

## ВЛИЯНИЕ НЕКОЛЛИНЕАРНОСТИ МАГНИТНЫХ ПОДРЕШЕТОК НА СПЕКТР СПИНОВЫХ ВОЛН В КРИСТАЛЛЕ $\text{La}_2\text{CuO}_4$

В работе исследовано влияние неколлинеарности магнитных подрешеток на спектры спиновых волн в кристалле  $\text{La}_2\text{CuO}_4$ . Вычисления показали, что учет неколлинеарности магнитных моментов может привести в некоторых случаях к немальным изменениям спектра спиновой волны, что связано с существованием сильного обменного взаимодействия магнитных моментов в этих кристаллах.

Как известно, кристалл  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  приближенно имеет коллинеарную антиферромагнитную структуру [1-4]. Ряд экспериментальных работ указывает на наличие слабого ферромагнитного момента в плоскостях  $\text{CuO}_2$ , направленного перпендикулярно плоскости и имеющего противоположные направления в соседних плоскостях [5, 6]. Ферромагнитный момент возникает при выходе магнитных моментов ионов  $\text{Cu}^{2+}$  из базисной (001) плоскости при повороте их на небольшой угол вследствие поворота октаэдров  $\text{CuO}_6$  в ортофазе. Другими словами, магнитные моменты подворачиваются в плоскости (010) на малый угол [7]. Но поскольку в соседних плоскостях октаэдры развернуты в противофазе, это приводит к противоположной направленности ферромагнитных моментов в соседних плоскостях, что означает антиферромагнитную модуляцию вдоль оси [001]. Из исследований инфракрасных спектров, неупругого рассеяния нейтронов и двухмагнонного рассеяния света определена величина угла скоса, которая оказалась равной  $\delta\theta = 0,17^\circ$  [6, 8].

В данной работе мы исследуем влияние неколлинеарности магнитных подрешеток на спектры спиновых волн в кристалле  $\text{La}_2\text{CuO}_4$  как поправку к спектру, найденному в работе [9].

Будем исходить из гамильтониана, в котором учитывается энергия магнитной системы:

$$H_M = \frac{1}{2} \int dx \left\{ \chi_{jm}^{\alpha\beta} M_j^\alpha M_m^\beta + \alpha_{ijmn}^{\alpha\beta} \frac{\partial M_i^\alpha}{\partial x_j} \frac{\partial M_m^\beta}{\partial x_n} \right\}, \quad (1)$$

где  $\chi_{jm}^{\alpha\beta} = I_{jm}^{\alpha\beta} + \beta_{jm}^{\alpha\beta}$ ,  $\alpha, \beta = 1, \dots, 4$ ,  $i, j, m, n = x, y, z$ .

Тензор  $I_{jm}^{\alpha\beta}$  выберем в виде

$$\begin{aligned} I_{jm}^{\alpha\beta} = & \delta_{jm} [I(\delta^{1\alpha}\delta^{2\beta} + \delta^{2\alpha}\delta^{1\beta} + \delta^{3\alpha}\delta^{4\beta} + \delta^{4\alpha}\delta^{3\beta}) + \\ & + \sigma'(\delta^{1\alpha}\delta^{4\beta} + \delta^{4\alpha}\delta^{1\beta} + \delta^{2\alpha}\delta^{3\beta} + \delta^{3\alpha}\delta^{2\beta}) + \\ & + \sigma''(\delta^{1\alpha}\delta^{3\beta} + \delta^{3\alpha}\delta^{1\beta} + \delta^{2\alpha}\delta^{4\beta} + \delta^{4\alpha}\delta^{2\beta})], \end{aligned}$$

где  $I$  – постоянная внутримежплоскостного взаимодействия (в  $\text{CuO}_2$  – плоскости),  $\sigma'$ ,  $\sigma''$  – посто-

янные межплоскостного взаимодействия,  $\beta_{jm}^{\alpha\beta}$  – тензор анизотропии,  $\alpha_{ijmn}^{\alpha\beta}$  – тензор неоднородного обменного взаимодействия.

Далее ввиду эквивалентности подклластеров можно ввести следующую систему обозначений:

$$\begin{aligned} \beta_{jm}^{11} = \beta_{jm}^{22} = \beta_{jm}^{33} = \beta_{jm}^{44} = & \beta_{jm}^1, \beta_{jm}^{12} = \beta_{jm}^{13} = \beta_{jm}^{14} = \beta_{jm}^2, \\ \beta_{jm}^{13} = \beta_{jm}^{23} = \beta_{jm}^{14} = \beta_{jm}^{24} = & \beta_{jm}^3, \beta_{jm}^{\alpha\beta} = \beta_{jm}^{\beta\alpha}. \end{aligned}$$

Аналогичных обозначений будем придерживаться и для компонент тензоров  $\alpha_{ijmn}^{\alpha\beta}$  с учетом соотношения из орторомбичности кристаллической структуры

$$\alpha_{ijmn}^{14} = \alpha_{ijmn}^{23}, \alpha_{ijmn}^{13} = \alpha_{ijmn}^{24}, \alpha_{ijmn}^{13} \neq \alpha_{ijmn}^{14}.$$

Эксперименты по неупругому нейтронному рассеянию дают следующее значение для постоянной внутримежплоскостного обменного взаимодействия:  $I = (136 \pm 5) \text{ meV}$  [10-12] и верхнюю оценку для постоянных межплоскостного обменного взаимодействия:  $\sigma', \sigma'' < 9 \text{ meV}$  [12]. Приведенные экспериментальные данные позволяют считать в нашем приближении  $\sigma'', \sigma' \ll I$ .

Запишем гамильтониан (1) в представлении приближенного вторичного квантования [13]. С этой целью магнитные моменты подрешеток  $M^\alpha$  выразим через операторы Гольштейна-Примакова  $a_\alpha^+, a_\alpha^-$  [14]. Рассмотрим гамильтониан с учетом членов, квадратичных по операторам рождения и уничтожения:

$$H_M = \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta k} \left\{ A_k^{\alpha\beta} a_{k\alpha}^- + a_{k\alpha}^+ B_k^{\alpha\beta} a_{k\alpha}^- + a_{-k\beta}^+ \right\} + \text{э.с.}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} A_k^{\alpha\beta} = & \mu M_0 [(\chi_{jm}^{\alpha\beta} e_{\perp j}^{\alpha*} + \alpha_{ijmn}^{\alpha\beta} k_j k_n e_{\perp i}^{\alpha*}) e_{\perp m}^\beta - \\ & - \delta^{\alpha\beta} \sum_{\beta jm} \chi_{jm}^{\alpha\beta} e_{3j}^\alpha e_{3m}^\beta], \end{aligned} \quad (2.1)$$

$$B_k^{\alpha\beta} = \mu M_0 [\chi_{jm}^{\alpha\beta} e_{\perp j}^{\alpha*} + \alpha_{ijmn}^{\alpha\beta} k_j k_n e_{\perp i}^{\alpha*}] e_{\perp m}^{\beta*}, \quad (2.2)$$

$$e_3^\alpha = \frac{M_0^\alpha}{M_0}, e_\perp^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(e_1^\alpha + ie_2^\alpha), e_1^\alpha \parallel Y, e_2^\alpha = [e_3^\alpha, e_1^\alpha]. \quad (2.3)$$

Перейдем к исследованию конкретного случая. Введем сферические координаты базисных векторов (2.3). Учитывая малость угла откоса, напишем:

$$\begin{aligned} e_{1x}^\alpha &= 0, \quad e_{1y}^\alpha = -(-1)^\alpha, \quad e_{1z}^\alpha = 0, \quad e_{2x}^\alpha = (-1)^\alpha \delta\theta, \quad e_{2y}^\alpha = 0, \\ e_{2z}^\alpha &= (1 - \frac{1}{2}\delta\theta^2)(-(\delta^{1\alpha} + \delta^{2\alpha}) + (\delta^{3\alpha} + \delta^{4\alpha})), \quad (3) \\ e_{3x}^\alpha &= (1 - \frac{1}{2}\delta\theta^2)(-(\delta^{1\alpha} + \delta^{2\alpha}) + (\delta^{3\alpha} + \delta^{4\alpha}))(-1)^\alpha, \\ e_{3y}^\alpha &= 0, \quad e_{3z}^\alpha = -(-1)^\alpha. \end{aligned}$$

Тогда в соответствии с системой инвариантов группы  $D_{2h}^{18}$  коэффициенты  $A_k^{\alpha\beta}, B_k^{\alpha\beta}$  будут иметь вид

$$\begin{aligned} A_k^{\alpha\beta} &= \frac{1}{2}\mu M_0[(\chi_{xx}^{\alpha\beta} + \alpha_{xnxn}^{\alpha\beta}k_n^2)\delta\theta^2(-1)^\alpha(-1)^\beta + \\ &+ (\chi_{yy}^{\alpha\beta} + \alpha_{yyny}^{\alpha\beta}k_n^2)(-1)^\alpha(-1)^\beta + (\chi_{zz}^{\alpha\beta} + \alpha_{znzn}^{\alpha\beta}k_n^2)(1 - \delta\theta^2)] - \\ &- \mu M_0\delta^{\alpha\beta}[(\beta_{xx} - \beta_{xx}^*)(1 - \delta\theta^2) + (\beta_{zz} + \beta_{zz}^* + 2\beta_{xz}^*)\delta\theta^2 + \\ &+ (I + \sigma^*)(2\delta\theta^2 - 1) + \sigma^*], \quad (4.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_k^{\alpha\beta} &= \frac{1}{2}\mu M_0[(\chi_{yy}^{\alpha\beta} + \alpha_{yyny}^{\alpha\beta}k_n^2)(-1)^\alpha(-1)^\beta - \\ &- (\chi_{zz}^{\alpha\beta} + \alpha_{znzn}^{\alpha\beta}k_n^2)(1 - \delta\theta^2) - \\ &- (\chi_{xx}^{\alpha\beta} + \alpha_{xnxn}^{\alpha\beta}k_n^2)\delta\theta^2(-1)^\alpha(-1)^\beta]. \quad (4.2) \end{aligned}$$

Используя выбор ортов (3) и учтя направления равновесных намагниченностей, получим отсюда:

$$\begin{aligned} F_k^{11} &= F_k^{22} = F_k^{33} = F_k^{44}, \quad F_k^{\alpha\beta} = F_k^{\beta\alpha}, \\ F_k^{12} &= F_k^{34}, \quad F_k^{13} = F_k^{24}, \quad F_k^{14} = F_k^{23}, \quad (5) \end{aligned}$$

где  $F_k \equiv A_k, B_k$ .

Для упрощения диагонализации гамильтониана (2) введем вместо операторов  $a_{k\gamma}, a_{k\gamma}^+$  операторы  $f_{k\gamma}, f_{k\gamma}^+$  согласно следующим формулам

$$\begin{aligned} f_{k1} &= \frac{1}{2}(a_{k1} + a_{k2} + a_{k3} + a_{k4}), \\ f_{k2} &= \frac{1}{2}(a_{k1} - a_{k2} + a_{k3} - a_{k4}), \\ f_{k3} &= \frac{1}{2}(a_{k1} + a_{k2} - a_{k3} - a_{k4}), \\ f_{k4} &= \frac{1}{2}(a_{k1} - a_{k2} - a_{k3} + a_{k4}). \quad (6) \end{aligned}$$

Тогда с учетом (5) гамильтониан (2) в новых операторах  $f_{k\gamma}, f_{k\gamma}^+$  имеет вид

$$H_M = \sum_{k\gamma} [C_\gamma f_{k\gamma}^+ f_{k\gamma} + \frac{1}{2}D_\gamma(f_{k\gamma}^+ f_{-k\gamma}^+ + f_{k\gamma} f_{-k\gamma})], \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= A^{11} + A^{12} + A^{13} + A^{14}, \\ C_2 &= A^{11} - A^{12} + A^{13} - A^{14}, \end{aligned}$$

$$C_3 = A^{11} + A^{12} - A^{13} - A^{14},$$

$$C_4 = A^{11} - A^{12} - A^{13} + A^{14} \quad (8)$$

и  $D_\gamma$  аналогично выражаются через компоненты матрицы  $B$ .

Разделим  $C_\gamma$  и  $D_\gamma$  на слагаемые, не содержащие величину  $\delta\theta$ , и слагаемые, содержащие  $\delta\theta$ :

$$C_\gamma = C_{0\gamma} + \Delta C_\gamma, \quad D_\gamma = D_{0\gamma} + \Delta D_\gamma.$$

В гамильтониане (7) с помощью канонического  $u, v$ -преобразования Боголюбова [14]

$$f_{k\gamma} = u_{k\gamma} c_{k\gamma} + v_{k\gamma}^* c_{-k\gamma}^+, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} u_{k\gamma} &= \frac{\sqrt{C_\gamma + D_\gamma} + \sqrt{C_\gamma - D_\gamma}}{2\sqrt{\epsilon_{k\gamma}^M}}, \\ v_{k\gamma} &= -\frac{\sqrt{C_\gamma + D_\gamma} - \sqrt{C_\gamma - D_\gamma}}{2\sqrt{\epsilon_{k\gamma}^M}}, \quad (10) \end{aligned}$$

$$\epsilon_{k\gamma}^M = [C_\gamma^2 - D_\gamma^2]^{1/2} = [C_{0\gamma}^2 - D_{0\gamma}^2]^{1/2} + \Delta\epsilon_\gamma$$

перейдем к магнитным операторам  $c_{k\gamma}, c_{k\gamma}^+$ ,  $\gamma = 1, \dots, 4$ . Диагонализованный гамильтониан имеет стандартный вид

$$H_M = \sum_{k\gamma} (\epsilon_{k0\gamma}^M + \Delta\epsilon_\gamma) c_{k\gamma}^+ c_{k\gamma}, \quad (11)$$

где  $\epsilon_{k0\gamma}^M$  – энергия спиновых волн коллинеарного антиферромагнетика,  $\Delta\epsilon_\gamma$  – поправка к энергии, связанная с неколлинеарностью подрешеток,

$$\Delta\epsilon_1 = -\frac{\mu M_0 I \delta\theta^2}{2\sqrt{C_{01}^2 - D_{01}^2}} (6C_{01} + 2D_{01}),$$

$$\Delta\epsilon_2 = -\frac{\mu M_0 I \delta\theta^2}{2\sqrt{C_{02}^2 - D_{02}^2}} (4C_{02} - 2D_{02}),$$

$$\Delta\epsilon_3 = -\frac{\mu M_0 I \delta\theta^2}{2\sqrt{C_{03}^2 - D_{03}^2}} (6C_{03} + 2D_{03}),$$

$$\Delta\epsilon_4 = -\frac{\mu M_0 I \delta\theta^2}{2\sqrt{C_{04}^2 - D_{04}^2}} (4C_{04} - 2D_{04}).$$

Если  $I \approx 10^3, \delta\theta \approx 10^{-3}$ , то поправки к спектрам спиновых волн, определяемые неколлинеарностью магнитных подрешеток, будут иметь порядок:

$$\Delta\epsilon_1 / \epsilon_{k01}^M \approx 10^{-1}, \quad \Delta\epsilon_2 / \epsilon_{k02}^M \approx 10^{-1},$$

$$\Delta\epsilon_3 / \epsilon_{k03}^M \approx 10^{-4}, \quad \Delta\epsilon_4 / \epsilon_{k04}^M \approx 10^{-4}.$$

Линейная зависимость поправки  $\Delta\epsilon_\gamma$  от обменного параметра  $I$  и квадратичная зависимость от угла скоса  $\delta\theta$  может привести в некоторых случаях к немалым изменениям спектра спиновой

волны. Таким образом, пренебрежение неколлинеарностью магнитных моментов в кристаллической решетке не всегда является оправданным. Не надо забывать, что в таких системах существует

сильное обменное взаимодействие локализованных магнитных моментов, которое может привести к дополнительным изменениям величины щели в спектре спиновых волн.

**Список использованной литературы:**

1. D.Vaknin, S.K.Sinha, D.E.Moncton et al., Phys. Rev. Lett. 58, 2802 (1987).
2. D.C.Johnson, S.K.Sinha, A.J.Jacobson, J.M.Newsam, Physica C. 153, 572 (1988).
3. C.Shirane, Y.Endoh, R.J.Birgeneau et al., Phys. Rev. Lett. 59, 1613 (1987).
4. T.Freltoft, J.E.Fischer, G.Shirane et al., Phys. Rev. B. 36, 826 (1987).
5. M.A.Kastner, R.J.Birgeneau, T.R.Thurston et al., Phys. Rev. B. 38, 6636 (1988).
6. T.Thio, T.R.Thurston, N.W.Preyer et al., Phys. Rev. B. 38, 905 (1988).
7. Y.Endoh, K.Yamada, R.J.Birgeneau et al., Phys. Rev. B. 37, 7443 (1983).
8. А.С.Боровик-Романов, А.И.Буздин, Н.М.Крейнес, С.С.Кротов, Письма в ЖЭТФ. 47, 600 (1988).
9. А.У.Абдуллин, М.А.Савченко, М.Х.Харрасов, ДАН. 342, 753 (1995).
10. S.M.Hayden, G.Aeppli, R.Osborn et al., Phys. Rev. Lett. 67, 3622 (1991).
11. S.M.Hayden, G.Aeppli, H.A.Mook et al., Phys. Rev. B. 42, 10220 (1990).
12. G.Aeppli, S.M.Hayden, H.A.Mook et al., Phys. Rev. Lett. 62, 2052 (1989).
13. С.В. Тябликов. Методы квантовой теории магнетизма. М.: Наука, (1965).
14. T.Holstein, H.Primakoff, Phys. Rev. 58, 1098 (1940).
15. Н.Н. Боголюбов (мл.), Б.И. Садовников, А.С. Шумовский. Математические методы статистической механики модельных систем. М.: Наука, (1989).