С.М. Крылов

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ОГРАНИЧЕННОСТИ ДЕЙСТВИЯ ТЕЗИСА ТЬЮРИНГА – ЧЕРЧА НА ОБЪЕКТАХ С ФИЗИЧЕСКИМИ СВОЙСТВАМИ

В статье рассматриваются особенности формально-технологического подхода к представлению различных абстрактных и реальных объектов в соответствии с объектно-ориентированной парадигмой. На основе предложенного подхода средствами формальной технологии доказывается ограниченность действия тезиса Тьюринга – Черча на объектах, обладающих физическими свойствами.

Концепция числа – одна из центральных в математике. Именно с числом в первую очередь связаны все основные математические инструменты и методы. Реальность же представляется в математике с помощью различных символических (абстрактных) объектов исключительно в количественной или в кодовой (т. е. закодированной с помощью тех же чисел или иных символов) формах, которые сами по себе лишены каких-либо физических свойств. При этом все физические свойства реальных объектов интерпретируются только через количественные (кодовые) соотношения между соответствующими количественными же (кодовыми) характеристиками самих объектов. Предпочтение при такой интерпретации отдается в первую очередь рациональным или натуральным числам – по причине их конструктивности и – соответственно – простоты использования в вычислительных операциях.

В рамках нового междисциплинарного направления, получившего название формальная технология (ФТ) и представляющего собой расширение теории алгоритмов на объекты неинформационного характера (в том числе на объекты реального мира) [1, 2, 3], любой объект a_i рассматривается как совокупность некоторых свойств и связанных с ним методов, обычно называемых функциональностями объектов: $a_i =< \gamma_i\ ,\ M_i >=< \{\gamma_{i0}, \gamma_{i1}, ..., \gamma_{in}\}, \{\gamma_{ij} = \varphi_j(\gamma_{is}, ..., \gamma_{ik}); ...; \gamma_{ir} = \varphi_r(\gamma_{it}, ..., \gamma_{ml})\}>$, где γ_i – список свойств $\{\gamma_{i0}, \gamma_{i1}, ..., \gamma_{in}\}$ объекта a_i (обычно отображаемых на числовую ось или на другую, заранее оговариваемую нечисловую шкалу), $M_i = \{\gamma_{ij} = \varphi_j(\gamma_{is}, ..., \gamma_{ik}); ...; \gamma_{ir} = \varphi_r(\gamma_{it}, ..., \gamma_{ml})\}$ – список методов, относящихся к этим свойствам, причем в качестве аргументов в функциях типа $\varphi_j(\gamma_{is}, ..., \gamma_{ik})$ могут выступать как собственные свойства объекта, так и свойства объектов, соседних с данным [4]. Нетрудно видеть, что указанная запись функциональностей объектов является по сути обобщением записи функциональных переходов, выполняемых отдельными объектами-клетками в клеточных автоматах фон-Неймана, Лангтона и Кодда [5, 6], а сама концепция описания объектов очень близка к широко используемой в практическом программировании объектно-ориентированной парадигме – ООП [7, 8], а также к подходам, предложенным Дж. Клиром [9] и Е.М. Карповым [10]. Таким образом, с точки зрения ФТ, ООП, подходов Дж.Клира и Е.М. Карпова, все числа могут рассматриваться в виде некоторых очень простых абстрактных объектов, имеющих только одно ***нефизическое свойство*** – представлять некоторое количество и не имеющих никаких собственных методов (не имеющих никакой собственной функциональности). Все функциональные преобразования над числами выполняются внешним по отношению к числам формальным аппаратом, а именно – аппаратом математики. В этой связи возникает вопрос – каковы границы эффективной применимости такой классической технологии вычислительных операций над простейшими объектами – натуральными и рациональными числами – в сравнении с более сложно устроенными технологиями и объектами реального физического мира? Определенный ответ на него дает известный тезис Тьюринга – Черча и его различные философские и физические интерпретации, пытающиеся на неформальном уровне связать, например, познаваемость нашего мира и границы мыслительных способностей человека с этой математической гипотезой (см., например, [11, 12, 13]). Однако в рамках ФТ возможен и более точный ответ на этот вопрос.

Утверждение 1. Частично-рекурсивные функции над натуральными (и рациональными) числами со всеми их свойствами представимы в ФТ. Обратное неверно (то есть ***не все*** технологии со всеми своими свойствами представимы в классе частично-рекурсивных функций).

Для доказательства истинности первой части этого утверждения достаточно показать, что с помощью сравнительно простой технологии можно моделировать работу некоторой универсальной машины Тьюринга (м.Т.) и, следовательно, – процесс вычисления любой частично-рекурсивной функции. Предельно сжато истоки универсальности м.Т. можно связать с двумя возможностями – с возможностью чтения и различения символов (как минимум двух) на ее ленте, выполняющей функцию «памяти», и возможностью печати любого такого символа в нужной ячейке ленты в соответствии с программой работы машины [3, 14, 15].

В качестве подходящей технологии для моделирования работы универсальной двух символьной м.Т. можно выбрать технологию T_0 с двумя элементами в множестве A – пустым «элементом» 0 и «непустым» (например, a) и с двумя операциями: операцией $F_T(x)=x$, повторяющей объект x, и операцией анализа (с математической точки зрения – предиката) $P_a(x)$, принимающей значение «1», если $x=a$, и «0», если $x=0$. Каждому из символов в моделируемой двухсимвольной м.Т. сопоставляется соответствующий элемент 0 и a, а их «чтение», «различение» и «печать» новых символов из $\{0,a\}$ осуществляется с помощью операций F_T и P_a соответственно (подробное доказательство эквивалентности такой технологии и м.Т. приведено в [3, с. 75-76]).

Для того, чтобы показать невыполнимость обратного утверждения, рассмотрим технологию T_1 с тремя элементами в множестве $A:0$, a и b – и тремя операциями: операцией синтеза $F_S(x,y)$, присоединяющей (неважно каким образом) к объекту x элемент (объект) y, и операциями анализа (определения) некоторых свойств «а» и «b» объектов $x: P_a(x)$ и $P_b(x)$, причем пусть $P_a(x)="1"$, если объект x обладает свойством «а», в противном случае $P_a(x)="0"$, и $P_b(x)="1"$, если объект x обладает свойством «b», в противном случае $P_b(x)="0"$. Для определенности будем полагать, что элемент a обладает свойством «а» (то есть $a=<a>$ и $P_a(x)="1"$), а элемент b – свойством «b» $b=<b>$ (и $P_b(x)="1"$), причем функциональность обоих объектов a и b нас в данном случае не интересует. Ясно, что в такой технологии мы можем с помощью операции синтеза $F_S(x,y)$ получать различные объекты (конструкции), состоящие из элементов a и b в различных сочетаниях, и определять их свойства «а» и «b». То есть в данном случае мы имеем дело с конструктивным процессом синтеза новых объектов и определением их свойств, причем этот процесс вполне алгоритмизуем, то есть может быть выполнен автоматически действующим устройством. Тем не менее не существует такой м.Т., которая позволяла бы делать то же самое с закодированными описаниями таких объектов (фактически – с их числовыми моделями). Действительно, если мы, например, «закодируем» элементы a и b в двухсимвольной м.Т. с помощью кодов «01» и «10» соответственно, то, даже «приписав» коду «01» элемента a код свойства «а», а коду «10» элемента b код свойства «b», мы не сможем научить такую м.Т. распознавать наличие реальных свойств «а» и «b» по моделям новых объектов (конструкций) x (например, «слов», состоящих из нескольких кодовых последовательностей «01» и «10», соответствующих элементам a и b), поскольку мы не знаем, как устроены предикаты $P_a(x)$ и $P_b(x)$, то есть не знаем алгоритма функционирования этих предикатов, что – согласно тезису Тьюринга – Черча – не дает нам надежд на их «вычислительную» (математическую) интерпретацию. Можно в какой-то степени попытаться обойти проблему, обращаясь каждый раз, когда нужно получить заключение о реальных свойствах модели новой конструкции x, «синтезированной» в м.Т. из кодовых описаний «01» и «10» элементов a и b соответственно, к самой технологии T_1, воспроизводя в ней реальную конструкцию x, соответствующую ее кодовому описанию, и применяя к ней соответствующие операции анализа, – аналогично использованию в вычислительных алгоритмах концепции оракулов (см. [11, с. 379] или [12, 16]), но тогда решение проблемы вообще становится абсурдным – мы должны в моделирующей технологию T_1 машине Тьюринга обращаться к реальной технологии T_1, с тем чтобы получить в м.Т. истинную информацию о все той же технологии T_1! То есть мы вынуждены констатировать, что на самом деле м.Т. не может моделировать технологию T_1, если «устройство» свойств объектов в этой технологии неизвестно или если сама эта технология «не встроена» в м.Т. Таким образом, утверждение 1 доказано.

Как уже отмечалось, предикаты $P_a(x)$ и $P_b(x)$ в доказательстве утверждения 1 можно ассоциировать с концепцией оракулов, введенных еще А. Тьюрингом [16], поскольку принцип выполнения ими функций определения свойств «а» и «b» нам неизвестен – как и принцип принятия решения оракулом (см. [11, с. 381] или [12, 16]). Отметим, что сама концепция оракула как раз и была введена для того, чтобы обойти ситуации, когда математика в силу своих *технологических ограничений* не позволяет получить ответ на поставленный вопрос. В формальной технологии такого рода ограничения снимаются введением соответствующих операций анализа, причем в [3] показано, что существуют такие (*полные*) системы операций анализа для объектов нечисловой природы, которые дают потенциально неограниченный объем информации о свойствах самих объектов, получаемых в рамках той или иной технологии (например, операции «случайного стационарного отображения» в [3, с. 55-64]), несмотря на отсутствие каких-либо сведений о внутреннем механизме (алгоритме) функционирования таких операций.

Важное и очевидное заключение, которое следует из вышеприведенного доказательства, – вывод о вторичности математических знаний, а именно: на математические конструкции и структуры может быть переложено то, что мы уже «поняли», что мы уже «знаем» о реальном физическом мире. То есть наше знание (понимание) всегда идет за нашим опытом. И поскольку наше понимание окружающего мира (пока) ограничено – то по крайней мере настолько же ограничены и возможности математики, как «вычислительной технологии», в описании окружающих нас процессов и явлений.

Возвращаясь к рассмотренной выше формально-технологической модели, отметим, что уже в технологии T_1 мы можем ожидать появление некоего нового «неожиданного» (эмерджентного) свойства, отличного и от «a», и от «b», у некоторой непустой конструкции *y*, состоящей из нескольких элементов базы – например, свойства $P_a(y) = P_b(y) = "0"$. Поскольку все элементы множества A, из которых состоит такая непустая конструкция, обладают свойством либо «a», либо «b», то одновременное и полное «исчезновение» обоих этих свойств имеет смысл отнести к такому неожиданному (эмерджентному) свойству. Нетрудно привести соответствующие примеры – например, полной компенсации одинаковых положительных (свойство «a») и отрицательных (свойство «b») зарядов в электростатике. Применяя в технологии T_1 операции анализа P_a и P_b к новой конструкции x и получая в обоих случаях нулевые значения, мы очевидным образом обнаруживаем такое эмерджентное свойство.

Другие теоремы, отличающиеся по содержанию от утверждения 1, но также доказывающие неэквивалентность некоторых формально-технологических (в том числе реальных физических) систем и системы частично-рекурсивных функций, на основе которых сформулирована гипотеза (тезис) Тьюринга – Черча, рассмотрены в работах [11, 12, 17, 18, 19, 20, 21].

Таким образом, вычислительная математика как «технология» рациональных чисел на самом деле имеет вполне конкретные ограничения, связанные со специфическим контекстом формулировки тезиса Тьюринга – Черча, тогда как собственно математические принципы и методы могут с успехом применяться (в формально-технологической трактовке) к гораздо более широкому классу объектов.

В заключение подчеркнем, что, хотя первые концепции формальной технологии разрабатывались в рамках теории алгоритмов, в итоге выяснилась ее достаточно тесная связь с тектологией Александра Богданова. В своем фундаментальном труде «Тектология: Всеобщая организационная наука» [22] Богданов постоянно подчеркивает «математичность» своего подхода, не приводя при этом ни одной математической формулы или хотя бы достаточно строгого математизированного доказательства выдвигаемых им положений. Тем не менее он дает определение математики в рамках тектологии, чрезвычайно созвучное рассматриваемой теме: *«математика – это тектология нейтральных комплексов»* (под комплексом Богданов понимал нечто, весьма близкое к концепции конструкции в ФТ). Если перевести это определение на формально-технологический язык, то оно будет звучать так: «*математика – это формальная технология «нейтральных» (нефизических, чисто количественных) конструкций*». Утверждение 1 подтверждает и уточняет это определение.

С другой стороны, формальную технологию можно рассматривать как еще одну попытку реализации сформулированной М. Бунге программы разработки базовых концепций научной онтологии [23]. Хотя первая попытка, предпринятая самим М. Бунге и основанная на использовании математического аппарата теории групп, была не слишком корректной и эффективной – как следует из критических замечаний в работе [24], вторая – имея в виду полученные в рамках ФТ результаты, может оказаться в этом плане более удачной. Определенной предпосылкой к такому заключению служит также то обстоятельство, что основы формальной технологии гораздо ближе к фундаментальным основаниям математики, чем теория групп, а потому в своем развитии ФТ может гораздо чаще и эффективнее использовать наработанные в ходе развития математики самые разнообразные ее концепции и методы, включая все ту же теорию групп. Ряд примеров такого рода заимствований приведен в работах [1, 2, 3].

Список использованной литературы:

1. Крылов С.М. Формальная технология и универсальные системы I // Кибернетика, 1986, №4, С. 85-89.
2. Крылов С.М. Формальная технология и универсальные системы II // Кибернетика, 1986, №5, С. 28-31.
3. Крылов С.М. Формальная технология в философии, технике, биоэволюции и социологии. – Самара: СамГТУ, 1997. – 180 с.
4. Крылов С.М. Элементы теории свойств и функциональности объектов, тезис Черча и модели простейших химических функциональностей в виде слабоструктурированных гетерогенных автоматов. СамГТУ: Самара, 2001. – 22 с. Деп. в ВИНИТИ 23.02.01 №466-В2001.
5. Фон-Нейман Дж. Теория самовоспроизводящихся автоматов. Пер. с англ. – М.: Мир, 1971. – 284 с.
6. Langton C. G. Self-reproduction in cellular automata. // Physica D, 1984, Vol. 10, pp.135-144.
7. Бадд Т. Объектно-ориентированное программирование в действии.– СПб.: Питер, 1997. – 464 с.
8. Object-Oriented Technology. ECOOP'99 Workshop Reader, ECOOP'99 Workshops, Panels, and Posters, Lisbon, Portugal, June 14-18, 1999, Proceedings. / Moreira A.M.D., Demeyer S. (Eds.). // Lecture Notes in Computer Science, Vol. 1743, Springer, 1999.
9. Клир Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач. Пер. с англ. М.А. Зуева под ред. А.И. Горлина. – М.: Радио и связь, 1990. – 540 с.
10. Карпов Е.М. Об алгебре физических взаимодействий. В кн.: Математическое обеспечение САПР (Межвуз. сб. научн. трудов). Куйбышев: КуАИ, 1989, с. 20-29.
11. Penrose R. Shadows of the Mind: A Search for the Missing Science of Consciousness. – Oxford, New York, Melbourne: Oxford University Press, 1994. – 457p.
12. Copeland, B.J Turing's O-machines, Searle, Penrose and the Brain.// Analysis, 1998, 58, pp128-138.
13. Copeland, B.J.. The Church-Turing Thesis. In: E. Zalta, ed., The Stanford Encyclopaedia of Philosophy, 1998. http://plato.stanford.edu/
14. Машины Тьюринга и рекурсивные функции / Г.Д. Эббинхауз, К. Якобс, Ф.К. Манн, Г. Хермес. – М.: Мир, 1972. – 264 с.
15. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. – М.: Наука, 1965. 392 с.
16. Turing A. M. Systems of Logic defined by Ordinals. // Proc. Lond. Math. Soc., ser. 2, 1939, V45, pp.161-228.
17. Крылов С.М. Модели универсальных дискретно-аналоговых машин на основе машины Тьюринга // Электронное моделирование, №3, 1982., С. 6-10.
18. Kampis G. Self-Modifying Systems in Biology and Cognitive Science. – Oxford, Pergamon, 1991. – 544 p.
19. Stewart I. Deciding the Undecidable. // Nature, 1991, V352, pp.664-665.
20. Stannett, M. X-Machines and the Halting Problem: Building a Super-Turing Machine. // Formal Aspects of Computing, 2, 1990, pp.331-341.
21. Siegelmann, H.T. Computation Beyond the Turing Limit. // Science, 268, 1995, pp. 545-548.
22. Богданов А.А. Тектология: Всеобщая организационная наука. В 2-х кн. – М.: Экономика, 1989. Кн. 1 – 304 с.; Кн. 2 – 351с.
23. Bunge, M. The Furniture of the World. Vol.3 of the Treatise on Basic Philosophy. – D.Reidel Publ. Company: Dordrecht and Boston, 1977.
24. Van Rootselaar B. On Bunge's theory of things // Int. J. of General Systems, 1977, V.3, pp.175-180.