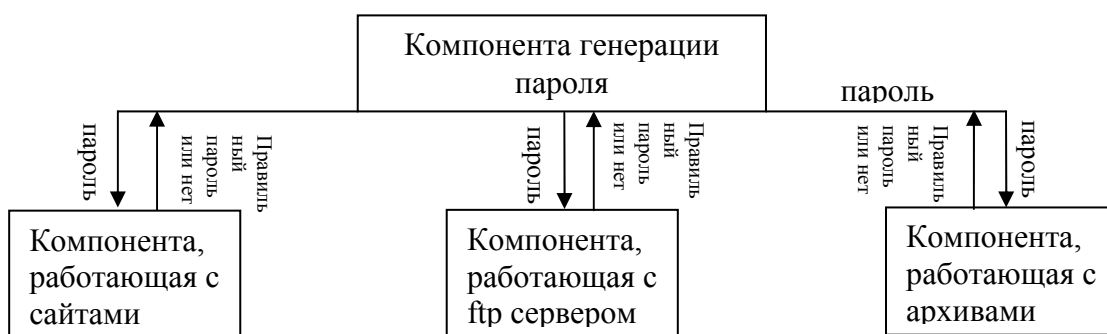


Рисунок 1 – Диаграмма компонентов

Следует особо отметить, что данная разработка не направлена на нанесения вреда какой-либо информационной системе физического или юридического лица. Создаваемый программный инструмент предназначен для оценки стойкости парольной защиты, выполняемой специалистами по информационной безопасности и системными администраторами, а также для учебных целей.

В данной работе показана актуальность применения инструментов перебора паролей для оценки стойкости парольной защиты, как с позиции ее реализации в конкретной информационной системе, так и с точки зрения ее использования пользователями.

Разрабатываемый программный инструмент перебора паролей может быть использован, как для аудита безопасности информационных систем, так и для учебных целей при изучении студентами дисциплин информационной безопасности.

Список использованных источников

1. Генерация изображения CAPTCHA [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.captcha.ru/>. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
2. Домашняя страница Ultimate ZIP Cracker [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.vdgsoftware.com/uzc.html>. – Загл. с экрана. – Яз. англ.
3. SecurityFocus [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://downloads.securityfocus.com/tools/XaviorBeta7.exe>. – Загл. с экрана. – Яз. англ.
4. Домашняя страница журнала «Хакер» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.hacker.ru>. – Загл. с экрана. – Яз. рус.
5. Пароли для профессионалов [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://bugtraq.ru/library/security/passunleashed.html>. – Загл. с экрана. – Яз. рус.

Проектирование экспертной системы анализа файлов-протоколов параллельных программ

Медведев Г. И.

Научный руководитель – д.т.н., профессор, Гергель В.П.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

В результате исследовательской работы изучена общая и узкоспециализированная информация о протоколировании параллельных вычислений, сформулированы требования к экспертной системе, определены ее функциональные возможности, выбраны средства реализации, определены форматы входных и выходных данных.

Как известно, за последние десять лет параллельные вычисления доказали свою эффективность и теперь используются в самых наукоемких областях знаний [1]. В ходе своей работы параллельная программа затрачивает некоторые ресурсы рабочей станции для записи информации о процессе своего выполнения в специальные файлы-протоколы (log-файлы). Эти файлы необходимы для последующего, так называемого, post mortem анализа хода выполнения параллельной программы. При этом в связи с усложнением комплексов параллельных вычислений и алгоритмов для них объемы файлов-протоколов растут до таких размеров, что как-то воспринимать их и анализировать становится все труднее. Поэтому естественно возникает желание разработать программные продукты, оказывающие помощь при разборе log-файлов и делающих этот процесс удобнее, быстрее и функциональнее.

Уже давно используется графическое представление данных как наиболее эффективная форма восприятия. В параллельных вычислениях оно находит свое применение с начала 90-х гг. XX века. В данной статье анализируется функциональность одного из самых популярных визуализаторов log-файлов на

сегодняшний день – системы Jumpshot, разработанной Аргонской Национальной Лабораторией.

Другим возможным вариантом реализации системы, анализирующей log-файлы, помимо визуализатора, является экспертная система. Данная система может осуществлять подсчет статистической информации о ходе выполнения программы и делать на основе них определенные выводы о его эффективности. Данная статья содержит описание проекта собственной экспертной системы, подлежащей разработке.

Наконец, сам файл-протокол можно организовать различным образом. Аргонская Национальная Лаборатория занимается разработкой форматов log-файлов с середины 90-х гг. прошлого века. В данной статье делается анализ форматов CLOG и SLOG-2, оцениваются различные их стороны, которые могут повлиять на выбор одного из них в качестве основного для построения собственной экспертной системы.

Не секрет, что большая часть всех суперкомпьютеров работает с использованием интерфейса передачи сообщений MPI [2] – [5]. Для данной технологии специалисты Аргонской Национальной Лаборатории разработали специальный пакет расширяющих библиотек MPE [6], который содержит библиотеки для генерации log-файлов различных форматов, программу визуализации Jumpshot [7] и некоторые другие утилиты. Они разработали также и сами форматы log-файлов. Среди них особый интерес представляют хронологически последние 2 формата – CLOG и SLOG-2.

Файлы формата CLOG содержат последовательность событий хода выполнения параллельной программы. Событием для программ, использующих комплекс MPI, является всякая команда этой библиотеки, то есть оператор с синтаксисом MPI_*, к примеру команды отправки сообщения MPI_Send, приема сообщения MPI_Recv, запрос объема коммуникатора MPI_Comm_Size, запрос номера процесса в коммуникаторе MPI_Comm_Rank и т.д. Для масштабных параллельных алгоритмов размер таких файлов может достигать нескольких гигабайт, поэтому их эффективная визуализация, а тем более, просмотр затруднены. Именно поэтому был разработан формат масштабируемых файлов-протоколов SLOG-2 (от англ. scalable log – масштабируемый log-файл) [8] – [9]. Данный формат предназначен специально для оптимизации процессов просмотра и визуализации. Размер таких файлов значительно меньше.

Для работы с log-файлами данных форматов Лабораторией были написаны библиотеки на языке Java, которые представляют собой API для их создания и чтения. Основная трудность их применения заключается в том, что для них отсутствует какая-либо документация, поэтому разобраться в запутанной иерархии множества классов очень непросто. На данный момент так и не удалось получить информацию об их применении, достаточную для начала написания экспертной системы. Поэтому вопрос о выборе формата остается открытым и сводится к тому, какой из форматов окажется более доступным в освоении.

Первоначально планировалось использовать формат SLOG-2 как более современный. Именно на этом формате основана работа программы-визуализатора Jumpshot. Однако экспертная система делает упор не на

графическом представлении конечного результата, а на полноте анализа информации, для чего гораздо больше подходит именно неоптимизированный формат CLOG. Кроме того, система в ходе своей работы будет проходить по всему файлу лишь однократно, поэтому основное преимущество формата SLOG-2 для разрабатываемой системы практически теряет ценность. Поэтому основные усилия будут потрачены именно на изучение формата CLOG. Формат же SLOG-2 будет использован как запасной вариант.

Одной из целей этапа изучения предметной области было практическое использование визуализатора Jumpshot, который, хотя и не является экспертной системой в привычном понимании этого слова, тем не менее представляет собой мощную систему анализа log-файлов. Основным недостатком системы Jumpshot является ее ориентация на UNIX-системы. Это дает большие неудобства для пользователей Windows как при ее запуске, поскольку нужно устанавливать дополнительное ПО, так и для ее использования, поскольку некоторая часть команд предназначена для командной строки. Поскольку разрабатываемую систему решено создавать на языке Java в виде независимого исполняемого модуля, при ее использовании не будет возникать вышеупомянутых неудобств.

Для исследования функциональности системы Jumpshot был реализован параллельный алгоритм ленточного умножения матриц [10] и запущен для эмуляций систем с одним, двумя, тремя и шестью процессорами. Результат визуализации log-файла для случая с тремя процессорами представлен на рис. 1:

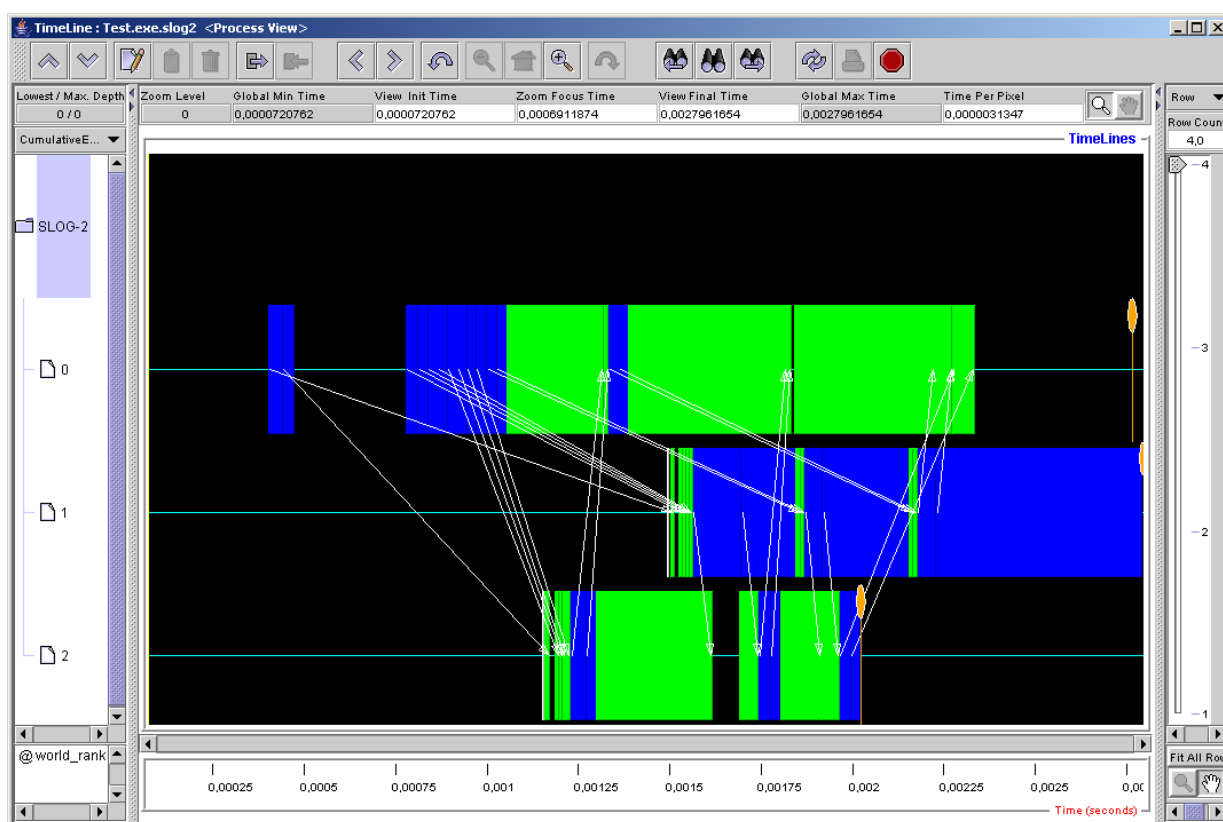


Рисунок 1 – Визуализация алгоритма ленточного умножения матриц для трех процессоров

После использования программы Jumpshot стало ясно, что в ней упор делается на удобное графическое представление файла-протокола и на просмотр его частей без зависаний. Однако вся точная статистическая информация, которую предоставляет система, состоит лишь из временной шкалы, по которой можно судить о полном времени работы программы и об ее отдельных этапах в каждом из процессов. Поэтому остается широкое поле для собственных нововведений в разрабатываемой экспертной системе.

Разрабатываемая экспертная система будет представлять собой типичное оконное приложение. В качестве входных данных она будет получать путь к log-файлу, который будет подвержен первоначальной статистической обработке. Результатами данной обработки будут следующие значения:

Таблица 1 – Статистические показатели, собранные на основе log-файла

Временные показатели	Информационные показатели
Время загрузки каждого процессора	Объем данных, переданных каждым процессором
Время простоя каждого процессора	Объем данных, полученных каждым процессором
Время, затрачиваемое каждым процессором на передачу данных	Общий объем переданных данных
Средние показатели	Средние показатели

По собранным показателям система будет делать совокупность определенных выводов. Во-первых, на основе временных показателей о работе процессоров можно сделать выводы о том, насколько эффективен параллельный алгоритм, а также, насколько эффективно используется каждый из процессоров рабочей станции. К тому же, в систему планируется внести возможность сравнивать несколько log-файлов для идентичной задачи, которые получены на системах с различным числом процессоров. Это даст возможность сделать выводы о том, насколько эффективно увеличение числа процессоров в системе, есть ли в этом смысл, а также насколько плохо на быстродействии сказывается уменьшение их числа. В ходе разработки экспертной системы возможно расширение круга выводов по временным показателям.

Выводы экспертной системы на основе информационных показателей (объемов информации при различных манипуляциях) включают в себя, во-первых, заключение о минимальном требуемом объеме памяти на каждом из узлов комплекса. Главной же целью анализа трафика является определение нагрузки на локальную сеть передачи данных между узлами. Система будет делать вывод о том, какую пропускную способность должна иметь сеть для выполнения расчетов в определенный срок, какие узлы занимают сеть больше всего. К тому же, по данной группе выводов можно также осуществлять анализ

нескольких log-фалов для одной и той же задачи, реализованной на системах с различным числом процессоров. Это позволит выявить такую конфигурацию, при которой сеть загружается минимально или с заданными величинами.

Список использованных источников

- 1 Elspeth Minty, Peter Maccallum, John Fisher, Anna Hondroudakis Scientific Visualisation: A Practical Introduction – The University of Edinburgh, 2008. – 66 с.
- 2 Anthony Chan, William Gropp, Ewing Lusk MPICH2 Installer's Guide – Argonne National Laboratory, 2008. – 39 с.
- 3 Anthony Chan, William Gropp, Ewing Lusk MPICH2 User's Guide – Argonne National Laboratory, 2008. – 45 с.
- 4 David Ashton, Jayesh Krishna MPICH2 Windows Development Guide – Argonne National Laboratory, 2008. – 36 с.
- 5 Brent S. Paul MPICH2 on Windows XP: Installing, Compiling Fortran and Running – Penn State University, 2008, 9 с.
- 6 Anthony Chan, William Gropp, Ewing Lusk User's Guide for MPE: Extensions for MPI Programs – Argonne National Laboratory, 1998. – 34 с.
- 7 Anthony Chan, David Ashton, Rusty Lusk, William Gropp Jumpshot-4 Users Guide – Argonne National Laboratory, 2007. – 61 с.
- 8 Anthony Chan, William Gropp, Ewing Lusk Scalable Log Files for Parallel Program Trace Data DRAFT – Argonne National Laboratory, 2008. – 61 с.
- 9 Anthony Chan, William Gropp, Ewing Lusk An Efficient Format for Nearly Constant-Time Access to Arbitrary Time Intervals in Large Trace Files – Argonne National Laboratory, 2008. – 17 с.
- 10 Гергель В.П. Введение в методы параллельного программирования – Н. Новгород: ННГУ, 2005. – 244 с.

Программные инструменты сокрытия информации в файлах

Михайлов Е.А., Чернов А.В.

Научный руководитель – аспирант Полежаев П.Н.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

Стеганография (в переводе с греч. – «тайнопись») – это наука о скрытой передаче данных. Осуществляется такая передача путем сокрытия данных в обычном сообщении. Этим она отличается от криптографии: если последняя скрывает смысл информации под шифром, и защищенность зависит только от стойкости ключа, то задача стеганографии – скрыть сам факт существования этой информации в данном сообщении.

Стеганографией пользовались еще с древних времен: еще в Древнем Риме на деревянную дощечку наносили текст, а затем ее покрывали воском. Позже стали стеганографировать симпатическими чернилами, «жаргонными

шифрами», трафаретами и т.п. Сейчас стеганография широко используется в информационных технологиях, позволяя решать следующие проблемы:

- защита от несанкционированного доступа;
- защита прав на интеллектуальную собственность;
- организация скрытого канала передачи информации;
- преодоление сетевых мониторов.

Не менее значима стеганография такого рода и в военной сфере, где часто безопасность требует скрыть существование данных, проходящих через канал связи.

Использовать компьютерную стеганографию можно во многих местах вычислительной системы – скрывать информацию в альтернативных потоках NTFS, на свободных кластерах носителей информации, в передаваемых по сети пакетах, в ключах реестра и др. Но наиболее удобно под хранилища скрытой информации использовать файлы, поскольку из всех возможных средств сокрытия они составляют основной поток циркуляции информации по Интернету, а также хранятся в огромных количествах на жестких дисках. К тому же, различного типа файлы позволяют использовать широкий спектр стеганографических алгоритмов, что затрудняет обнаружение стегоданных. Наиболее перспективный вариант – в качестве стеганографического контейнера использовать графические файлы, т.к. они обладают большой информационной избыточностью.

В ходе исследования был рассмотрен ряд алгоритмов сокрытия данных:

1. Метод НЗБ (наименьших значащих битов). Это наиболее простой способ побитового сокрытия информации произвольного типа в графических файлах. Суть в том, что произвольное изменение малозначащих битов пикселя фактически незаметно на глаз. Такой метод позволяет, например, защитить авторские права (цифровые водные знаки). Однако этот алгоритм весьма неустойчив к любому виду атак: достаточно просто запустить программу, воспроизводящую изображение по младшим битам. К тому же, методы НЗБ подходят преимущественно к bmp-картинкам: файлы формата, напр. jpeg теряют свои младшие биты при архивации [2], поэтому там оптимально изменение коэффициентов составляющих цветов.

2. Прикрепление архива в конец графического изображения. (Здесь объем секретного файла неограничен, что дает важное преимущество перед другими алгоритмами.) Большинство графических редакторов при открытии обнаружат только картинку и не придадут значение тому, что ее объем увеличился на объем прикрепленного файла. Существенный недостаток в том, что если у постороннего лица, просматривающего сообщения между отправителем и получателем, возникнет подозрения из-за слишком большого размера изображения, то это лицо сможет найти скрытый файл открытием сообщения-контейнера через архиватор (напр. WinRAR), или, открыв с помощью текстового редактора, отыскать строчку «Rar!», являющуюся началом заголовка архива WinRAR.

3. Более защищенный по отношению к предыдущим алгоритм позволяет использовать определенные места в изображении для сокрытия данных. Так,

например, в первую очередь человек смотрит на центральную часть картины, не обращая особого внимания на ее углы, а если там изображены люди, то внимание переключается на них, на их лица [1]. В этой же книге замечено, что в целом изменение оттенков человеческого глазу труднее заметить на пестрых разноцветных местах изображения, а если же рассматривать цвета по отдельности, то наиболее незаметно изменение оттенков синего цвета. Неудобство в том, что такой алгоритм трудно реализовать, он подходит не для каждого изображения, а также довольно трудно сохранить алгоритмическую связь между «пестрыми местами» графического файла (размещать скрытую информацию можно только в них: нельзя определить единую Хэш-функцию для всего файла-контейнера).

Очень популярным способом стеганографии является сокрытие информации в тексте. Так, существуют алгоритмы побитового сокрытия:

1. Структурные (форматные) – незначительные изменения структуры текста, полностью сохраняющие его смысл. К ним относятся методы:
 - добавление пробелов в конец;
 - вставка пробелов при выравнивании по ширине;
 - подмена символов на иномязычные, неотличимые на глаз по форме.
2. Синтаксические – изменение букв и знаков пунктуации без потери смысла:
 - подмена союзов на запятые;
 - использование сокращений;
 - изменение порядка слов в предложении.
3. Семантические – замена ряда фраз или слов на сходные по смыслу:
 - подмена слов на синонимы из созданной таблицы синонимов;
 - перефразирование предложения.
4. Генерирующие – генерация файла-контейнера, оптимизированного под хранение скрываемой информации;

В особую категорию можно выделить стеганографию в html-файлах. Внутри кода html-страницы можно использовать информационное пространство комментариев или же «пустой», т.е. избыточный код, что не отразится на визуализации web-документа.

Статистика показывает, что наибольшую плотность размещения стегоинформации внутри контейнера с текстом обеспечивает алгоритм подмены символов: так, слово «ХАКЕР» можно написать как русскими, так и английскими буквами. Сканирование документа происходит посимвольно: обнаружение факта подмены означает, что бит=1, если же программа обнаружила букву, способную быть подмененной, но нет факта подмены, то бит=0. Таким образом можно скрыть информацию объемом до 4% файла-контейнера.

При изучении программных средств компьютерной стеганографии было установлено, что, несмотря на то, что они предлагают пользователю выбор алгоритма сокрытия, большинство программ использует популярные алгоритмы. А, как известно, чем больше алгоритм изучен, тем меньше его

защищенность. Так, например, программа ImageSpyler (специализируется на стеганографии в графических файлах), несмотря на хорошее качество сокрытия (в плане незаметности), использует более или менее изученные алгоритмы, и потому имеет неустойчивость к ряду способов обнаружения и атак со стороны дешифраторов.

Также был исследован программный продукт Steganos File Manager, который предлагает скрыть данные в форматах BMP, JPEG и WAV. Эта программа, кроме алгоритма, идентифицирует пользователей по паролям, используемым в алгоритмах шифрования, что помогает обеспечить защищенность даже при широком распространении этого ПС (программного средства).

Но данные программы, как и многие другие, имеют общий недостаток – сокрытие информации только в одном файле-контейнере, следовательно, размер скрываемого сообщения сильно ограничивается. Поэтому при сокрытии больших объемов информации исходное сообщение придется вручную делить на части, а затем использовать совокупность несвязанных файлов-контейнеров, что неудобно.

На основе исследованных алгоритмов и рассмотренных ПС компьютерной стеганографии был создан собственный инструмент сокрытия данных. Разработанная по спиральной модели, программа позволяет пользователю выбрать файл или же целую директорию для использования всех содержащихся в ней графических и текстовых файлов в качестве связанных контейнеров. В каждом файле, кроме стегоинформации, содержится указатель на следующий файл. После операции сокрытия программа идентифицирует пользователя с помощью пароля, который применяется для формирования ключа с помощью хэш-функции. Этот ключ используется для предварительного шифрования скрываемого сообщения с помощью симметричного алгоритма, например, AES.

В данной программе используются следующие алгоритмы:

1. Алгоритм для графики, в основе которого лежат не сами НЗБ, а связь между ними. Как, обычно, изображение-стего скрывается в изображении-контейнере побитово: выбираем произвольную константу E , а затем ставим условие: если бит=1, то корректируем разность между младшими битами пикселя с индексами $[i][j]$ и пикселя с индексами $[f(i)][f(j)]$ так, чтобы она стала меньше, чем E , а если бит=0, то эта разность должна стать не меньше E .

Обнаружение информации получателем происходит в обратном направлении: если вышеуказанная разность меньше, чем E , то бит=1, иначе бит=0. Однако это не означает, что на каждый бит выделяется два отдельных пикселя и т.о. можно скрыть максимум половину того, что позволяет скрыть простой алгоритм НЗБ.

Пусть $f(i)=i$ и $f(j)=j+1$, тогда методом разности младших битов мы связываем 1-й пиксель со 2-м, 2-й – с 3-м и т.д. до конца контейнера или пока не скроем всю необходимую информацию. Разница между объемами стегоданных в данном алгоритме и алгоритме НЗБ – всего один столбец пикселей, а стойкость как к злоумышленным, так и к пассивным атакам заметно возрастает.

Ведь формулы $f(i)$ и $f(j)$ (лучше всего, если они разные) есть только у отправителя и получателя контейнера со встроенным сообщением: он не передается вместе с сообщением, а высылается по безопасному каналу или другим способом.

2. Алгоритм для сокрытия в документах с текстом: из 16 русских букв (с учетом заглавных) мы составляем таблицу соответствий их с цифрами из 16-ричной системы счисления, и в полученном тексте мы, обнаружив факт подмены символа, смотрим, какой именно символ был заменен и по таблице определяем, какой цифре он соответствует (каждая цифра 16-ричной СС несет в себе 4 бита информации). Таким образом, двумя подмененными символами скрываем один символ секретного сообщения.

За счет того, что по сравнению с вышеуказанным алгоритмом подмены статистическая плотность сокрытия данных падает, возрастает стойкость по отношению к атакам по раскрытию стеганограммы.

Изучив стеганографические алгоритмы, рассмотрев программные инструменты, реализующие их, и ознакомившись с различного рода атаками (пассивными, активными и злоумышленными) по выявлению скрытой информации, мы пришли к выводу, что для повышения безопасности необходимо совмещать стеганографию с криптографией – шифровать данные перед сокрытием. Также мы обнаружили, что удобнее всего размещать один блок данных в нескольких файлах с сохранением связей между ними. К тому же, для снижения вероятности как пассивной, так и злоумышленной атаки, лучше всего использовать малоизученные алгоритмы, или же алгоритмы, позволяющие разработчику вносить корректировки, известные только им самим.

В результате был разработан программный инструмент сокрытия данных в текстовых и графических файлах. Он может быть использован, как в учебных целях при изучении дисциплин информационной безопасности, так и в качестве составляющего элемента комплексной системы защиты информации на предприятии.

Список использованных источников

1. В. Грибунин, «Цифровая стеганография», 272 с.
2. Б. Леонтьев, «Форматы файлов Microsoft Windows XP», Москва, ЗАО «Новый издательский дом», 2005, 352 с.
3. В. Хорошко, «Методы и средства защиты информации», 499 с.

Экономико-организационные способы противодействия теневому распространению программных продуктов

Мураева Е.А.

Научный руководитель – старший преподаватель Сормов С.И.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

В современном мире, где на первое место встают компьютеры и компьютерные технологии, большое внимание следует уделить программным продуктам и мерам, предпринимаемым их разработчиками для защиты от незаконного тиражирования и распространения.

На сегодняшний день существуют: правовые меры, основанные на применении для защиты прав разработчиков авторско-правового законодательства. За нарушение, которого «пираты» должны нести административную, гражданскую и уголовную ответственность. Программно-технические меры направленные на защиту программного обеспечения от несанкционированного копирования и использования. И экономико-организационные меры, которые в отличие от юридических и технических являются не мерами принуждения, а мерами стимулирования. Они заключаются в привлечении пользователей к легальным программным продуктам и созданию таких условий (обычно с учетом правовых и программно-технических мер), что бы приобретать «пиратские» версии продуктов было невыгодно.

Под «пиратством» в сфере программного обеспечения обычно понимается несанкционированное правообладателем использование программного обеспечения (ПО). Прежде всего, это относится к программам для ЭВМ и базам данных, являющимся объектами авторского права практически во всех странах мира, включая Российскую Федерацию.

Когда материальный ущерб от пиратства, причиняемый законным правообладателям, стал достаточно ощутим, в большинстве стран, занимающих ведущие позиции на рынке вычислительной техники, потребовалось срочное принятие соответствующих мер борьбы, в том числе и на государственном уровне.

Основные виды пиратства в сфере ПО:

- Изготовление и коммерческое распространение поддельных экземпляров программ.
- Несанкционированное правообладателями коммерческое распространение программ.
- Изготовление контрафактных экземпляров программ конечным пользователем [2]

Экономико-организационные меры по борьбе с пиратством.

Данные меры принято делить на организационные и экономические меры.

Среди организационных мер по борьбе с пиратством, можно выделить:

- использование особых режимов распространения

Разбиение продукта на функциональные блоки и продажа их по отдельности. Эта мера направлена на то, чтобы затруднить доступ «пиратов» к полнофункциональным экземплярам программного продукта. С другой стороны, подобные действия, как правило, замедляют распространение программного продукта, увеличивая срок окупаемости разработки.

- «индивидуализацию» программных продуктов

подразумевает их «ручную сборку» под конкретные нужды каждого отдельного пользователя. Однако эти меры слабо применимы к программным продуктам массового распространения и не могут обеспечить высокой скорости продаж.

- использование «водяных знаков»

На техническом уровне это реализуется посредством стенографического внедрения электронной цифровой подписи, соответствующей определенному легально пользователю, в продаваемый экземпляр программного продукта, что позволяет избавиться от идентичности копий. В результате становится возможным однозначно установить легального пользователя, через которого произошла «утечка» экземпляра программного продукта к «пиратам». Однако эта мера затрудняет продажу программных продуктов через Интернет, ее можно обойти, удалив «водяные знаки» или купив программный продукт на подставное лицо.

- адресную работу с легальными пользователями

ведением базы данных с соответствующей информацией о продажах. Наличие базы позволяет получить подробную статистику спроса, точно определять объем рынка реализуемых продуктов, и составлять «черные» списки недобросовестных пользователей. - быструю смену версий продукта и системы его технической защиты

- быстрая смена версий продукта и системы его технической защиты направлена на затруднение «взлома» средств защиты программного продукта от копирования.

- борьбу с источниками распространения контрафакта;

отслеживание и пресечение незаконного распространения программных продуктов. Мониторингу должны подлежать как глобальные сетевые ресурсы, так и места распространения физических носителей с программным обеспечением.

- выявление фактов незаконного использования программных продуктов

позволяет, как определить недобросовестных легальных пользователей нарушающих права разработчика, так и нелегальных пользователей, приобретающих продукт на «пиратском» рынке.

Суть Экономического метода, заключается в создании условий, делающих экономически невыгодным пиратство в этой сфере. Многие отечественные и зарубежные фирмы, действующие в Российской Федерации, в ряде случаев довольно успешно и эффективно применяют этот метод.

Среди экономических мер по борьбе с пиратством, можно выделить ценовые и неценовые меры.

К ценовым мерам относятся:

- снижение цен и предоставление скидок;
- особые условия при переходе с «пиратской версии» на легальную;
- льготный режим обновления программных продуктов.

К неценовым мерам относятся:

- реклама и продвижение;
- предоставление дополнительных услуг;
- обеспечение гарантийных обязательств;
- выпуск более дешевых версий продукта с урезанным набором функций.

Все ценовые меры так или иначе, сводятся к созданию условий, в которых пользователю будет выгоднее приобрести легальный экземпляр программного продукта по сравнению с «пиратским». Эффективность таких мер представляется следующим образом:

$$C_{\text{PRIME}} \leq C_{\text{LEGAL}} \leq C_{\text{PIRATED}} + C_{\text{DISCLOSURE}} * \text{PENALTY}, \quad (1)$$

где C_{PRIME} – себестоимость программного продукта;

C_{LEGAL} – рыночная цена программного продукта;

C_{PIRATED} – затраты на нарушение авторского права;

$C_{\text{DISCLOSURE}}$ – вероятность разоблачения нарушителя;

PENALTY – строгость наказания (в денежном эквиваленте).

Исходя из соотношения очевидно, что разработчик должен установить предел рыночной цены таким образом, чтобы она не превышала (или незначительно превышала) затраты на нарушение авторского права. Установленная подобным способом цена должна стимулировать приобретение легальных экземпляров программного продукта рядовыми пользователями, а так же сделать невыгодным распространение программного продукта на теневом рынке. Разумеется, этот критерий применим лишь при выполнении условия

$$C_{\text{PRIME}} \leq C_{\text{PIRATED}} + C_{\text{DISCLOSURE}} * \text{PENALTY} \quad (2)$$

Если условие невыполнимо, производителю следует либо воздержаться от реализации программного продукта, либо принимать неценовые меры.

Процесс реализации программного продукта на рынке можно условно разбить на три периода.

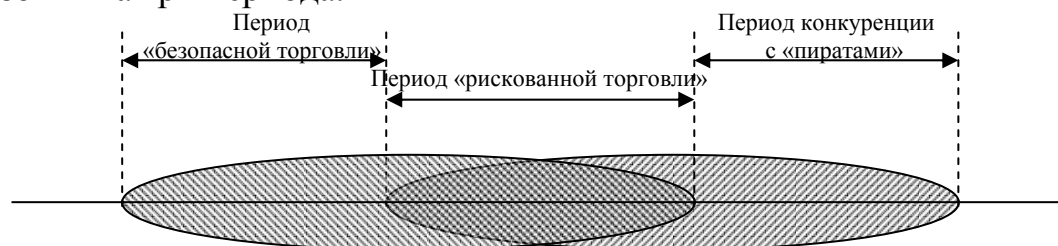


Рисунок 1 – График жизненного цикла программного продукта

Основной целью производителя ПО, как известно, является максимизация прибыли, а не искоренение «пиратства», в связи с чем его рыночная стратегия должна учитывать деление на указанные периоды и изменяться в зависимости от их смены.

В период «безопасной торговли» производитель уверен в отсутствии «пиратского» рынка своего продукта и свободен в своих рыночных действиях.

В то же время можно планировать получение основной доли прибыли именно в этот период, что эквивалентно применению стратегии «снятия сливок» на рынках новых разработок.

Период «рискованной торговли» находится на стыке первого периода с третьим. В это время нельзя с уверенностью сказать, что на рынке появились «пиратские» копии, но с завершением предполагаемого периода «безопасной торговли» риск появления таких копий постоянно возрастает. В этот период разумно смягчать пользовательскую политику и начинать активно применять неценовые методы конкурентной борьбы для стимулирования перехода потенциальных покупателей/нарушителей в ряды легальных пользователей программного продукта. Эффективность этого процесса возрастает, если он будет сопровождаться мерами правовой защиты разработчиков программных продуктов.

Период конкуренции с «пиратами» определяется точно установленным наличием нелегальных копий реализуемого продукта на рынке. Таким образом, производителю продукта приходится вступать в конкуренцию с «пиратами». [1]

Самым либеральным является экономический метод борьбы с пиратством, в то время как организационный ближе к мерам принуждения.

С пиратами борются, в особенности, это касается не частого пиратства, а пиратства в организациях. Модернизируют законодательную базу, закрывают пути поставок и точки распространения, проводят проверки и организуют саммиты. Российский рынок — один из немногих в списке, на котором снижение на 10% контрафактного ПО к 2011 г. не выглядит чистой теорией.

Самый низкий уровень пиратства в США (20%), Люксембурге (21%), самый высокий - в Армении (93%), Молдавии (92%), Азербайджане (92%), Бангладеш (92%) и Зимбабве (91%). [3]

В процессе написания статьи я пришла к выводу:

Какие бы меры не создавало государство по борьбе с «пиратами», эта проблема будет существовать еще многие годы. Поскольку многие пользователи даже задумываются о последствиях и вреде причиненному государству, устанавливая на свой персональный компьютер нелегальные версии программного обеспечения.

Список использованных источников

1) **Благодатских В.А.**, Экономико-правовые основы рынка программного обеспечения [Текст]: учебное пособие для вузов / В.А. Благодатских, С.А. Середа, К.Ф. Посакалов; М. – изд. Финансы и статистика 2007 г. – 240 с.

2) О пиратстве в сфере программного обеспечения и мерах борьбы с ним [Электронный ресурс]: статья под редакцией В.В. Шахиджаняна.; Режим доступа - http://www.ergosolo.ru/reviews/history/pirat_borba/

3) Компьютерное пиратство — история и современность [Электронный ресурс]: статья под редакцией А.В. Колесова; Режим доступа - <http://www.visual.2000.ru/kolesov/complife/cl9702.htm>

Проект «Информационная система факультета»

Нестеренко Д.С., Писарев И.В., Цуканова А.Б.
Научный руководитель – старший преподаватель Рюмшина О.А.
Орёл, Орловский государственный университет

В настоящей статье обозначены предпосылки и цели создания информационных систем для нужд высшего образования; рассмотрены особенности подхода к проектированию и реализации разрабатываемой авторами информационной системы факультета.

В основе решения большинства прикладных задач лежит обработка значительных количеств информации. Для облегчения этой работы, как правило, создаются компьютеризированные информационные системы (далее – ИС), включающие в себя в качестве центрального звена базы данных (далее – БД).

В целях автоматизации обработки информации, необходимой для функционирования факультета ВУЗа, возникла идея проекта «ИС факультета», направленного на создание единой БД, охватывающей всю рабочую информацию факультета, в том числе учебный план, расписание, успеваемость и личную информацию студентов и преподавателей, а так же программной оболочки, позволяющей быстро и легко оперировать хранимыми данными.

Можно выделить некоторые предпосылки создания ИС такого рода:

- автоматизация обработки больших количеств информации и формирования соответствующей документации;
- использование одних и тех же данных различными пользователями для различных целей (высокая интеграция данных);
- одновременный учёт большого числа разнообразных факторов при решении некоторой прикладной задачи (например, составление расписания);
- накопление информации для долговременного хранения (архивы данных) – электронное хранилище «выгоднее» бумажного;
- быстрый поиск нужных данных.

Общая структура разработанной БД имеет вид, представленный на рис. 1.

Изначально все сведения, предназначенные для хранения в БД, были собраны в единую систему и упорядочены. Проектирование включало в себя следующие этапы:

- 1) Выделение из предметной области (информационные потребности факультета) трех основных модулей: «Студент», «Штат», «Учебный план», которые взаимосвязаны и не могут быть использованы отдельно друг от друга.
- 2) Выделение в каждом из обозначенных модулей основных сущностей и их атрибутов.
- 3) Построение связей между атрибутами выделенных сущностей внутри модулей.
- 4) Связывание модулей.

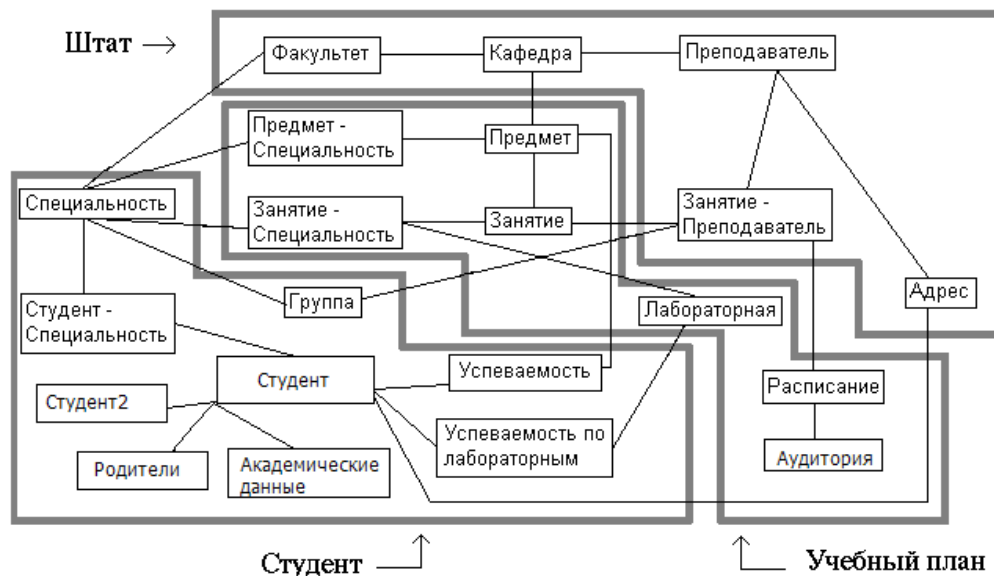


Рис. 1. Схема отношений БД факультета.

Рассмотрим подробнее каждый из модулей.

Модуль «Студент». В результате анализа данной части предметной области были выделены основные сущности: **СТУДЕНТ**, **СПЕЦИАЛЬНОСТЬ**, **УСПЕВАЕМОСТЬ**. Процесс проектирования приводит к следующим отношениям: **Студент** (идент. (№ зач. кн.), фото, ФИО, паспорт, пол, дата рождения, адрес прописки (id адреса), адрес проживания (id адреса), домашний телефон, мобильный телефон, идент. отца, идент. матери, семейный статус, национальность, трудовая книжка); **Студент2** (идент. (№ зач. кн.), номер личного дела, год окончания школы, год поступления в университет, статус обучения, форма обучения, подгруппа, староста (является или нет), условия обучения (ДОУ, полная оплата, бюджет), школа, дополнительные сведения, социальный статус (инвалид, сирота), зачислен в ВУЗ по приказу № /дата, содержание приказа, особые отметки); **Группа** (номер, подгруппа, специальность, курс); **Академические данные**¹ (код, идент. студента (№ зач. кн.), курс, номер приказа, дата приказа, содержание приказа); **Родители** (уник. ид., ФИО родителя, место работы, должность, домашний телефон, мобильный телефон, рабочий телефон, кем является (родитель, опекун)); **Специальность** (код, квалификация, идент. факультета, номер недели теоретического обучения, номер экзаменационной недели, номер недели практического обучения, номер недели каникул); **Успеваемость** (идент. студента (№ зач. кн.), идент. предмета, оценка в N семестре, пересдача (была или нет), дата последней сдачи экзамена, оценка курсовой работы в N семестре, тема курсовой работы в N семестре, руководитель курсовой работы в N семестре, оценка на гос. экзамене, дата гос. экзамена, пересдача гос. экзамена, тема дипломной работы, оценка дипломной работы, руководитель дипломной работы); **Успеваемость по лабораторным работам** (идент. лаб. раб., идент. студента (№ зач. кн.), выполнена или нет).

1 Поощрения, взыскания, академический перерыв в учебе.

Модуль «Штат». Процесс проектирования модуля «Штат» осуществлялся аналогично. В него входят следующие отношения: **Факультет** (id факультета, название, ФИО декана, телефон); **Кафедра** (id кафедры, id факультета, название, id заведующего, телефон); **Преподаватель** (id препод., фамилия, имя, отчество, id кафедры, дата начала педагогической деятельности, ученое звание, должность, id адреса, сотовый телефон, домашний телефон); **Занятие-преподаватель** (id преподавателя, id занятия, внешняя ссылка, № группы, часов зарезервировано); **Адрес**² (id адреса, адрес).

Модуль «Учебный план». Рассматриваемый модуль представляет собой ядро базы и в то же время связующее звено между модулями «Штат» и «Студент». Но основным его назначением является хранение данных, относящихся непосредственно к учебному плану – распределение часов, привязки предметов к специальностям, а также всё необходимое для составления расписания.

Основными сущностями данного модуля являются ПРЕДМЕТ, ЗАНЯТИЕ, РАСПИСАНИЕ, ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ. Также ввиду расширяемости позже сюда была добавлена сущность АУДИТОРНЫЙ ФОНД.

Окончательно получены следующие отношения: **Предмет** (id, название, id кафедры)³; **Занятие** (id, id предмета, тип занятия); для связи указанных отношений с другими модулями введены дополнительные связующие отношения, по совместительству хранящие некоторые данные учебного плана – **Предмет-специальность** (id специальности, id предмета, код предмета, номер семестров с зачетом, номер семестров с экзаменом, номер семестра с курсовой, вкладка в диплом); **Занятие-специальность** (id специальности, id занятия, внешняя ссылка, часов в N-м семестре); **Лабораторные работы**⁴ (id, id занятия, семестр, тема); **Расписание** (внешняя ссылка (занятие-преподаватель-группа), неделя, id аудитории, день, номер пары) – хранит расписание в классическом виде, а также в нём отражено размещение занятий по конкретным аудиториям; **Аудитория** (id, корпус, номер, вместимость, тип).

В случае необходимости полученная БД может быть расширена до БД ВУЗа в целом, при этом её структура и целостность не будут нарушены, даже несмотря на то, что может возникнуть необходимость в добавлении какой-либо специфической информации. Также разработанная БД легко расширяема с точки зрения учёта дополнительных данных (в чём была возможность убедиться выше).

Для обеспечения удобной и эффективной работы с БД был реализован (пока минимальный) комплекс приложений с графическим интерфейсом, позволяющий управлять каждым модулем в отдельности, а именно:

1. редактор расписания;
2. редактор нагрузки преподавателей;

2 Отношения **Занятие-преподаватель** и **Адрес** имеют связь с модулем «Студент».

3 Для межфакультетских дисциплин предусмотрено название факультета «Общий».

4 Включено по просьбе преподавателей с целью автоматизации учета выполнения студентами лабораторных работ.

3. приложение, позволяющее заполнять и просматривать личную карточку студента.

Приложение, формирующее личную карточку студента (рис. 2). Позволяет получать список студентов, обучающихся в конкретной группе, отображать и редактировать данные о выбранном студенте.

Student card

Специальность: ИиМ
Курс: 4
Подгруппа:

☐ Добавить студента:

Студент: Деревялко Владимир Ильич
Деревцов Андрей Владимирович

Номер зачетной книжки: 59923
Факультет: Физмат
Специальность: ИиМ
Квалификация: учитель информатики и математики
Форма обучения: очная
Личное дело номер: 10
Фамилия: Деревцов
Имя: Андрей
Отчество: Владимирович
Дата рождения (год, месяц, число): 1988-10-05
Адрес прописки: Орел, Комсом., д 123, кв 9
Национальность: русский
Социальный статус:
Что окончил: 1
Год окончания: 2005
Семейное положение: холост
Адрес местожительства: Орел, Комсом., д 123, кв 9
Зачислен в ВУЗ (номер приказа, дата):
Зачислен : по конкурсу без стажа
Трудовая книжка (номер, кем, когда выдана):

Сохранить
Отменить
Добавить
Удалить
Сохранить в файл

Успеваемость:
Семестр: 1

Поощрения, взыскания, перерыв в академической учебе:

Курс	Номер приказа	Дата приказа	Содержание приказа
1	4	2545 2005-09-09	выговор

Наименование дисциплины	Количество часов	Экзамен, зачет или курсовая	Оценка	Дата сдачи
1 Математический анализ	100	экс		4 2005-05-05

Рис. 2. Редактор личной карточки студента

client

	Спец.	Курс	Гр/под.	лек	прак	лаб	конс	зач	экс	Алексеев Алексей Алексеевич
Математический анализ	ПриМат	1/2	1/1	40						
Математический анализ	ПриМат	1/2	1/2	12						
Математический анализ	ПриМат	2/4	1/1	0						
Математический анализ	ПриМат	2/4	1/2	45						
Математический анализ	ПриМат	3/6	1/1	85						
Математический анализ	ПриМат	3/6	1/2	0						
Математический анализ	ИнфЭкон	1/2	1/1	0						85 free: 0
Математический анализ	ПриМат	1/2	1/1		0					Insert
Математический анализ	ПриМат	1/2	1/2		0					
Математический анализ	ПриМат	2/4	1/1		0					
Математический анализ	ПриМат	2/4	1/2		0					
Математический анализ	ПриМат	3/6	1/1		0					
Математический анализ	ПриМат	3/6	1/2		0					
Математический анализ	Математика	1/2	1/1		44					
Математический анализ	Математика	2/4	1/1		0					
Математический анализ	Математика	3/6	1/1		0					
Математический анализ	ИнфЭкон	1/2	1/1		41					
Дифференциальные уравнения	ПриМат	2/4	1/1	43						
Дифференциальные уравнения	ПриМат	2/4	1/2	0						

Save

Рис. 3. Редактор нагрузки преподавателей

Редактор нагрузки преподавателей (рис. 3). Позволяет получить список предметов, которые ведет выбранный преподаватель с указанием количества часов, отведенных на занятие, а также оставшихся не занятыми, с возможностью их последующего распределения.

Редактор расписания (рис. 4). В данном редакторе реализованы нижеследующие проверки и функции.

- 1) *Создание совместных пар* – при выборе одинакового предмета, типа занятия и преподавателя для разных групп в одно и то же время, корпус и аудитория проставляются автоматически без возможности выбора других, при этом проверяется, могут ли эти группы вместе поместиться в выбранную аудиторию. В результате исключается возможность поставить совместную пару нескольким группам в разных аудиториях, а также поставить пару в аудитории с недостаточным количеством мест.
- 2) *Уникальность преподавателя* – при выборе разных занятий для разных групп в одно и тоже время запрещается выбор для них одного и того же преподавателя.
- 3) *Отсутствие пересечения аудиторий* – запрет установки разных занятий различным группам одновременно в одной аудитории.
- 4) *Контроль используемых аудиторий* – включает в себя два аспекта:
 1. выбор аудитории зависит от типа занятия. Например, лабораторные работы можно ставить только в компьютерном центре или в лабораториях физики, и наоборот, лекции в этих аудиториях ставить нельзя;
 2. выбор аудитории зависит от её вместимости. Так, например, запрещено выбирать аудитории, вместимость которых меньше численности группы или групп при совместной паре;
- 5) *Учет недельной нагрузки* – запрет установки более 36 часов в неделю для конкретной группы.
- 6) *Учет дневной нагрузки* – учтено, что дневная нагрузка для группы должна быть не более четырех пар в день, однако, т. к. на практике данное условие не всегда выполняется, эта проверка сделана отключаемой.

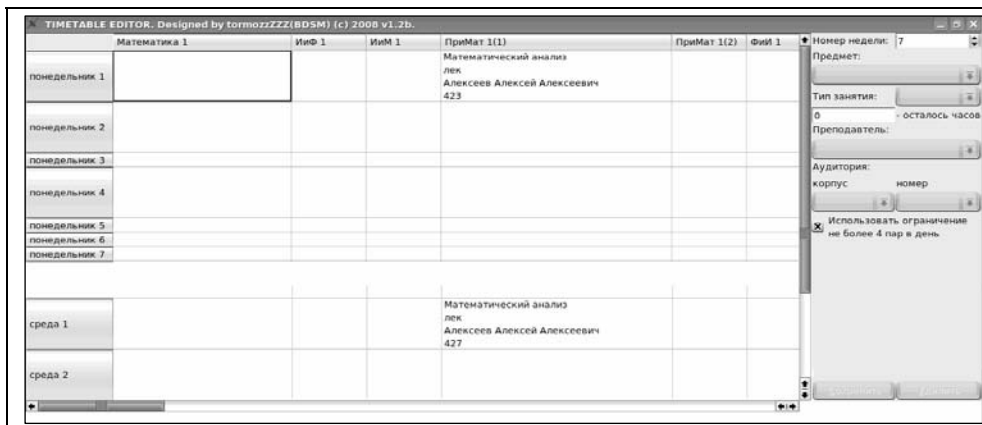


Рис. 4. Редактор расписания

Подводя итоги проделанной работы, можно выделить следующие особенности и преимущества разработанной ИС:

- 1) Расширяемость за счёт применённого модульного подхода.
- 2) Оптимальная схема БД для рассматриваемой конкретной предметной области.
- 3) Учёт всех ограничений предметной области либо на уровне БД (при создании и заполнении таблиц), либо в прикладных программах.
- 4) Единая БД для всех приложений.
- 5) Совместное использование приложений (результат одного приложения используется в работе другого).
- 6) Кроссплатформенность и в перспективе переносимость.
- 7) Простота и удобство использования (интуитивно понятный для пользователя интерфейс).
- 8) Использование свободного программного обеспечения.
- 9) Экономия ресурсов (пространства жёсткого диска, оперативной памяти).

В дальнейшем планируется внести в проект такое понятие, как ленточный график для генерации расписания на его основе. Также в перспективе предусматривается осуществление переноса клиентских приложений на web-интерфейс для удобства использования на разных платформах, перенесение части логики обработки ограничений на уровень сервера БД, создание приложений для редактирования и заполнения самого учебного плана, формирование различных видов сопутствующей документации и ряд других добавлений и улучшений.

Список использованных источников

1. Хомоненко А.Д., Цыганков В.М., Мальцев М.Г. Базы данных. Учебник для ВУЗов. 5-е издание. Под ред. А.Д. Хомоненко. - М-СПб: «БИНОМ-Пресс – КОРОНА принт», 2006.
2. Крёнке Д. Теория и практика построения баз данных. 8-е издание. - М-СПб: «Питер», 2003.
3. Кузнецов С.Д. Основы современных баз данных. Информационно-аналитические материалы Центра Информационных Технологий. IT-портал CITForum.ru. <http://www.citforum.ru/database/osbd/contents.shtml>

RSA-аутентификация

Панина Ю.М.

Научный руководитель – доцент, к.т.н. Нестеренко М.Ю.

Оренбург, Оренбургский государственный университет

Современная криптография является наукой и одновременно искусством защиты информации. Наиболее известные математической общественности результаты криптографии относятся к теории чисел и теории сложности. Менее известно, что теория кодирования так же или даже более необходима для решения широкого круга криптографических задач.

Симметрическое шифрование является наиболее распространенным в современном мире, хотя усилия известных математиков в последние годы по ряду причин почти полностью были направлены на исследования проблем, связанных с асимметрическим шифрованием и открытым распределением ключей.

Асимметрическое шифрование принципиально отличается от симметрического тем, что его алгоритм шифрования, который представляет собой отображение некоторого множества в себя, общеизвестен. Стойкость этого шифрования основывается на том, что нелегитимный пользователь не в состоянии доступными ему средствами вычислить обратное отображение. Вместе с тем вычисление обратного отображения для легитимного пользователя вычислительно доступно из-за того, что он знает некоторый секрет, который был использован при построении прямого отображения. Также для асимметрического шифрования не нужен абсолютно надежный канал для рассылки секретных ключей. Это свойство в некоторых случаях дает преимущество асимметрическим системам шифрования перед традиционным симметрическим.

Идея криптографии с открытым ключом очень тесно связана с идеей односторонних функций, то есть таких функций $f(x)$, что по известному x довольно просто найти значение $f(x)$, тогда как определение x из $f(x)$ сложно в смысле теории.

Но сама односторонняя функция бесполезна в применении: ею можно зашифровать сообщение, но расшифровать нельзя. Поэтому криптография с открытым ключом использует односторонние функции с лазейкой. Лазейка — это некий секрет, который помогает расшифровать. То есть существует такой u , что зная $f(x)$, можно вычислить x .

RSA стал первым алгоритмом такого типа, пригодным и для шифрования, и для цифровой подписи. Алгоритм используется в большом числе криптографических приложений.

Опубликованная в ноябре 1976 года статья Уитфилда Диффи и Мартина Хеллмана «Новые направления в криптографии» перевернула представление о криптографических системах, заложив основы криптографии с открытым ключом. Изучив эту статью, трое ученых Рональд Райвст (Ronald Linn Rivest) Ади Шамир (Adi Shamir) и Леонард Адлеман (Leonard Adleman) из

Массачусетского Технологического Института (MIT) приступили к поискам математической функции, которая бы позволяла реализовать сформулированную Уитфилдом Диффи и Мартином Хеллманом модель криптографической системы с открытым ключом. После работы над более чем 40 возможными вариантами, им удалось найти алгоритм, основанный на различии в том, насколько легко находить большие простые числа и насколько сложно раскладывать на множители произведение двух больших простых чисел, получивший впоследствии название RSA. Система была названа по первым буквам фамилий её создателей.

В основу криптографической системы с открытым ключом RSA положена задача умножения и разложения простых чисел на множители, которая является вычислительно однонаправленной задачей. В криптографической системе с открытым ключом каждый участник располагает как открытым ключом (public key), так и секретным ключом (secret key). Каждый ключ - это часть информации. В криптографической системе RSA каждый ключ состоит из пары целых чисел. Каждый участник создаёт свой открытый и секретный ключ самостоятельно. Секретный ключ каждый из них держит в секрете, а открытые ключи можно сообщать кому угодно или даже публиковать их. Открытый и секретный ключи каждого участника обмена сообщениями образуют «согласованную пару» в том смысле, что они являются взаимно обратными.

Система RSA используется для защиты программного обеспечения и в схемах цифровой подписи.

Также она используется в открытой системе шифрования PGP и иных системах шифрования (к примеру, DarkCryptTC и формат xdc) в сочетании с симметричными алгоритмами.

Поскольку генерация ключей происходит значительно реже операций, реализующих шифрование, расшифрование, а также создание и проверку цифровой подписи, задача вычисления $a = b^e \bmod n$ представляет основную вычислительную сложность. Эта задача может быть разрешена с помощью алгоритма быстрого возведения в степень. Таким образом, для вычисления $M^e \bmod n$ требуется $O(\ln e)$ операций умножения по модулю.

Чтобы проанализировать время выполнения операций с открытым и секретным ключами, предположим, что открытый ключ (e, n) и секретный ключ (d, n) удовлетворяют соотношениям $\log_2 e = O(1)$, $\log_2 d \leq \beta$. Тогда в процессах их применения выполняются соответственно $O(1)$ и $O(\beta)$ умножений по модулю.

Таким образом, время выполнения операций растёт с увеличением количества ненулевых битов в двоичном представлении открытой экспоненты e . Чтобы увеличить скорость шифрования, значение e часто выбирают равным 17, 257 или 65537 — простым числам, двоичное представление которых содержит лишь две единицы: $17 = 0x11$, $257 = 0x101$, $65537 = 0x10001$ (простые числа Ферма).

По эвристическим оценкам длина секретной экспоненты d , нетривиальным образом зависящей от открытой экспоненты e и модуля n , с большой вероятностью близка к длине n . Поэтому расшифрование данных идёт медленнее, чем шифрование.

Из-за низкой скорости шифрования (около 30 кбит/с при 512-битном ключе на процессоре 2 ГГц), сообщения обычно шифруют с помощью более производительных симметричных алгоритмов со случайным ключом (сеансовый ключ), а с помощью RSA шифруют лишь этот ключ. Такой механизм имеет потенциальные уязвимости ввиду необходимости использовать криптостойкий генератор случайных чисел для формирования случайного сеансового ключа симметричного шифрования и эффективно противостоящий атакам симметричный криптоалгоритм (в данное время широкое применение находят AES, IDEA, Serpent, Twofish).

Список использованных источников

1. Баричев С.Г, Серов Р.Е. Основы современной криптографии. - М.: Горячая линия - Телеком, 2002.
2. Ященко В.В. введение в криптографию. – М.: МЦНМО, 2000.
3. <http://www.intuit.ru/departement/security/netsec/12/6.html> - Алгоритм RSA
4. <http://ru.wikipedia.org/wiki/Rsa> - RSA

Автоматизация разработки технической документации с применением xml технологии

Синицин Н.С.

Научный руководитель – старший преподаватель, к.т.н. Полищук Ю.В.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Документ представляет собой «снимок» данных, фиксирующий их состояние в какой-то момент времени. Управление документами - это процесс отслеживания такой информации, обеспечивающий, например, наличие только одной оригинальной копии документа и хранение архивных копий всех его прежних версий в порядке их появления. Управление документами в системе документооборота делится на две большие задачи [1]. Первая связана с движением документа в системе. А вторая – с работой над самим документом. Рассмотрим подробнее вторую задачу на примере разработки технической документации.

Разработка технической документации предполагает подготовку целого ряда концептуальных, отчетных, проектных, рабочих, эксплуатационных и организационно-распорядительных документов согласно требованиям ГОСТов и нормативно-технических документов (НТД) [2,3].

Разработка и поддержание технической документации в актуальном состоянии вызывают множество проблем, связанных, как правило, с

необходимостью многократного внесения корректировок в документацию, состоящую из множества отдельных файлов. Ручная корректировка большого числа документов является трудоемкой и часто приводит к появлению неточностей и ошибок в документации. Задача усложняется тем, что формирование и модификацию документации осуществляет, как правило, группа сотрудников. Решение этих проблем обеспечит система автоматизации разработки технической документации.

Применение этой системы позволит:

- повысить качество технической документации;
- сократить сроки ее разработки;
- снизить трудоемкость поддержания комплекта документов в актуальном состоянии.

Техническая документация - это комплекс взаимосвязанных документов, в котором полностью описаны все решения по созданию и функционированию системы, а также документов, подтверждающих соответствие системы требованиям технического задания и готовность ее к эксплуатации.

В качестве основного формата хранения документов целесообразно использовать XML-документы, подготовленные в среде MS Office[4].

Рассмотрим подробнее процесс валидации XML-документов, представленный в виде схемы на рисунке 1.

Из анализа схемы валидации можно сделать вывод, что использование схемы (модели документа) обеспечивает контроль корректности вводимых данных в XML-документ. Документ сохранится без выдачи сообщения об ошибке только при полном соответствии модели документа. Для документов разрабатываются модели. Разработка модели документа осуществляется на основе требований ГОСТов и НТД. Такой подход позволит определить структуру документа до его формирования.

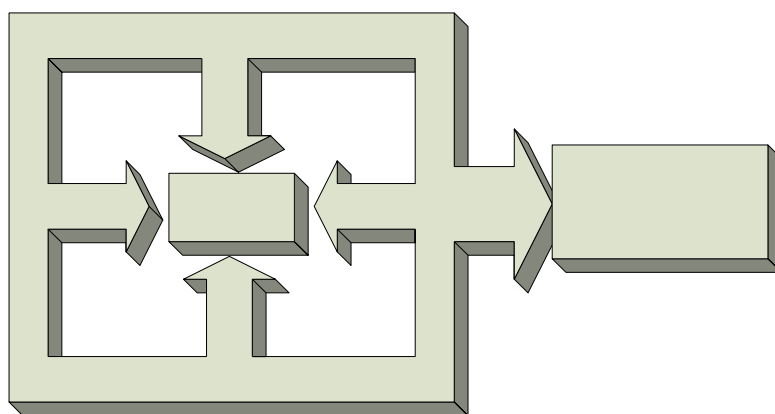


Рисунок 1 – Схема валидации XML-документа

Рассмотрим применение методики интерпретации документов на примере обработки каталога документов автоматизированного рабочего места (АРМ). Прежде всего, необходимо разработать модель документа АРМ. В модели документа будет определяться, какие данные и в каком формате, в какой

[illegible]

Элемент «Root» состоит из следующих атрибутов: title – титульный лист проекта; chiefs – начальники организации; list_of_executors – список исполнителей; contents – содержание проекта; abbr_list – список используемых сокращений; user_guide – состав комплекта руководств пользователей; apointment – назначение АРМ; conditions – условия функционирования АРМ; interface – интерфейс взаимодействия с АРМ.

Элемент «Титульный лист» формируется из атрибутов: организации - разработчик; название проекта; название документа; тип документа; полный шифр проекта (шифр проекта и шифр документа); место и год создания документа.

Элемент «Руководство» формируется из атрибутов: главный инженер института; главный инженер проекта; начальник отдела.

Элемент «Список исполнителей» документа представляет собой информацию о сотрудниках, принимавших участие в создании документа. Для каждого исполнителя выделяется его ФИО и занимаемая им должность.

Элемент «Условия функционирования АРМ» формируется из атрибутов: условия эксплуатации АРМ оператора; минимальные системные требования, которых может быть множество и каждое из них имеет имя технического средства и характеристику; рекомендуемые системные требования, которых может быть множество и каждое из них имеет имя технического средства и характеристику; список программного обеспечения.

Документация формируется на основании заранее разработанных моделей документов. Подготовленный таким образом каталог документов позволяет решать ряд различных задач. Рассмотрим некоторые из них. В элементе «Титульный лист» присутствует «Место и год создания документа», что позволяет извлекать статистику по количеству выполненных работ за необходимый год или период. Использование элемента «Список исполнителей» позволяет мгновенно получать список исполнителей по интересующему проекту или группе документов. Кроме того, использование этой модели позволяет вычислить степень участия конкретного исполнителя в проекте, а также оценить человеческие ресурсы, необходимые для аналогичных проектов и документов.

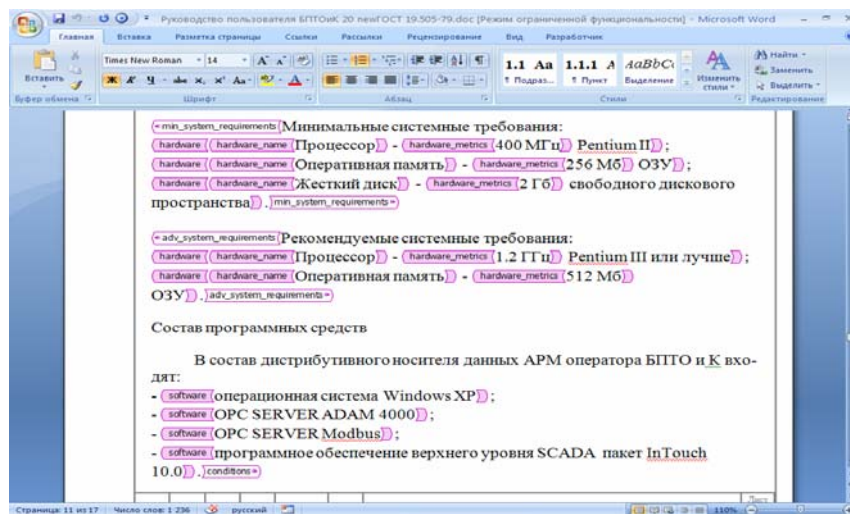


Рисунок 3 – Документ MS Word 2007, размеченный тегами схемы

Результатом формирования документа по модели будет структурированный документ, с выделенными элементами информационного наполнения (рисунок 3).

Особенностью технической документации является то, что практически каждый отдельно взятый документ включает в себя идентичные фрагменты, содержащиеся в других документах, то есть документация характеризуется связями на уровне структурных единиц – разделов, пунктов и пунктов отдельно взятых документов.

Таким образом, в качестве основы системы разработки технической документации должна быть использована концепция единого источника [5]. Концепция единого источника предполагает размещение всей документации в едином централизованном хранилище. Схематическое представление концепции единого источника представлено на рисунке 4.

В качестве хранилища данных может быть использованы современные версии СУБД Oracle, DB2, MS SQL и т.д.

Рассмотрим процесс формирования документа подробнее. Пользователь передает запрос на получение документа. Система находит необходимый документ, анализирует его модель и производит обновление элементов информационного наполнения документа. Затем документ предоставляется пользователю в электронном виде. При необходимости пользователь производит корректировку документа и выводит документ на печать.

Модифицированный документ сохраняется в системе, так как измененные в нем элементы информационного наполнения могут быть использованы для формирования других документов.

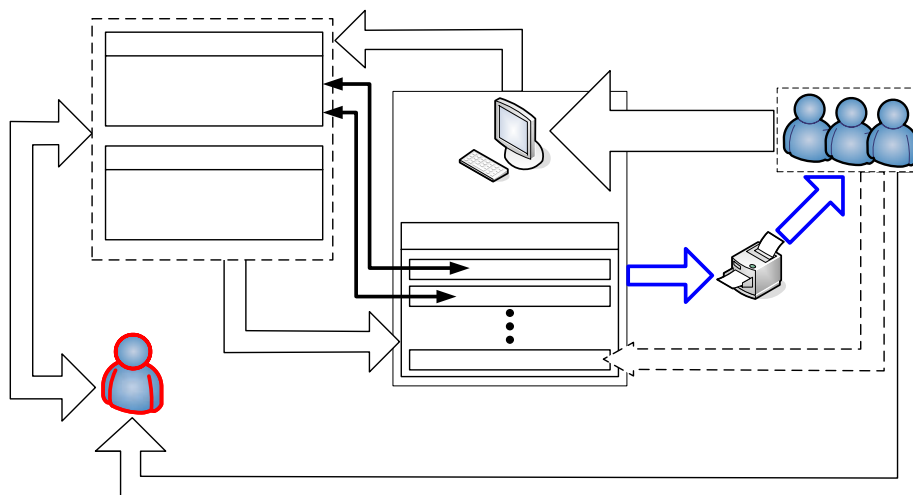


Рисунок 4 – Схематичное представление концепции Single Source

При добавлении новых документов в систему для них помимо разработки модели необходимо определить связи с другими документами, необходимыми для обновления информационных элементов этих документов.

Связи между документами определяют документы-доноры, из которых осуществляется обновление элементов информационного наполнения.

Предложенная система будет являться эффективным инструментом разработки и сопровождения технической документации. Развитие этой системы позволит перейти к автоматическому формированию документов по предлагаемой модели документа. В этом случае разрабатывается модель требуемого документа, которая передается автоматизированной системе, в которой происходит наполнение модели элементами информационного наполнения и на выходе из системы получается готовый актуальный документ.

Список использованных источников

1. Арлазаров В.Л., Соловьёв Д.В. Документ как система представлений// «Управление информационными потоками» - Сборник трудов ИСА РАН, 2002.
2. Проектирование систем автоматизации технологических процессов: Справочное пособие / А.С. Ключев, Б.В. Глазов, А.Х. Дубровский, А.А. Ключев; Под ред. А.С. Ключева. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 464 с.: ил.
3. Федоров Ю.Н. Основы построения АСУТП взрывоопасных производств. В 2-х томах. Т.2 «Проектирование». – М.: СИНТЕГ, 2006. – 632 с., ил.
4. XML Schema Part 1: Structures (Second Edition) W3C Recommendation 28 October 2004. <http://www.w3.org/TR/xmlschema-1/>
5. www.author-it.com

Подходы к повышению эффективности работы межсетевых экранов

Хахалкина М. А.

Научный руководитель – доцент, к. т. н. Нестеренко М. Ю.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Основная масса пользователей ограничиваются антивирусными программами, защищая свою информацию. Использование только антивируса не гарантирует защиту от большинства угроз исходящих из сети Интернет.

На современном этапе развития компьютерных технологий, можно выделить следующий перечень угроз информационной безопасности:

1 «переполнение буфера» - заключается в том, что в каком-либо месте программы происходит копирование данных из одного участка памяти в другой без проверки того, достаточно ли для них места там, куда их копируют. Таким образом, если данных слишком много, то часть их попадает за границы буфера - происходит "переполнение буфера".

2 сканирование портов – заключается в том, злоумышленник «позванивает» каждый из них. Если он найдет доступный порт (например, порт FTP-протокола), то он получает доступ к ПК, а значит и к документам, хранящимся на нем.

Для корпоративной сети, помимо угроз из сети Internet, существуют и угрозы из корпоративных интрасетей. Это связано с возможностью перехвата информации по сети.

Существуют угрозы, возникающие в системе в зависимости от выбранной модели управления доступом: возникновение z-систем, реализация механизма «Троянского коня».

От угроз, возникающих в зависимости от системы управления доступом можно защититься, используя комбинации основных моделей управления доступом.

Для защиты от первых трех угроз можно защититься с помощью межсетевого экрана (firewall)(МЭ) - это устройство контроля доступа в сеть, предназначенное для блокировки всего трафика, за исключением разрешенных данных.

Чаще всего при реализации механизма защиты в межсетевых экранах используют дискреционную модель управления доступом.

Перейдем к рассмотрению межсетевых экранов исходя из принципа организации модели управления доступом.

Так как основной идеей создания дискреционной системы управления доступом является представление информации в виде некоторого декартового произведения множеств, при этом субъекты, объекты и матрица доступа это множества.

Анализируя дискреционную модель[1], очевидно, что проблема безопасности не разрешима в общем случае и эффективна только для монооперационных систем.

Чтобы исключить угрозу реализации механизма Троянского коня, возможно использование мандатной модели управления доступом. В межсетевых экранах данная модель используется только в крупных клиент-серверных архитектурах. Таким образом, каждому субъекту ставится в соответствии уровень безопасности, для предотвращения утечки информации.

Уровень безопасности объекта характеризует важность этого объекта и возможный ущерб при раскрытии информации.

Уровень безопасности субъекта определяется уровнем доверия к нему.

Исходя из описания модели, необходимо учитывать правила доступа: на чтение NRU и на запись NWD[1].

В данной модели управления доступом существует проблема z-систем: переход системы из состояния в состояние должен гарантировать не только безопасность последних состояний, но и безопасный способ их достижения.

Следовательно, данная модель не гарантирует полной защиты информации.

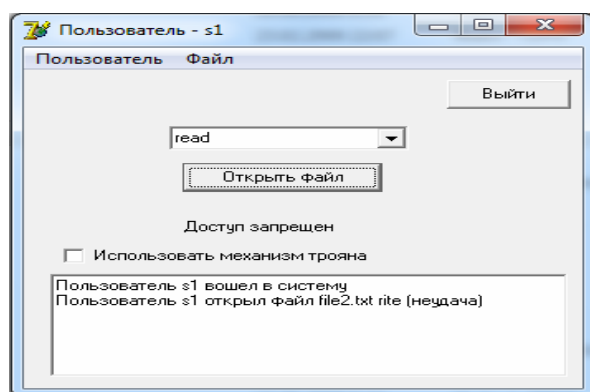
Каждая из описанных моделей не лишена недостатков. Чтобы наглядно продемонстрировать все возможные негативные моменты и изучить преимущества одной модели над другой, разработана программа «Монитор безопасности», цель которой заключается в том, что по описанной на некотором формальном языке модели проверяется надежность системы управления доступом.

Перейдем к исследованию моделей управления доступом с помощью «Монитора безопасности».

Дискреционную модель на формальном языке можно представить следующим образом:

```
// количество субъектов, объектов и видов доступа
3 3 3
//секция субъектов
(имя субъекта, пароль, права на чтение и запись, права на создание новых
субъектов и объектов, удаление субъектов и объектов)
admin*admin 333_1111
s1*123 412_0000
s2*234 221_0000
//секция объектов (имена объектов)
file1.txt
file2.txt
file3.txt
//секция правил доступа
read if access(thisO)=1
write if access(thisO)=1
exe if access(thisO)=1
```

Результат обработки программой данной модели представлен на рисунке 1.



(1)

Рисунок 1 –результат работы программы на примере пользователя S1

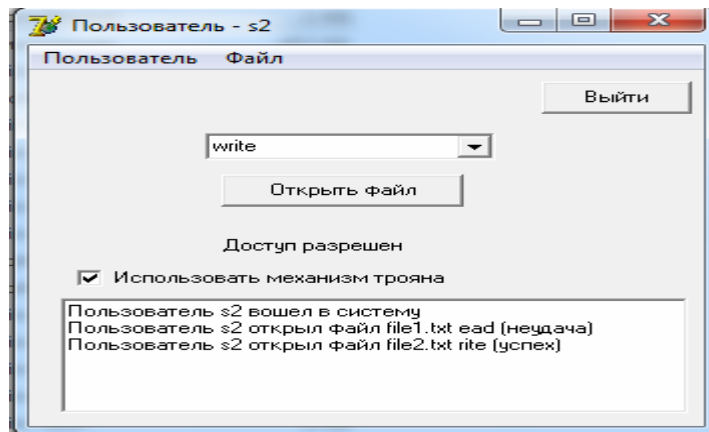
Как уже было упомянуто выше, в этой модели есть достаточно весомый недостаток – механизм «Троянского коня»[1].

Чтобы продемонстрировать этот механизм, необходимо в одно из правил внедрить вредоносную процедуру по передачи прав доступа, а именно:

```
//секция правил доступа
read if ((access(thisO)=1) && ( get_S_Attr()))
write if access(thisO)=1
exe if access(thisO)=1
```

где процедура (get_S_Attr()) содержит вредоносный код, добавляющий право доступа.

Результат обработки программой измененной модели представлен на рисунке 2.



(2)

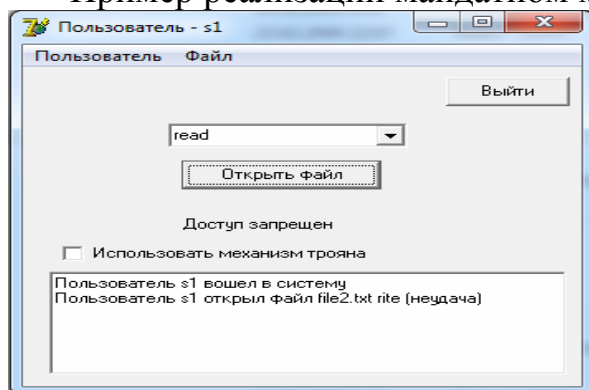
Рисунок 2- реализация механизма «Троянского коня»

Перейдем к исследованию с помощью «Монитора безопасности» мандатной модели управления доступом.

На формальном языке описание мандатной модели будет выглядеть следующим образом:

```
// количество субъектов, объектов и уровней секретности
3 3 3
//секция субъектов
(имя субъекта, пароль, уровень секретности)
admin*admin_1
s1*123_0
//секция объектов (имена объектов, уровень секретности)
file1.txt_1
file2.txt_0
//секция правил доступа
read if access(SecLevel S[this s]>= SecLevel O[this o])
write if access(SecLevel S[this s]<= SecLevel O[this o])
```

Пример реализации мандатной модели приведен на рисунке 3.



(3)

Рисунок 3- реализация мандатной модели

Для демонстрации ситуации возникновения z-системы, необходимо добавить в секцию правил две дополнительные процедуры: `make_sacret()` (повышает уровень секретности субъекта при чтении) и `make_non_secret()` (понижает уровень секретности).

Тогда правила изменятся следующим образом:

```
read if access(this s==2 & this o==2)
{make_sacret();
}
write if access(this s==2 & this o==1)
{make_non_secret();
}
```

В связи с выявленными недостатками, невозможно использование одной из двух моделей. Задача состоит в том, чтобы объединить эти модели, исключив недостатки.

В результате система управления доступом может быть представлена в форме распределенной структуры, состоящей из следующих элементов:

1) подсистема № 1 анализа и классификации сетевых ресурсов - предназначена для мониторинга сетевых ресурсов и назначения семантической метки объектам доступа;

2) подсистема № 2 контроля доступа - состоит из межсетевых экранов и предназначена для контроля доступа к объектам публичной сети на основании реализованной политики безопасности, основанной на семантических категориях;

3) подсистема № 3 управления политиками безопасности - предназначена для генерации и загрузки наборов правил фильтрации в МЭ и обработки журналов регистрации и статистики МЭ



Рисунок 4- Структура системы семантического управления доступом к сетевым ресурсам

Для такой системы управления доступом базовые требования к межсетевым экранам могут быть сформулированы следующим образом:

1) МЭ должны обеспечивать контроль доступа на прикладном уровне эталонной модели взаимодействия, как минимум, по унифицированному локатору ресурсов (URL) протокола HTTP;

2) для МЭ должны выполняться условия скрытности [2] - прозрачность и невозможность локализации.

3) для повышения производительности МЭ должны обеспечивать возможность агрегирования правил безопасности по некоторым выбранным критериям. Вследствие значительного количества сетевых ресурсов публичной сети обязательным условием сохранения приемлемого быстродействия системы является возможность сокращения количества правил фильтрации МЭ путем их частичного поглощения.

Итак, рассмотрен подход к повышению эффективности работы межсетевых экранов путем построения системы семантического управления доступом к сетевым ресурсам, а также требования к функциональным свойствам и особенностям элементов такой системы.

Главной особенностью изложенного подхода к построению системы семантического управления доступом является распределенный контроль выполнения политики безопасности с использованием МЭ, в которых реализован механизм контроля ТСП-сессий. Перспективным направлением развития данного подхода, повышающим производительность и эффективность работы МЭ, является использование механизмов оптимизации алгоритмов обработки и агрегации правил фильтрации, существенно использующих особенности реализации прикладных протоколов доступа к сетевым ресурсам.

Список использованных источников

1. Девянин П. Н. Модели безопасности компьютерных систем: Учеб. пособие для студ. высш. учеб.заведений.-М.:Издательский центр «Академия»,2005. -144с ISBN 5-7695-2053-1

2. Силиненко А. В. Модели и методы скрытной контентной фильтрации прикладных протоколов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2007. № 4. С. 117-121.

Раздел 3. История математики и методические аспекты преподавания математики

О методическом наследии профессора Федора Федоровича Нагибина

Куимова Е. С., Тебенькова С. В.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Варанкина В. И.
Киров, Вятский государственный гуманитарный университет

В 2009 году исполнилось бы 100 лет талантливому педагогу-математику, известному советскому методисту, профессору Федору Федоровичу Нагибину.

Федор Федорович родился 1 марта 1909 года в деревне Корпухино Великоустюгского района Вологодской области. После окончания Великоустюгского педагогического техникума с 18 лет работал учителем начальных классов села Папулово Лальского района (ныне – Кировской области), затем преподавал математику в семилетней школе. В 1930 году Федор Нагибин стал студентом физико-математического отделения Вятского педагогического института им. В. И. Ленина. На фотографии 1933 года его можно видеть среди первого выпуска «чистых» учителей математики Вятского пединститута. Вся дальнейшая педагогическая и научная деятельность Ф. Ф. Нагибина связана с этим вузом, позднее Кировским государственным педагогическим институтом им. В. И. Ленина. Сейчас это Вятский государственный гуманитарный университет (ВятГУ).

В 1938 году Ф. Ф. Нагибин закончил аспирантуру по методике преподавания математики и математическому анализу при научно-исследовательском институте школ Наркомпроса в МГПИ им. В. И. Ленина. 16 сентября 1939 года там же состоялась защита диссертации Ф. Ф. Нагибина «Вопросы изучения функций в курсе математики средней школы» на степень кандидата педагогических наук. В 1941 году ВАК утвердила его в звании доцента. В 1941 году Ф. Ф. Нагибин был назначен деканом физико-математического факультета, а 3 декабря 1943 года – директором Кировского пединститута. В 1947 году Федор Федорович был избран заведующим вновь созданной кафедры математического анализа и методики преподавания математики, которую возглавлял по июнь 1969 года. Сам он читал курсы математического анализа, теории функций действительного переменного, теории аналитических функций, истории математики, методики преподавания математики.

С 1953 года Ф. Ф. Нагибин руководил аспирантурой по методике преподавания математики. В 1968 году по совокупности научных работ ВАК присваивает Федору Федоровичу ученое звание профессора по кафедре математического анализа и методики преподавания математики. Такие качества, как трудолюбие, стремление к самообразованию, собственному развитию, информационный поиск, позволили Федору Федоровичу стать

автором 29 учебников, учебных пособий, задачников и книг для учителей, 3 книг для учащихся, 34 статей в центральных изданиях. За свой многолетний, поистине титанический, труд Федор Федорович Нагибин награжден орденом «Знак Почета», медалью «За доблестный труд в Великой Отечественной войне 1941 – 1945 гг.», юбилейной Ленинской Медалью, значком «Отличник народного просвещения РСФСР», грамотой Президиума Верховного Совета РСФСР, другими многочисленными знаками, грамотами и т.д.

В методическом кабинете физико-математического факультета ВятГГУ в трех больших коробках находится архив Федора Федоровича. Самой известной книгой Ф. Ф. Нагибина является «Математическая шкатулка» (соавтор – Е. С. Канин). Она выдержала 5 изданий на русском языке, а также издавалась на татарском, киргизском, молдавском, украинском, японском и китайском языках. Общий тираж составляет более 2 млн. экземпляров. Выбранное название этой книги, видимо, не случайно. Способ хранения записей профессора напоминает шкатулку: записи разложены ровно, аккуратно в коробочки или в папки. А в шкатулках с давних пор людьми принято хранить все самое дорогое! Для Федора Федоровича самым дорогим была великая наука математика и методика ее преподавания. За всю свою творческую жизнь Нагибин собрал и разместил в отдельные папки собственные рукописные тексты, а также статьи, заметки, задачи, газетные вырезки и др. Федор Федорович писал мелким почерком, в основном карандашом на маленьких листках бумаги, иногда на листах отрывного календаря, но все записи выполнены очень аккуратно, все чертежи точны и понятны при чтении.

Федор Федорович собирал различные познавательные научные статьи (в виде вырезок из газет, журналов или переписанных вручную). Нагибина интересовало все: интересные задачи для школьников, головоломки, софизмы, логические задачи, геометрические задачи, комбинаторные задачи, старинные задачи (например, Задача Бхаскара XII века), проблемы задач, межпредметные связи (например, профессор сохранил материалы статей о связи математики и физики, математики и философии, математики и диалектики, математики и языкознания, математики и ботаники), – все это необходимо для глубокого и всестороннего развития молодых людей. Так как Ф. Ф. Нагибин работал на физико-математическом факультете, то, конечно, собирал информацию и из области физики, даже есть записи из области машиностроения.

Занимаясь серьезной научной деятельностью, профессор собрал в свою «копилку» геометрические задачи на различные типы преобразований плоскости, на построение геометрических экстремумов, на ГМТ, на восстановление фигур, на доказательство, на трапецию, на «заметание» площадей, на построение с помощью двусторонней линейки, на вычисление, отдельное место отдано теоретико-множественному подходу к вопросам геометрии и еще многое и многое другое. Огромное количество задач и теоретического материала унаследовали современные студенты из опыта преподавания Ф. Ф. Нагибиным математического анализа (интегральное исчисление, теория рядов, теория множеств, дифференциальное исчисление),

алгебры классов вычетов, истории математики, методики преподавания математики.

Целью нашей научно-исследовательской работы является изучение творческого наследия Ф. Ф. Нагибина. Нами составлена опись сохранившихся материалов, а также начата работа по расшифровке рукописей. Эта работа достаточно трудна. Трудности вызваны несколькими причинами: Ф.Ф. Нагибин писал очень мелким почерком (высота бук не больше 1-2 мм), все записи выполнены карандашом и за долгие годы хранения поблекли.

Поскольку в настоящее время вопросы преподавания комбинаторики и теории вероятностей являются актуальными, к тому же и интересными для нас, то первой для расшифровки была выбрана именно эта тема.

Профессор ВятГГУ Евгений Степанович. Канин является учеником Ф. Ф. Нагибина и соавтором книги «Математическая шкатулка». Он называет 84 работы Ф.Ф. Нагибина, изданных прижизненно, разделяя их по четырем направлениям (после смерти Ф.Ф. Нагибина в 1976 г. его ученики опубликовали еще 12 работ) [1]:

- 1) исследования по методике алгебры, начал математического анализа;
- 2) исследования по методике геометрии;
- 3) обучение решению математических задач;
- 4) развитие математического мышления и творчества учащихся.

Из разговора с Е. С. Каниным и просмотра списков трудов Ф. Ф. Нагибина нами установлено, что ни в одной из опубликованных работ Ф. Ф. Нагибина тема «Элементы комбинаторики и теории вероятностей» не освещена. Однако исследование архива показало, что он размышлял над изложением основных тем этого раздела математики. Нами обнаружены и расшифрованы оставленные им записи теоретического материала (21 листочек размера 8×20 см, один листочек 14×21 см) и подборки задач.

Изложение теоретического материала имеет общий заголовок «Сколько? Какие? (Комбинаторные задачи)». Эпиграфом взяты слова Н. Я. Виленкина: «Комбинаторика – область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов». Текст содержат следующие разделы.

1. Выборки. Перестановки.
2. Число перестановок.
3. Правила умножения и сложения:
4. ???⁵-перестановки.
5. Сочетания.
6. Сочетания с повторениями
7. Бином Ньютона.
8. Числа Фибоначчи.
9. Первое знакомство с вероятностью.

К данному теоретическому материалу есть подборка задач, общее количество которых более ста. Практически ко всем задачам приведены ответы,

⁵ Слово не удалось расшифровать. Речь идет о перестановках с повторениями.

для некоторых есть дополнительные пояснения. И ответы и пояснения написаны после соответствующих задач в квадратных скобках, эта особенность сохраняется на всех рукописных листочках. Для задач ведется своя нумерация. Когда возникали сомнения, в каком порядке должны идти задачи, слева от задачи рисовался кружочек, в который позднее ставился номер задачи. Хочется отметить рисунки, которые Федор Федорович делал к задачам. Они везде выполнены четко, понятно и очень аккуратно.

Вначале нами предполагалось, что обнаруженные листочки являются конспектами лекций Ф. Ф. Нагибина по теме «Комбинаторика». Насколько нам известно, Ф. Ф. Нагибин читал лекции, пользуясь лишь небольшими бумажками-подсказками. Однако содержание и характер записей позволяют высказать другую версию их назначения. Вверху первого листочка рукописи карандашом написано: «Глава 2». Изложение начинается с объяснения важности комбинаторики, а далее идут слова: «Все только что сказанное объясняет, почему мы вкладываем в нашу “Шкатулку” комбинаторные задачи». В записях часто встречаются риторические вопросы, советы, задания для самостоятельного выполнения, обращения к читателю. Например, «...ознакомление с этими приемами оставит заметный след в математическом развитии читателя». Такой же стиль написания используется в «Математической шкатулке». Однако в книге «Математическая шкатулка» за 1958, 1964, 1984, 2006 [2] годы нет подобных разделов. Задачи комбинаторного характера в этих изданиях встречаются, но они не выделены отдельной темой.

Таким образом, можно сделать вывод, что обнаруженные записи профессора Ф. Ф. Нагибина были им сделаны, скорее всего, для книги «Математическая шкатулка». Но по каким-то причинам этот материал в книгу не вошел и нигде не был опубликован. Очевидно, найденные рукописи представляют большую ценность для специалистов, а также они будут интересны всем тем, кто с удовольствием читал «Математическую шкатулку».

Список использованных источников

1. Канин, Е. С. Научно-методические труды профессора Ф. Ф. Нагибина // Вятская земля в прошлом и настоящем. – Киров, 1989.
2. Канин Е. С., Нагибин Ф. Ф. Математическая шкатулка. – М.: Дрофа, 2006.

Золотое сечение в современном мире

Салихов Н.Х.

Научный руководитель — доцент, к.ф.—м.н. Зубова И.К.
Оренбург, Оренбургский государственный университет

Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежит сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому.

Принцип золотого сечения – высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и его частей в искусстве, науке, технике и природе.

В математике пропорцией (лат. *proportio*) называют равенство двух отношений: $a : b = c : d$.

Отрезок прямой AB можно разделить на две части следующими способами:

- на две равные части – $AB : AC = AB : BC$;
- на две неравные части в любом отношении (такие части пропорции не образуют);
- таким образом, когда $AB : AC = AC : BC$.

Последнее и есть золотое деление или деление отрезка в крайнем и среднем отношении.

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший к их сумме.

История золотого сечения.

Принято считать, что понятие о золотом делении ввел в научный обиход Пифагор (570—490 гг. до н. э.). Есть предположение, что Пифагор свое знание золотого деления позаимствовал у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании. В дошедшей до нас античной литературе золотое деление впервые упоминается в «Началах» Евклида.

В средневековой Европе с золотым делением познакомились по арабским переводам «Начал» Евклида. Секреты золотого деления ревностно оберегались, хранились в строгой тайне. Они были известны только посвященным.

В эпоху Возрождения усиливается интерес к золотому делению среди ученых и художников в связи с его применением как в геометрии, так и в искусстве, особенно в архитектуре. Главный вклад в развитие золотого сечения вносят великие ученые Ренессанса — Леонардо Да Винчи (1452—1519 гг.) и Лука Пачоли (1445—1517 гг.). В 1509 г. в Венеции была издана книга Луки Пачоли «Божественная пропорция» с блестяще выполненными иллюстрациями, ввиду чего полагают, что их сделал Леонардо да Винчи. И именно Леонардо Да Винчи дал этому отношению название "золотое сечение".

Свойства золотого сечения.

С историей золотого сечения косвенным образом связано имя итальянского математика Леонардо из Пизы, более известного под именем Фибоначчи (сын Боначчи) (1170—1250 гг.). Ряд чисел 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 и т.д. известен как ряд Фибоначчи. Особенность последовательности чисел состоит в том, что каждый ее член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих $2 + 3 = 5$; $3 + 5 = 8$; $5 + 8 = 13$, $8 + 13 = 21$; $13 + 21 = 34$ и т.д., а отношение смежных чисел ряда приближается к отношению золотого деления.

Природа распорядилась таким образом, что золотое сечение также встречается в ее формообразовании — у растений, животных и даже в человеке. Также закономерности «золотой» симметрии проявляются в энергетических переходах элементарных частиц, в строении некоторых химических соединений, в планетарных и космических системах, в генных структурах живых организмов.

Золотое сечение в современном мире.

Отношение золотого сечения также нашло применение и в web-дизайне. Принципы построения гармоничной страницы заключаются в особом расположении блоков сайта, при котором информация воспринимается связано и понятно.

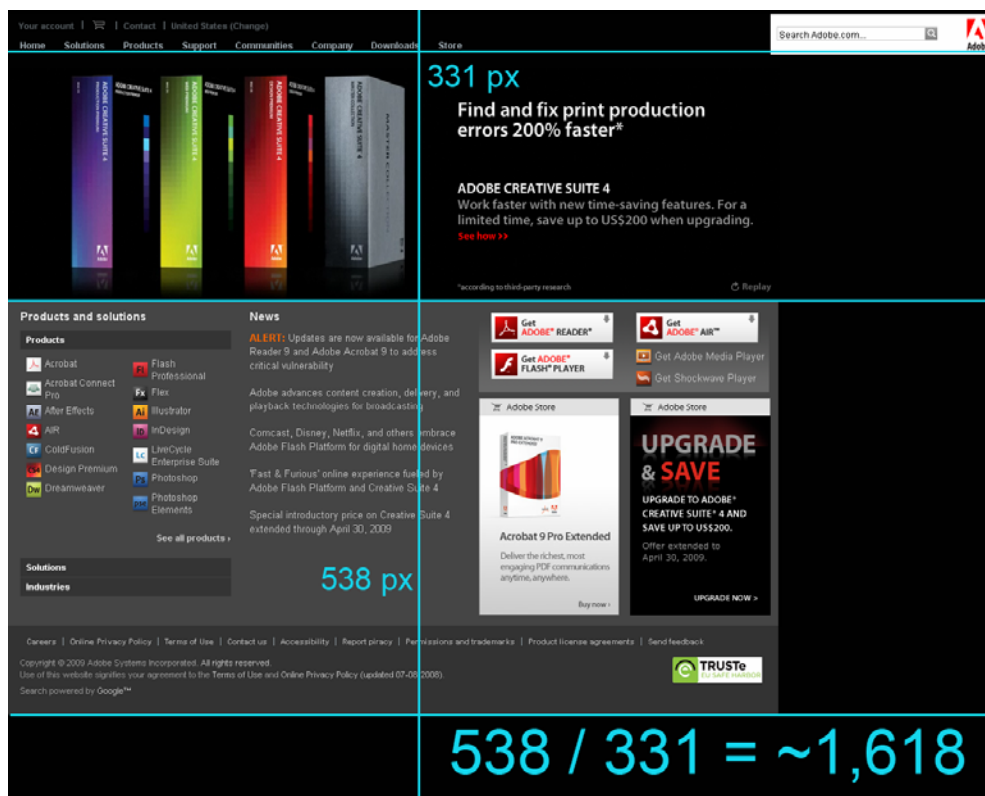


Рисунок 1 – Сайт компании Adobe

Также, существует и упрощенное правило золотого сечения — этот принцип построения называется Правилем Третьей. Оно используется в основном фотографами.

При написании данной работы мы столкнулись с множеством статей с примерами, в которых авторы якобы использовали золотое сечение. Чтобы доказать читателям, что чаще всего отношение золотого сечения проявляется случайно, авторы данной статьи решили найти «божественные» пропорции в главных символах ОГУ — в логотипе университета, а также в здании научной библиотеки ОГУ.

На рисунке 1 представлен сайт компании Adobe®, которая занимается производством программного обеспечения для дизайнеров. Высота блоков страницы подобрана не случайно — их размеры соотносятся в отношении золотого сечения.

На рисунке 2 представлен сайт компании Билайн®, которая предоставляет услуги в сфере сотовой связи. После изучения расположения элементов страницы видно, что в основе структуры сайта лежит правило третьей. Ключевые элементы страницы находятся на пересечении линий — пользователь заостряет свое внимание именно в этих местах.



Рисунок 2 – Сайт компании Билайн

При детальном исследовании логотипа (рисунок 3) ОГУ с помощью циркуля и линейки была выявлена точка, которая находится на пересечении линий, соединяющих элементы логотипа. Именно в этой точке логотип будет делиться в отношении золотого сечения. При аналогичном изучении чертежа научной библиотеки ОГУ (рисунок 4) было выяснено, что высота библиотеки без надстройки относится к высоте всего здания в отношении золотого сечения.

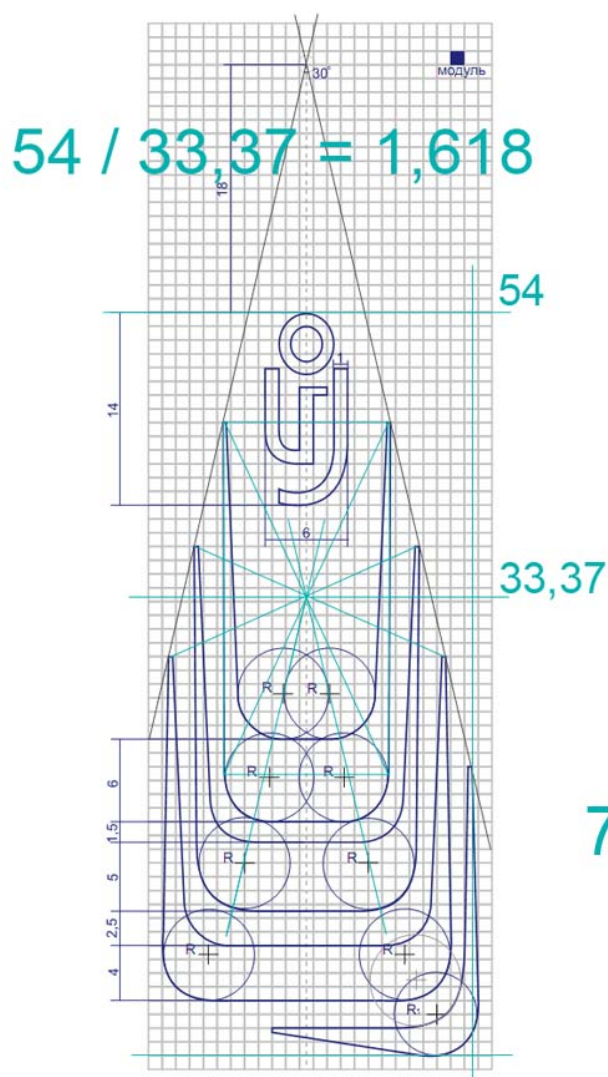


Рисунок 3 – Логотип ОГУ

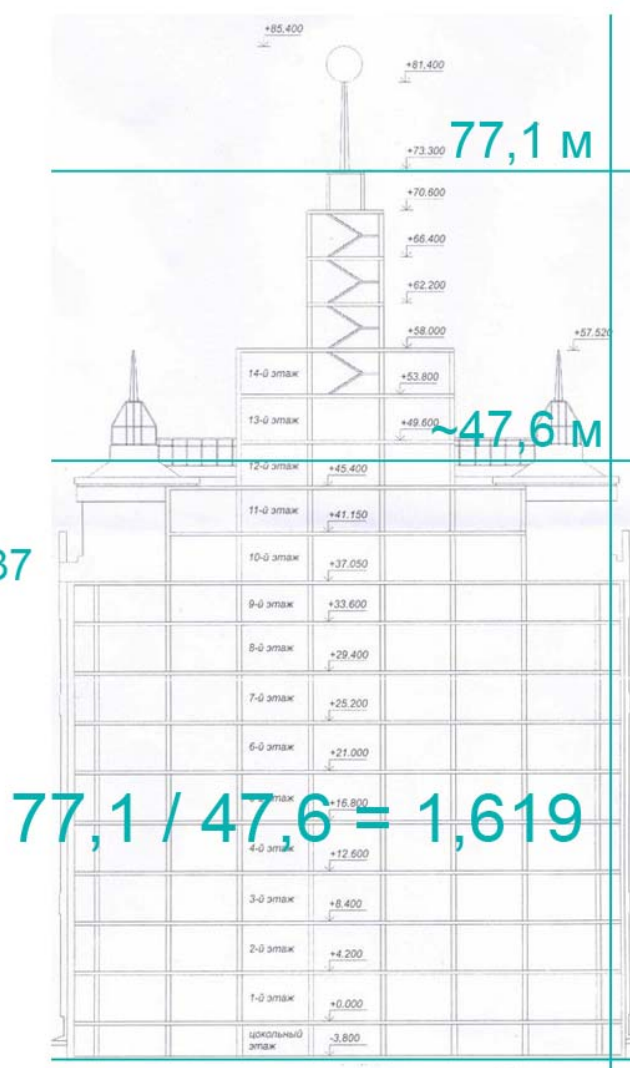


Рисунок 4 – Чертеж научной библиотеки ОГУ

Список использованных источников

1. Тимеринг Г. Е. Золотое сечение. – Петроград: Научное книгоиздательство, 1924. – 86 с.
2. Марутаев М. А. Гармония как закономерность природы. //Золотое сечение. Три взгляда на природу гармонии. – М.: Стройиздат, 1990. – С.130-233.
3. Дюрер А. Дневники, письма, трактаты – Л., М., 1957.
4. Цеков-Карандаш Ц. О втором золотом сечении. – София, 1983.
5. Стахов А. П. Коды золотой пропорции. – М.: Радио и связь, 1984. –

Реализация возможностей СНИТ в процессе обучения

Титова Т.С.

Научный руководитель – преподаватель Павлинова Г.С.
Бугуруслан, Бугурусланский филиал Оренбургского государственного
университета

Информатизация общества – глобальный социальный процесс, особенность которого состоит в том, что доминирующим видом деятельности в сфере общественного производства является сбор, накопление, продуцирование, обработка, хранение, передача и использование информации, осуществляемые на основе современных средств микропроцессорной и вычислительной техники, а также на базе разнообразных средств информационного обмена – обеспечивает активное использование интеллектуального потенциала общества (печатный фонд; научная, производственная деятельность его членов); высокий уровень информационного обслуживания, доступность источников достоверной информации, существенность используемых данных.

Одним из приоритетных направлений процесса информатизации современного общества является информатизация образования – процесс обеспечения сферы образования методологией и практикой новых информационных технологий (НИТ), ориентированных на реализацию психолого-педагогических целей обучения, воспитания – поддерживает интеграционные тенденции процесса познания закономерностей предметных областей и окружающей среды (социальной, экологической, информационной и др.), сочетая их с преимуществами индивидуализации и дифференциации обучения, обеспечивая тем самым синергизм педагогического воздействия.

Информационная среда включает множество информационных объектов и связей между ними, средства и технологии сбора, накопления, передачи, обработки, продуцирования и распространения информации, собственно знания, а также организационные и юридические структуры, поддерживающие информационные процессы.

Использование современных информационных технологий при реализации возможностей аппарата математики, в том числе математической статистики, позволяет автоматизировать процессы обработки информации, результатов научного эксперимента, интенсифицировать применение инструментария математики в социологических исследованиях. Математизация дает возможность повысить качество принимаемых решений за счет применения современных методов многофакторного анализа, прогнозирования, моделирования и оценки вариантов, оптимального планирования. Это позволяет перейти к разработке научно обоснованных подходов к принятию оптимального решения в конкретной ситуации, использовать методы и средства информатики в процессе решения задач различных предметных областей.

Реализация возможностей технических и программных средств современных информационных технологий позволяет не только обеспечить

управление информационными потоками, но и эффективно обучить логике доказательств, накопить знания; организовать разнообразные формы деятельности по самостоятельному извлечению и представлению знаний; осуществить самостоятельное "микрооткрытие" изучаемой закономерности.

Все это способствует развитию интеллектуального потенциала человека, реализует идеи развивающего обучения.

Развитие и совершенствование информационной среды сферы образования зависит от обеспечения системы образования, как в целом, так и каждого учебного заведения в отдельности специализированными подразделениями, приспособленными для организации деятельности со средствами новых информационных технологий.

Информационно-предметная среда со встроенными элементами технологии обучения включает средства и технологии сбора, накопления, хранения, обработки, передачи учебной информации; средства представления и извлечения знаний; компоненты системы средств обучения, обеспечивая при этом их взаимосвязь и функционирование организационных структур педагогического воздействия.

Под средствами новых информационных технологий (СНИТ) будем понимать программно-аппаратные средства и устройства, функционирующие на базе микропроцессорной, вычислительной техники, обеспечивающие операции по сбору, продуцированию, накоплению, хранению, обработке, передаче информации.

К СНИТ относятся: ЭВМ, ПЭВМ, комплекты терминального оборудования для ЭВМ всех классов, локальные вычислительные сети, устройства ввода—вывода информации, средства ввода и манипулирования текстовой и графической информацией, средства архивного хранения больших объемов информации и другое периферийное оборудование современных ЭВМ; устройства для преобразования данных из графической или звуковой форм представления данных в цифровую и обратно; средства и устройства манипулирования аудиовизуальной информацией (на базе технологии Мультимедиа и систем "Виртуальная реальность"); современные средства связи; системы искусственного интеллекта; системы машинной графики, программные комплексы (языки программирования, трансляторы, компиляторы, операционные системы, пакеты прикладных программ и пр.) и др.

Интенсивное развитие процесса информатизации образования влечет за собой расширение сферы применения СНИТ. В настоящее время можно уже вполне определенно выделить успешно и активно развивающиеся направления использования современных информационных технологий в образовании. Реализация возможностей программных средств учебного назначения (проблемно-ориентированных, объектно-ориентированных, предметно-ориентированных) в качестве средства обучения, объекта изучения, средства управления, средства коммуникации, средства обработки информации. Использование информационных ресурсов предоставляет обучаемому инструмент исследования, с помощью которого можно осуществлять

регистрацию, сбор, накопление информации об изучаемом или исследуемом реально протекающем процессе; создавать и исследовать модели изучаемых процессов; автоматизировать процессы обработки результатов эксперимента; управлять объектами реальной действительности. Применение этих комплексов, учебного, демонстрационного оборудования, функционирующего на базе СНИТ, позволяет организовывать экспериментально-исследовательскую деятельность – как индивидуальную (на каждом рабочем месте), так и групповую, коллективную с реальными объектами изучения, их моделями и отображениями. Это обеспечивает широкое внедрение исследовательского метода обучения, подводящего ученика к самостоятельному "открытию" изучаемой закономерности, способствует актуализации процесса усвоения основ наук, развитию интеллектуального потенциала, творческих способностей. В частности, для развития творческого потенциала, человека, формирования у него умения осуществлять прогнозирование результатов своей деятельности и разработку стратегий поиска путей, методов решения учебных и практических задач.

Использование возможностей систем искусственного интеллекта создает веские предпосылки для организации процесса самообучения; формирует умения самостоятельного представления и извлечения знаний; способствует интеллектуализации учебной деятельности; инициирует развитие аналитико-синтетических видов мышления, формирование элементов теоретического мышления. Все это является основой интенсификации процессов развития личности обучаемого.

Процесс внедрения СНИТ в обучение неразрывно связан с использованием средств телекоммуникаций на уровне синтеза компьютерных сетей и средств телефонной, телевизионной, спутниковой связи.

Использование средств телекоммуникаций, реализующих информационный обмен на уровне общения через компьютерные сети (локальные или глобальные), обмен текстовой, графической информацией в виде запросов пользователя и получения им ответов из центрального информационного банка данных. Телекоммуникационная связь (синхронная, асинхронная) позволяет в кратчайшие сроки тиражировать передовые педагогические технологии, способствует общему развитию обучаемого.

Новая технология неконтактного информационного взаимодействия, реализующая иллюзию непосредственного вхождения и присутствия в реальном времени в стереоскопически представленном "экранном мире" – система "Виртуальная реальность".

Использование этой системы позволяет обеспечить аудиовизуальный и тактильный контакт между пользователем и стереоскопически представленными объектами виртуальной реальности при наличии обратной связи и использовании средств управления.

Как показывает отечественный и зарубежный опыт применения СНИТ, реализация вышеизложенных возможностей позволяет обеспечить: предоставление обучаемому инструмента исследования, конструирования, измерения, отображения и воздействия на предметный мир; расширение и

углубление изучаемой предметной области за счет возможности моделирования, имитации изучаемых процессов и явлений; организацию экспериментально-исследовательской деятельности; экономию учебного времени при автоматизации рутинных операций вычислительного, поискового характера; расширение сферы самостоятельной деятельности обучаемых за счет возможности организации разнообразных видов учебной деятельности (экспериментально-исследовательская, учебно-игровая, информационно-учебная деятельность, а также деятельность по обработке информации, в частности и аудиовизуальной), в том числе индивидуальной, на каждом рабочем месте, групповой, коллективной; вооружение обучаемого стратегией усвоения учебного материала или решения задач определенного класса за счет реализации возможностей систем искусственного интеллекта

Процесс информатизации образования и использование возможностей СНИТ в процессе обучения приводит не только к изменению организационных форм и методов обучения, но и к возникновению новых методов обучения.

Математизация и информатизация предметных областей, интеллектуализация учебной деятельности, общие интеграционные тенденции процесса познания окружающей информационной, экологической, социальной среды, поддерживаемые использованием СНИТ, приводят к расширению и углублению изучаемых предметных областей, интеграции изучаемых предметов или отдельных тем. Это обуславливает изменение критериев отбора содержания учебного материала. Они основываются на необходимости интенсификации процесса интеллектуального и саморазвития личности обучаемого, формирования умений формализовать знания о предметном мире, извлекать знания, пользуясь различными современными методами обработки информации.

Таким образом, в связи с развитием процесса информатизации и образования изменяется объем и содержание учебного материала, происходит реструктурирование программ учебных предметов (курсов), интеграция некоторых тем или самих учебных предметов, что приводит к изменению структуры и содержания учебных предметов (курсов) и, следовательно, структуры и содержания образования.

Параллельно этим процессам происходит внедрение инновационных подходов к проблеме уровня знаний учащихся, основанных на разработке и использовании комплекса компьютерных тестирующих, диагностирующих методик контроля и оценки уровня усвоения.

Реализация возможностей СНИТ в процессе обучения и расширение спектра видов учебной деятельности приводят к качественному изменению дидактических требований к средствам обучения, учебной книге.

Резюмируя сравнительные характеристики основных компонентов парадигмы традиционной педагогической науки и парадигмы педагогической науки в условиях информатизации образования, приходим к выводу, утверждающему приоритетность и перспективность разработки и использования средств новых информационных технологий, ориентированных на использование в сфере образования:

– Традиционная дидактика ставит своей основной целью создание теории обучения, направленной на разработку методических приемов, а также организационных форм и методов обучения, которые оптимизируют процесс усвоения знаний, умений и навыков учебной деятельности, инициируют умственное развитие обучаемого.

– Дидактика в условиях информатизации образования ставит своей основной целью раскрытие, развитие и реализацию интеллектуального потенциала человека при обеспечении педагогического воздействия лонгирующего характера, направленного на достижение образовательных целей, которые определяются необходимостью интенсификации процессов интеллектуального развития обучаемого – будущего члена информационного общества. Эти цели наиболее эффективно осуществимы при реализации возможностей СНИТ.

– Традиционная дидактика в основном предлагает иллюстративно-объяснительные методы обучения с незначительной по объему самостоятельной работой обучаемых. Некоторым расширением в направлении активизации самостоятельной деятельности и развития творческого потенциала обучаемых можно считать идеи, заложенные в теориях проблемного обучения. – Дидактика в условиях информатизации образования предлагает к реализации широкий спектр разнообразных видов учебной деятельности, ориентированных на активное использование СНИТ в качестве инструмента познания, на самостоятельное представление и извлечение знаний, совершение "микрооткрытия" в процессе изучения определенной закономерности.

– Осуществляться это может при реализации возможностей нового поколения средств обучения, функционирующих на базе СНИТ, которые как по количественному составу, так и по возможностям несоизмеримо богаче и разнообразнее традиционных.

Список использованных источников

1. Материалы IV Международной конференции "Применение новых компьютерных технологий в образовании" (Троицк, 24 - 26 июня 1993 г.) / Троиц. ин-т инновац. и термоядер. исслед. - Троицк, 1993.

2. Менегетти А. Психология жизни: 10 лекций по онтопсихологии / Сост.: Е.В. Романова, Т.И. Сытько. СПб., 1992.

3. Положение о порядке аттестации и сертификации педагогического программного продукта (ППП): Метод. рекомендации / Рос. центр информатизации образования. - М., 1992.

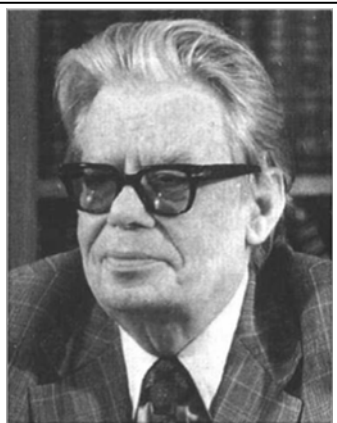
4. Роберт И.В. Экспертно - аналитическая оценка качества программных средств учебного назначения // Пед. информатика. - 1993. - № 1.

5. Уваров А.Ю. Компьютерная коммуникация в учебном процессе // Пед. информатика. - 1993. - № 1.

Н.Н. Боголюбов: выдающаяся личность и гениальный ученый

Яковлева Е. А.

Научный руководитель – доцент, к.ф.-м.н. Зубова И.К.
Оренбург, Оренбургский государственный университет



**Николай Николаевич
Боголюбов**

Наша страна подарила миру множество выдающихся деятелей науки. Достаточно вспомнить такие имена, как Михаил Васильевич Ломоносов (1711-1765) - гениальный русский ученый, поэт, просветитель, один из самых выдающихся светил мировой науки; Дмитрий Иванович Менделеев (1834 - 1907) - химик, физик и натуралист в самом широком смысле этого слова; Иван Михайлович Сеченов (1829-1905) – выдающийся психолог и физиолог.

В один ряд с этими великими именами можно поставить и имя одного из крупнейших учёных XX столетия, выдающегося советского математика и физика-теоретика, основоположника ряда новых научных направлений в физике и математике, академика Николая Николаевича Боголюбова, сто лет со дня рождения которого исполняется в этом году.

Еще при жизни Н.Н.Боголюбова среди некоторых крупных ученых Запада (в частности, в этой связи называют Н.Винера) бытовал миф о том, что под псевдонимом "Н.Н.Боголюбов" работала целая группа математиков, механиков и физиков-теоретиков, наподобие известной группы Н.Бурбаки. Действительно, трудно вообразить, что один человек мог сделать так много значительных работ в столь различных областях наук. Список тем, над которыми трудился ученый, поражает своей обширностью. На протяжении 69 лет своей научной деятельности Н. Н. Боголюбов опубликовал более 300 работ по нелинейной механике, статистической физике, физике элементарных частиц, квантовой теории поля, математической физике и математике.

Николай Николаевич Боголюбов родился 21 августа 1909 г. в Нижнем Новгороде. Отец, Николай Михайлович (1872-1934), был духовным писателем, профессором богословия; мать, Ольга Николаевна Люминарская (1881-1955) – преподавателем музыки.

Николай Николаевич был старшим сыном – всего в семье Боголюбовых выросли три брата-академика. В год его рождения отец получил сан священника и вскоре был назначен на должность профессора историко-филологического института князя Безбородко в г. Нежине (Черниговской области). Здесь 25 марта 1911 года родился средний брат – Алексей, впоследствии математик, механик, историк науки, член-корреспондент Академии наук Украины (ум. 02.11.2004).

В 1913 году Николай Михайлович был избран ординарным профессором богословия Университета Святого Владимира в Киеве. Здесь 24 января 1918

года родился младший из братьев Боголюбовых - Михаил, филолог, востоковед. Михаил Николаевич более 30 лет был деканом восточного факультета Санкт-Петербургского университета, в 1990 г. стал академиком АН СССР. В прошлом году отметил 90-летие.

Образованием будущих академиков занимался отец. Николай Михайлович научил детей читать и писать, когда им исполнилось 4-5 лет, сам обучил их иностранным языкам, всегда поддерживал их интерес ко всему новому. Богатая библиотека отца была всегда открыта для сыновей.

После революции, в связи с ликвидацией кафедры богословия в Университете Святого Владимира Николаю Михайловичу Боголюбову пришлось оставить должность профессора и переехать в село Большая Круча Пирятинского уезда на Полтавщине. Здесь, в церкви Святого Иоанна Богослова он служил с 1919 по 1923 гг., затем ненадолго вернулся в Киев. И там, к четырнадцати годам Николаю Николаевичу Боголюбову удалось получить аттестат об окончании семилетки. Заметив интерес и способности сына к физике и математике, отец стал приносить ему книги из университетской библиотеки, и мальчик практически самостоятельно изучил основы высшей математики.

Путь Николая Николаевича в науку начался в 1923 году, когда отец отвел его к академику Д.А. Граве (1863 - 1939), на семинарах которого будущего физика и математика заметил Николай Митрофанович Крылов (1879-1955).

Николай Митрофанович был ключевой фигурой в судьбе Николая Николаевича. Он родился в Петербурге в семье чиновника. В 1902 году он окончил Горный институт и был оставлен при кафедре высшей математики. С 1912 года – профессор этого института. В 1917-1922 гг. Н.М.Крылов работал в Таврическом (Крымском) университете. В 1922 году Н.М.Крылов был избран академиком Украинской Академии наук и в связи с этим переехал в Киев. Здесь он возглавил кафедру математической физики АН УССР, которой руководил до 1941 г. В 1929 г. он был избран академиком АН СССР.

Основные научные исследования Н.М.Крылова относятся к теории интерполяции, вариационному исчислению, нелинейной механике. Им были разработаны новые методы приближённого интегрирования дифференциальных уравнений математической физики, выведен ряд формул для оценки ошибок приближённого интегрирования этих уравнений, получены методы доказательства существования их решений.

Боголюбов был единственным учеником Крылова. Николай Митрофанович выступал не только в роли научного руководителя. Он принимал активное участие в судьбе своего подопечного. Когда семья Боголюбовых в 1923 уехала из Киева, Крылов забрал Николая Николаевича жить к себе, тем самым обеспечив ученику достойные условия существования.

В 1924 году Боголюбов написал первую научную работу. Через год, он был принят в аспирантуру при научно-исследовательской кафедре математики «ввиду феноменальных способностей», как было отмечено в решении президиума Укрглавнауки.

«Николай Николаевич поступил в аспирантуру, не имея ни высшего, ни даже полного среднего образования!» – шутя, говорил Алексей Николаевич. В 1928 году Н.Н.Боголюбов защитил диссертацию, посвящённую прямым методам вариационного исчисления. Тогда же он был принят на работу в Академию наук Украины.

Ранние работы Н. Н. Боголюбова посвящены разработке прямых методов вариационного исчисления, теории почти-периодических функций, приближенным методам решения задач математической физики. Уже этот начальный период творчества создал Н. Н. Боголюбову широкую известность. С 1932 г. ведущее место среди научных интересов Н. Н. Боголюбова заняли проблемы математической физики, включающие наиболее сложные аспекты теории динамических систем, статистической механики и квантовой теории поля.

Н.М.Крылов и Н.Н.Боголюбов создали в 30-е годы новую научную дисциплину – нелинейную механику, разработав теорию нелинейных колебаний и применив её при решении прикладных задач. Эти результаты были изложены учёными в совместно написанной монографии «Введение в нелинейную механику» (1937 г.), которая сыграла выдающуюся роль в развитии математической теории колебаний.

С 1934 года Николай Николаевич Боголюбов работал в Киевском университете. В 1936 году (двадцати семи лет) стал профессором. В 1939 г. был избран в члены-корреспонденты АН УССР.

В годы Великой Отечественной войны Николай Николаевич работал в эвакуации сначала в Уфе, затем в Москве. В 1944 г. вернулся в освобождённый Киев. В 1950 г. переехал в Москву, где работал в математическом институте АН СССР и Московском университете, а с 1958 года – также и в Объединённом институте ядерных исследований в Дубне. Со дня основания этого крупнейшего научного центра Николай Николаевич возглавлял Лабораторию теоретической физики. Директором этого института он стал в 1965 г. и руководил им почти четверть века, до 1998 г. В 1963 г. он был избран академиком-секретарём Отделения математики АН СССР.

Много времени и внимания Н.Н.Боголюбов уделял общественной деятельности. Дважды он избирался депутатом Верховного Совета СССР.

За выдающиеся заслуги учёный был дважды удостоен звания Героя Социалистического Труда (1969 и 1979 гг.), имел также звание Заслуженного деятеля науки УССР. В 1957 и 1985 гг. он получил высшую награду Академии наук СССР – золотую медаль им. М.В.Ломоносова. Шесть раз награждался орденами Ленина. В 1958 г. его труд был отмечен Ленинской премией, в 1947, 1953 и 1984 гг. – Государственными премиями СССР.

Стоит вспомнить, что Николай Николаевич вырос в православной семье, что не могло не оставить отпечаток на личности ученого. Алексей Николаевич Боголюбов писал: «Трудно охарактеризовать совокупность интересов Николая Николаевича Боголюбова, не имевших отношение к математике, физике, механике. Он был универсалом и, как заметил А. Д. Сахаров, знал очень многое... Вся совокупность его знаний была единым целым, и основу его

философии составляла его глубокая религиозность. Он был сыном православной церкви и всегда, когда ему позволяло время и здоровье, он ходил к вечерне и к обедне в ближайшую церковь».

В семье Боголюбовых любили и понимали молодёжь, поэтому отношения старших и младших были очень дружескими. Такие же тёплые отношения связывали братьев Боголюбовых с младшими коллегами. «Он всегда хорошо чувствовал себя среди своих учеников. Для каждого у него находилась проблема, которую он щедро отдавал для исследования» – писал Алексей Николаевич. Он всегда с большой нежностью и уважением рассказывал о братьях и обо всей своей семье, пережившей много тяжелейших испытаний и сохранившей при этом самые лучшие отношения и самые прочные связи, поддерживавшиеся и тогда, когда члены семьи жили в разных городах.

В семье Николая Николаевича и Евгении Александровны Боголюбовых выросли два сына.

Николай Николаевич Боголюбов-младший родился в 1940 г. Доктор физ.-мат. наук, член-корреспондент РАН. Основные направления деятельности: теоретическая и математическая физика, классическая и квантовая статистическая механика. Работает в Математическом институте им. В.А.Стеклова РАН (Москва).

Павел Николаевич Боголюбов – доктор физико-математических наук, профессор, родился 1942 г. Его научная деятельность связана с теоретической физикой элементарных частиц и физикой высоких энергий. Работает в Объединённом институте ядерных исследований (Дубна).

Умер Н.Н.Боголюбов 13 декабря 1992 г.

Сегодня его ученики и другие учёные следующих поколений, вспоминая его, говорят не только о масштабе его научных достижений, но и о человеческих качествах учёного. Ученики Николая Николаевича вспоминали, что беседуя со студентами, профессор вел себя так, как будто был уверен, что его понимают. И если студент не понимал сути вопроса, то отдавал себе отчет в том, что нужно работать и работать, чтобы в следующий раз понять лучше. Спецкурс был по выбору, сдавать его было необязательно, и очень скоро оставались только те, кто смог подняться до необходимого уровня понимания. Так со студенческой скамьи начинался отбор, который со временем привел к образованию известной школы Н.Н. Боголюбова.

Участники его семинаров подметили, что Николай Николаевич может казаться полностью погруженным в свои мысли, но ни одна деталь научной дискуссии от него не ускользает. Когда страсти накаляются, а докладчик у доски начинает теряться, Боголюбов поднимает голову и спокойно замечает: "У вас же просто в формуле неточность, а так всё правильно..."

Академик А.А.Логунов отмечает щедрость, с которой Николай Николаевич дарил молодым ученым свои идеи. Он ставит своего учителя в один ряд с такими учёными, как И.П.Павлов и В.И.Вернадский. Директор Объединённого института ядерных исследований в Дубне академик В.Кадышевский считает, что и теперь Николай Николаевич остаётся высшим авторитетом и в науке, и в обыденной жизни для всех, кто его знал.

Список использованных источников

1. Абрикосов А. А., Амбарцумян В. А., Балдин А. М., Басов Н. Г., Владимиров В. С., Гапонов-Грехов А. В., Курбатов А. М., Логунов А. А., Марков М. А., Осипьян Ю. А., Тавхелидзе А. Н., Халатников И. М., Ширкое Д. В. Успехи физических наук. Николай Николаевич Боголюбов (К восьмидесятилетию со дня рождения) - том 159 (4), с 715—716 (декабрь 1989);
2. Амбарцумян В. А., Басов Н. Г., Логунов А. А., Маркое М. А., Понтекоров Б. М., Прохоров А. М., Черенков П. А. Успехи физических наук. Николай Николаевич Боголюбов (К семидесятилетию со дня рождения) - том 128 (4), с 733—737 (август 1979);
3. Боголюбов А.Н. Боголюбовы. /А.Н. Боголюбов // Очерки из истории математики и математического естествознания. – Киев: Институт математики АН Украины, 2001. – С. 86-101.
4. Боголюбов А.Н. Физика элементарных частиц и атомного ядра// Киев. Тридцатые годы - том 30(7А), с 17-21, 2000 г
5. Боголюбов П.Н., Исаев П.С. Н. Н. Боголюбов: Жизнь и творчество в дубненский период (1956-1992 гг.)// Еженедельник Объединенного института ядерных исследований. – 2004 - № 32 (27 августа);
6. Владимиров В.С. Физика элементарных частиц и атомного ядра //Н.Н. Боголюбов и математика – том 31(7А), с 25-31, 2000 г
7. Зубарев Д. Н., Медведев Б. В., Митропольский Ю. А., Поливанов М. К. Успехи физических наук. Николай Николаевич Боголюбов (К шестидесятилетию со дня рождения) - том 98(4),с 741—744 (август 1969);
8. Тябликов С. В., Митропольский Ю. А., Успехи физических наук. Николай Николаевич Боголюбов (К пятидесятилетию со дня рождения), том 69 (1),с 159—163 (сентябрь 1959);
9. http://uc.jinr.ru/Bogolubov_Infeld/ «Некоторые факты из жизни Боголюбова Н.Н.»
10. <http://www.mathnet.ru> «Персоналии: Николай Николаевич Боголюбов»
11. <http://www.megabook.ru> «Николай Николаевич Боголюбов»
12. <http://cv.jinr.ru> «Официальный сайт ОИЯИ. Боголюбов Н.Н.»
13. <http://www.sumtech.ru> «Николай Боголюбов: Ученый Божьей помощью»
14. <http://dubna.rosoez.ru> «Он жил наукой»
15. <http://www.phys.msu.ru> «Физический факультет МГУ после возвращения из эвакуации: Власов и Боголюбов

Научное издание

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ СТУДЕНТОВ И АСПИРАНТОВ

Лицензия

Подписано в печать *****

Формат ***** , гарнитура *****

Усл. печ. л. ***** Тираж *** экз. Заказ ***

Издательство